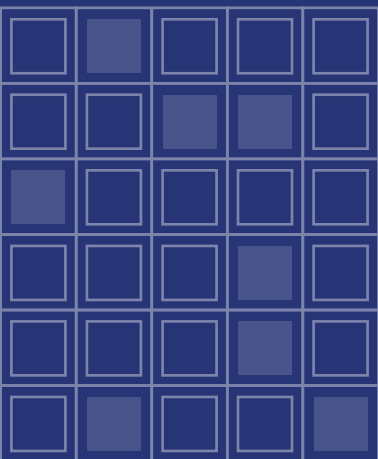


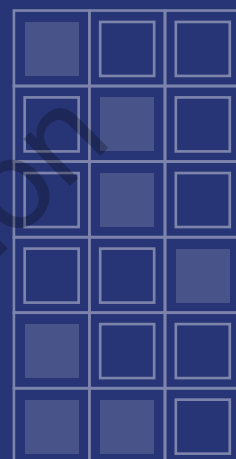


Bachillerato General Unificado



Texto integrado:

-  Biología
-  Física
-  Química



2.º BGU



MINISTERIO DE EDUCACIÓN

Lenín



PRESENTACIÓN

Las páginas de este texto reflejan la suma de voluntades más importante del país en torno a la Educación. En ellas se conjuga el esfuerzo de millones de estudiantes que día a día asisten a clases y también el de sus padres, madres, maestros y autoridades. Cada uno de estos actores, desde su espacio, apuntalan la construcción de esa sociedad de oportunidades y de justicia que aspiramos todos los ecuatorianos.

En el Ministerio de Educación trabajamos arduamente para favorecer el desarrollo integral de todos los estudiantes del país. El reto es enorme, pero lo asumimos con absoluta responsabilidad, sabiendo que contamos con el apoyo y compromiso de miles de educadores, héroes silenciosos que son referentes de vida para las niñas, niños y adolescentes.

Nuestras líneas de trabajo están enfocadas a obtener los siguientes resultados:

Lograr que el acceso a la educación y la permanencia en el sistema educativo sean derechos efectivos de todos los estudiantes. Lo más importante para esta Cartera de Estado es que todos nuestros estudiantes alcancen sus metas educativas y estén listos para asumir nuevos retos en su vida adulta. Y éste es el motivo por el que también mantenemos las puertas abiertas para los adultos que no tuvieron la oportunidad de concluir sus estudios.

Generar las mejores condiciones de aprendizaje para formar agentes transformadores de la sociedad, capaces de manifestar sus ideas y empoderarse de sus derechos y responsabilidades.

Propiciar una cultura de diálogo y participación dentro de la escuela, que tanta falta hace en nuestra sociedad. Creemos en el gran potencial de las ideas de las niñas, niños y adolescentes. Por ello, creamos espacios de participación para formular políticas públicas que garanticen sus derechos.

Impulsar estrategias participativas con todos los actores de la comunidad educativa, para fomentar valores como el respeto, la tolerancia, la solidaridad, la honestidad y la equidad. Aprender a vivir armónicamente es un saber tan importante como cualquier asignatura.

Estos resultados solo se pueden alcanzar con el compromiso de todos; involucrarse es el gran primer paso.

La educación siempre será una buena noticia para todos los ecuatorianos, juntos soñamos, juntos construimos.

Gracias por ser parte de este gran proyecto.

Monserrat Creamer
Ministra de Educación



PRESIDENTE DE LA REPÚBLICA
Lenín Moreno Garcés

MINISTRA DE EDUCACIÓN
Monserrat Creamer Guillén

Viceministra de Educación
Susana Araujo Fiallos

Viceministro de Gestión Educativa
Vinicio Baquero Ordóñez

Subsecretaria de Fundamentos Educativos
María Fernanda Crespo Cordovez

Subsecretario de Administración Escolar
Mariano Eduardo López

Directora Nacional de Currículo
Graciela Mariana Rivera Bilbao la Vieja

Director Nacional de Recursos Educativos
Ángel Gonzalo Núñez López

**Directora Nacional de Operaciones
y Logística**
Carmen Guagua Gaspar

Primera impresión
Marzo 2020

Impreso por:

Lenín



MINISTERIO DE EDUCACIÓN

© Ministerio de Educación del Ecuador
Av. Amazonas N34-451 y Av. Atahualpa
Quito-Ecuador
www.educacion.gob.ec

La reproducción parcial o total de esta publicación, en cualquier forma y por cualquier medio mecánico o electrónico, está permitida siempre y cuando sea por los editores y se cite correctamente la fuente autorizada.

DISTRIBUCIÓN GRATUITA PROHIBIDA SU VENTA

ADVERTENCIA

Un objetivo manifiesto del Ministerio de Educación es combatir el sexismo y la discriminación de género en la sociedad ecuatoriana y promover, a través del sistema educativo, la equidad entre mujeres y hombres. Para alcanzar este objetivo, promovemos el uso de un lenguaje que no reproduzca esquemas sexistas, y de conformidad con esta práctica preferimos emplear en nuestros documentos oficiales palabras neutras, tales como las personas (en lugar de los hombres) o el profesorado (en lugar de los profesores), etc. Sólo en los casos en que tales expresiones no existan, se usará la forma masculina como genérica para hacer referencia tanto a las personas del sexo femenino como masculino. Esta práctica comunicativa, que es recomendada por la Real Academia Española en su Diccionario Panhispánico de Dudas, obedece a dos razones: (a) en español es posible <referirse a colectivos mixtos a través del género gramatical masculino>, y (b) es preferible aplicar <la ley lingüística de la economía expresiva> para así evitar el abultamiento gráfico y la consiguiente ilegibilidad que ocurriría en el caso de utilizar expresiones como las y los, os/as y otras fórmulas que buscan visibilizar la presencia de ambos sexos.

BIOLOGIA

Prohibida su comercialización

2
BGU

PRESIDENTE DE LA REPÚBLICA
Lenín Moreno Garcés

MINISTRA DE EDUCACIÓN
Monserrat Creamer Guillén

Viceministra de Educación
Susana Araujo Fiallos

Viceministro de Gestión Educativa
Vinicio Baquero Ordóñez

Subsecretaria de Fundamentos Educativos
María Fernanda Crespo Cordovez

Subsecretario de Administración Escolar
Mariano Eduardo López

Directora Nacional de Currículo
Graciela Mariana Rivera Bilbao la Vieja

Director Nacional de Recursos Educativos
Ángel Gonzalo Núñez López

Directora Nacional de Operaciones y Logística
Carmen Guagua Gaspar

Primera impresión
Marzo 2020

Impreso por:

EDITORIAL DON BOSCO OBRAS SALESIANAS DE COMUNICACIÓN

Marcelo Mejía Morales
Gerente general

Paúl F. Córdova Guadamud
Dirección editorial

Ligia Elena Quijia
Editor de área

Paulina Hidalgo Miño
Adaptación y edición de contenidos

Raúl López Huerta
Creación de contenidos nuevos

Luis Felipe Sánchez
Coordinación de estilo

Gabriela Cañas
Revisión de estilo

Pamela Cueva Villavicencio
Coordinación gráfica

Karla Medina
Alex Castro Cepeda
Andrea Quintana Salto
Diagramación

Jorge Cadena Cadena
Ilustración

En alianza con

Grupo edebé
Proyecto: Biología y Geología 4
Modalidad de Ciencias y Tecnología

Antonio Garrido González
Dirección general

María Banal Martínez
Dirección editorial

Jose Francisco Vilchez Román
Dirección de edición de Educación Secundaria

Santiago Centelles Cervera
Dirección pedagógica

Juan López Navarro
Dirección de producción



ISBN 978-9942-23-016-4
Primera impresión: julio 2016
Este libro fue avaluado por la Universidad Internacional SEK, y obtuvo su certificación curricular el 30 de mayo de 2016.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN

© Ministerio de Educación del Ecuador
Av. Amazonas N34-451 y Av. Atahualpa
Quito-Ecuador
www.educacion.gob.ec

La reproducción parcial o total de esta publicación, en cualquier forma y por cualquier medio mecánico o electrónico, está permitida siempre y cuando sea por los editores y se cite correctamente la fuente autorizada.

DISTRIBUCIÓN GRATUITA PROHIBIDA SU VENTA

ADVERTENCIA

Un objetivo manifiesto del Ministerio de Educación es combatir el sexismo y la discriminación de género en la sociedad ecuatoriana y promover, a través del sistema educativo, la equidad entre mujeres y hombres. Para alcanzar este objetivo, promovemos el uso de un lenguaje que no reproduzca esquemas sexistas, y de conformidad con esta práctica preferimos emplear en nuestros documentos oficiales palabras neutras, tales como las personas (en lugar de los hombres) o el profesorado (en lugar de los profesores), etc. Sólo en los casos en que tales expresiones no existan, se usará la forma masculina como genérica para hacer referencia tanto a las personas del sexo femenino como masculino. Esta práctica comunicativa, que es recomendada por la Real Academia Española en su Diccionario Panhispánico de Dudas, obedece a dos razones: (a) en español es posible <referirse a colectivos mixtos a través del género gramatical masculino>, y (b) es preferible aplicar <la ley lingüística de la economía expresiva> para así evitar el abultamiento gráfico y la consiguiente ilegibilidad que ocurriría en el caso de utilizar expresiones como las y los, os/as y otras fórmulas que buscan visibilizar la presencia de ambos sexos.

Lenín



0 unidad temática

Origen de la vida. Biomoléculas orgánicas (10 - 17)

Contenidos:



Origen de la vida (página 11)

- Actividades

Principales biomoléculas orgánicas (página 12)

- Actividades

Evolución de los seres vivos (página 13)

- Actividades

Diversidad de los seres vivos (página 14)

- Actividades

La célula (página 15)

- Actividades

Nutrición, relación y reproducción (página 16)

- Actividades

1 unidad temática

La base de la vida (18 - 47)

Contenidos



- El ADN como base de la vida (20)
- Introducción a la genética molecular (21)
- Control de la expresión génica (36 - 42)

2 unidad temática

El ciclo celular (48 - 75)

Contenidos:



- Fases del ciclo celular (50)
- La meiosis (56)
- El control del ciclo celular (59)
- Función de reproducción (64 - 70)

Objetivos:

- Desarrollar habilidades de pensamiento científico a fin de lograr flexibilidad intelectual, espíritu indagador y pensamiento crítico, demostrar curiosidad por explorar el medio que les rodea y valorar la naturaleza como resultado de la comprensión de las interacciones entre los seres vivos y el ambiente físico. (U1, U2)
- Comunicar información científica, resultados y conclusiones de sus indagaciones a diferentes interlocutores, valiéndose de diversas técnicas y recursos, con aplicación de la argumentación crítica y reflexiva y la justificación con pruebas y evidencias. (U1, U2)
- Planificar y llevar a cabo investigaciones de campo, de laboratorio, de gestión o de otros tipos, que incluyan la exigencia de un trabajo en equipo, la recolección y análisis de datos cuantitativos y cualitativos; la interpretación de evidencias; la evaluación de los resultados de manera crítica, creativa y reflexiva, para la comunicación de los hallazgos, resultados, argumentos y conclusiones con honestidad. (U2, U3)
- Comprender el punto de vista de la ciencia sobre la naturaleza de los seres vivos, su diversidad, interrelaciones y evolución; sobre la Tierra, sus cambios y su lugar en el universo, y sobre los procesos tanto físicos como químicos que se producen en los seres vivos y en la materia. (U1, U2, U3, U4, U5, U6)
- Resolver problemas de la ciencia mediante el método científico, con la identificación de problemas, la búsqueda crítica de información, la elaboración de conjeturas, el diseño de actividades experimentales, el análisis y la comunicación de resultados confiables y éticos. (U3, U5, U6)
- Utilizar el lenguaje oral y el escrito con propiedad, así como otros sistemas de notación y representación, cuando se requiera. (U1, U2, U3, U5, U6)
- Usar las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) como herramientas para la búsqueda crítica de información, el análisis y la comunicación de sus experiencias y conclusiones sobre los fenómenos y hechos naturales y sociales. (U3)
- Integrar los conceptos de las ciencias biológicas, químicas, físicas, geológicas y astronómicas, para comprender la ciencia, la tecnología y la sociedad, ligadas con la capacidad de inventar, innovar y dar soluciones a la crisis socioambiental. (U3)
- Apreiciar la importancia de la formación científica, los valores y actitudes propios del pensamiento científico, y adoptar una actitud crítica y fundamentada ante los grandes problemas que hoy plantean las relaciones entre *ciencia y sociedad*. (U3)
- Reconocer y valorar los aportes de la ciencia para comprender los aspectos básicos de la estructura y el funcionamiento de su propio cuerpo, con el fin de aplicar medidas de promoción, protección y prevención de la salud integral. (U5, U6)
- Valorar los aportes de la ciencia para comprender de manera integral la estructura y funcionamiento de su propio cuerpo, con el fin de aplicar medidas de promoción, protección y prevención que lleven al desarrollo de una salud integral, buscando el equilibrio físico, mental y emocional. (U5, U6)

Destrezas con criterios de desempeño:

Unidades

- Usar modelos y describir la función del ADN como portador de la información genética que controla las características de los organismos y la transmisión de la herencia, y relacionar el ADN con los cromosomas y los genes.
- Analizar la transcripción y traducción del ARN, e interpretar estos procesos como un flujo de información hereditaria desde el ADN.
- Investigar las causas de los cambios del ADN que producen alteraciones génicas, cromosómicas y genómicas, e identificar semejanzas y diferencias entre estas.
- Experimentar con los procesos de mitosis, meiosis y demostrar la transmisión de la información genética a la descendencia por medio de la fertilización.
- Describir las leyes de Mendel, diseñar patrones de cruzamiento y deducir porcentajes genotípicos y fenotípicos en diferentes generaciones.
- Experimentar e interpretar las leyes y principios no mendelianos en cruzamientos en insectos y vegetales.
- Indagar la teoría cromosómica de la herencia, y relacionarla con las leyes de Mendel.
- Buscar, registrar y sistematizar información de diversas fuentes sobre el cáncer y relacionarlo con el proceso de proliferación celular alterada.
- Indagar las aplicaciones de la ingeniería genética en la producción de alimentos y fármacos, y sus implicaciones en la vida actual y explicar el efecto de la terapia génica en el tratamiento de enfermedades humanas considerando los cuestionamientos éticos y sociales.
- Indagar y elaborar una línea de tiempo del desarrollo histórico de la genética, desde las leyes de Mendel hasta el Proyecto Genoma Humano, y explicar su aporte para la salud humana.
- Indagar sobre el desarrollo de la biotecnología en el campo de la medicina y la agricultura e interpretar su aplicación en el mejoramiento de la alimentación y la nutrición de las personas.
- Examinar la estructura y función de los sistemas de transporte en las plantas y describir la provisión de nutrientes y la excreción de desechos.

1	2	3	4	5	6
✓					
✓					
✓					
	✓				
		✓			
		✓			
		✓			
		✓			
			✓		
		✓			
				✓	

Unidades

1 2 3 4 5 6

- Examinar la estructura y función de los sistemas de transporte en las plantas y describir la provisión de nutrientes y la excreción de desechos.
- Describir los mecanismos de regulación del crecimiento y desarrollo vegetal, experimentar e interpretar las variaciones del crecimiento y del desarrollo por la acción de las hormonas vegetales y la influencia de factores externos.
- Observar y analizar los procesos de reproducción de las plantas, elaborar modelos del desarrollo embrionario, e identificar el origen de las células y la diferenciación de las estructuras.
- Observar la forma y función de células y tejidos en organismos multicelulares animales y vegetales, e identificar su organización en órganos, aparatos y sistemas.
- Observar y analizar los procesos de reproducción de animales, elaborar modelos del desarrollo embrionario, e identificar el origen de las células y la diferenciación de las estructuras.
- Usar modelos y explicar la evolución del sistema inmunológico en los animales invertebrados y vertebrados, y comparar los componentes y distintas respuestas inmunológicas.
- Analizar el funcionamiento de los sistemas digestivo y excretor en el ser humano y explicar la relación funcional entre estos sistemas con flujogramas.
- Usar modelos y describir los sistemas circulatorio y respiratorio en el ser humano y establecer la relación funcional entre ellos que mantiene el equilibrio homeostático.
- Usar modelos y describir el sistema osteoartromuscular del ser humano, en cuanto a su estructura y función, y proponer medidas para su cuidado.
- Establecer la relación entre la estructura y función del sistema nervioso y del sistema endocrino, en cuanto a su fisiología y la respuesta a la acción hormonal.
- Interpretar la respuesta del cuerpo humano frente a microorganismos patógenos, describir el proceso de respuesta inmunitaria e identificar las anomalías de este sistema.

			✓		
			✓		
			✓		
				✓	
				✓	
				✓	
					✓
					✓
					✓
					✓
					✓
					✓

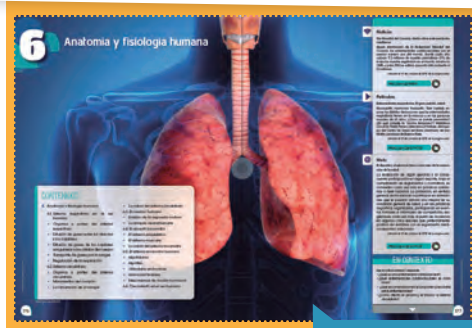
El proyecto de **Biología 2**

Unidad 0



- Una unidad inicial para facilitar los nuevos aprendizajes.

Para empezar



Activa tu conocimiento con el gráfico

- Tu unidad arranca con noticias y temas que te involucran en los contenidos.

Contenidos



- Aprendemos biología a través de actividades.

Experimento



- Te convertirás en un joven biólogo.

Zona Wifi



- Aprenderás la biología en relación con la sociedad.

Resumen



- Síntesis de lo aprendido

Evaluando tus destrezas

Para finalizar



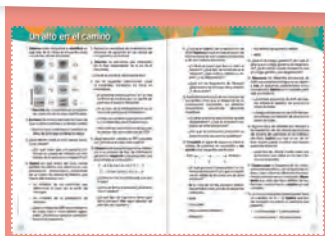
Autoevaluación

Proyecto



- Propuesta de actividades interdisciplinarias, que promueven el diálogo y el deseo de nuevos conocimientos.

Un alto en el camino



- Y, además, se incluye una evaluación quimestral con preguntas de desarrollo y de base estructurada.

¿Qué significan estos íconos?

Y TAMBIÉN:



TIC



Actividades:





O

Origen de la vida

Biomoléculas orgánicas

PARA EMPEZAR:

- Sabías que pasaron muchos años para que las condiciones sean óptimas, y así surja la vida en nuestro planeta. ¿Conoces cuáles fueron los principales elementos para que la vida aparezca en la Tierra?

ORIGEN DE LA VIDA

La **biología** es la ciencia que estudia la vida y se basa en la aplicación del método científico. Históricamente, existen muchas teorías sobre el origen de la vida. La primera teoría propuesta fue la de la generación espontánea. Sin embargo, Francesco Redi refutó parcialmente esta teoría en el siglo XVII. La generación espontánea se vio totalmente negada ya en el siglo XIX gracias a los experimentos con los matraces de cuello de cisne de Louis Pasteur.

Después de los experimentos de Pasteur, quedó claro que la vida no aparece de forma espontánea, pero seguía sin existir una teoría clara que explicase el posible origen de la vida. Esto fue así hasta 1924, cuando Aleksander Oparin (Oparin, A.I. 1924. *El origen de la vida*. Editorial AKAL) y John Haldane, de forma independiente, propusieron un marco teórico en el que la vida tuvo que desarrollarse en la Tierra, gracias al cual ya podrían realizarse experimentos que aceptaran o refutaran esta teoría. Ellos proponían que existía una evolución química que tuvo lugar en un **caldo primitivo** con las condiciones existentes en la Tierra hace aproximadamente 3 500 millones de años.

El científico Stanley Miller (Miller, S. 1953. A Production of Amino Acids Under Possible Primitive Earth Conditions. *Science* 117: 528-529) pudo comprobar experimentalmente la formación de moléculas orgánicas a partir de moléculas inorgánicas en agua, si se aplicaba calor y energía eléctrica como sustituto de las tormentas eléctricas que, suponemos,

existían en la Tierra en el momento en que apareció la vida.

El **agua** es la molécula más importante para que exista la vida. La composición media de los seres vivos es de un 70% de agua, y sus propiedades físicoquímicas la hacen indispensable para la vida.

Estas propiedades son: una elevada tensión superficial, capilaridad, alto calor específico, gran capacidad disolvente, tendencia a ionizarse y una densidad mayor del agua en estado líquido que en estado sólido. Gracias a esto, el agua desempeña funciones biológicas decisivas en los procesos vitales.

Estas teorías son las más aceptadas en cuanto al origen de la vida en la Tierra. Por su parte, la teoría más aceptada sobre el origen de la Tierra y de todo el universo es la del *Big Bang* la cuál propone que todo el universo se encontraba concentrado en un estado de alta densidad y de ahí se expandió en una gran explosión (*Big Bang*). Esta expansión seguiría ocurriendo en la actualidad.



<http://goo.gl/mVeqT>

1. ¿Por qué el agua forma enlaces de hidrógeno? **Dibuja** la estructura del agua en los tres estados de la materia.
2. Si el hielo tuviese una densidad más grande que el agua, ¿qué sucedería en los lagos que se hielan?
3. **Busca** información y **explica** cómo los óxidos de nitrógeno que provienen de los tubos de escape de los vehículos pueden alterar el pH del agua de lluvia, y qué efectos pueden producir en los vegetales.
4. Las esporas y las semillas tienen un 10% de agua mientras que en el cerebro humano representa un 86%. Razona a qué crees que se debe esta diferencia. **Menciona** algún órgano que tenga un bajo contenido de agua.
5. Una de las propiedades físicoquímicas del agua permite que se mantengan la forma y el volumen de las células. **Comenta** de qué propiedad se trata.

Actividades

Prohibida su reproducción

PRINCIPALES BIOMOLÉCULAS ORGÁNICAS

Biomoléculas orgánicas	Características
Glúcidos	- Están compuestos por carbono, hidrógeno y oxígeno. - Su función principal es energética y estructural. - Los glúcidos más sencillos son los monosacáridos (función energética), oligosacáridos (función energética), polisacáridos (actúan como elementos estructurales o de reserva de energía).
Lípidos	- Los ácidos grasos pueden ser saturados o insaturados. - Fosfolípidos son lípidos importantes y conforman la membrana plasmática de la célula.
Proteínas	- Están formados por aminoácidos. - Su función va desde estructural (colágeno), transportadora (hemoglobina), inmunológica (inmunoglobulina). - Un tipo más específico de proteínas son las enzimas que ayudan a catalizar las reacciones metabólicas que ocurren en la célula.
Ácidos nucleicos	- Contienen información genética y permiten que se sinteticen las proteínas. - Están formados por nucleótidos de ribosa (ARN) o desoxirribosa (ADN) unidas a bases nitrogenadas que son la adenina, guanina, citosina, timina y uracilo. - El ADN forma una doble hélice complementaria y antiparalela que contiene en su secuencia de nucleótidos la información para la síntesis de proteínas.

6. **Compara** las estructuras y las funciones del almidón, el glucógeno, la celulosa y la quitina.
7. **Explica** cuál es la estructura de un polisacárido. **Realiza** un esquema para explicar el enlace O- glicosídico entre dos monosacáridos.
8. La fórmula general de los monosacáridos es $(CH_2O)_n$, donde n es el número de átomos de carbono. **Escribe** la fórmula molecular de una triosa, una tetrosa, una pentosa y una hexosa.
9. **Confecciona** un esquema para clasificar a los glúcidos en el que se refleje su composición, características, función y ejemplos de cada grupo.

10. ¿De qué depende la función de una proteína? **Describe** brevemente las funciones que se les atribuyen.

11. **Responde** las preguntas siguientes sobre esta cadena de ácido nucleico:

_____AAGGCCTTAGACG_____

—¿Es un fragmento de ADN o de ARN? **Justifica** la respuesta.

12. **Responde** las siguientes preguntas:

- ¿Cuáles son las funciones de los glúcidos, carbohidratos y lípidos en los seres vivos?
- ¿Cuál es la diferencia entre el ARN y ADN?
- ¿Qué biomoléculas actúa como elementos de reserva de energía en los seres vivos?

EVOLUCIÓN DE LOS SERES VIVOS

A lo largo de la historia, siempre se ha intentado dar respuesta a la existencia de la gran diversidad de organismos que conocemos, y al origen de los mismos. La primera teoría evolucionista fue propuesta por Lamarck, quien propone la idea de la «herencia de caracteres adquiridos». Tras las ideas evolucionistas de Lamarck, Charles Darwin propuso una nueva teoría, la evolución. Tras su viaje en el Beagle, Darwin propuso una hipótesis basada en la variabilidad, **la adaptación de las especies y la selección natural**.

Las ideas de Darwin fueron actualizadas tras el aumento de los conocimientos en biología molecular y genética, y crearon el movimiento conocido como *neodarwinismo*.

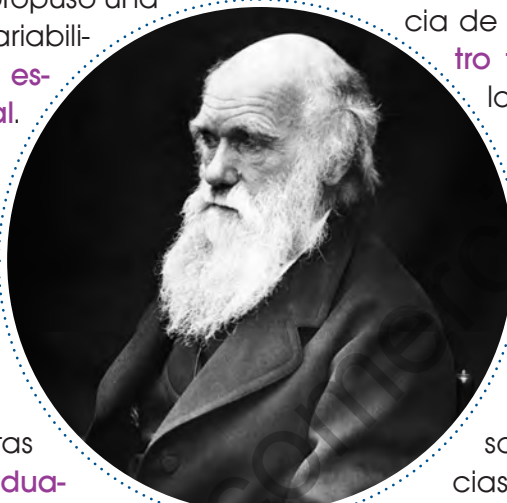
Las teorías neodarwinistas más valoradas son el **gradualismo** y el **puntualismo**. El gradualismo propone una especiación lenta por acumulación de cambios, mientras que el puntualismo propone que los cambios son bruscos.

La aparición de nuevas especies se conoce como *especiación* y tiene lugar cuando ocurre un aislamiento reproductivo entre grupos de individuos de una misma población. Esto puede llevar a una **especiación alopátrica**, en la que interviene una barrera geográfica, o especiaciones como la **simpátrica** o **parapátrica**, en la que las barreras son **ecológicas** o **etológicas**. Todos es-

tos procesos son graduales y requieren del paso de miles de generaciones para que distingamos especies diferentes. Sin embargo, también puede ocurrir especiación de forma instantánea, en pocas decenas de generaciones por efectos que provocan la deriva génica, como el **efecto fundador** o el **cuello de botella**.

Existen evidencias que prueban la existencia de la **evolución**, como el **registro fósil**, que permite entender los cambios evolutivos en las especies; las evidencias que se obtienen mediante la anatomía comparada, gracias a la cual conocemos la existencia de **órganos homólogos** y **órganos análogos**, así como de **órganos vestigiales**. También son importantes las evidencias que se pueden obtener mediante embriología comparada, en la que vemos que los primeros estadios de los embriones de animales son muy similares. También encontramos pruebas a favor de la evolución en la comparación del ADN y los estudios de biogeografía.

Dentro de todo el proceso evolutivo, cabe destacar la evolución humana. Los seres humanos hemos sido capaces de sobrevivir, adaptándonos al medio por la adquisición de ciertas características, entre las que destacan el bipedismo, el aumento de la capacidad craneal y el desarrollo de la cultura.



<https://goo.gl/OZzxSu>

13. ¿Por qué la teoría de Lamarck es evolucionista?
14. ¿Por qué el alargamiento del cuello de las jirafas por el esfuerzo continuado no pasará a sus descendientes? ¿Qué tipos de cambios pueden pasar a los descendientes?
15. ¿Por qué crees que Darwin tardó tanto en publicar su teoría sobre el origen de las especies?
16. **Enumera** al menos seis características que demuestren la variabilidad presente en la especie humana. Procura que alguna de ellas no sea una característica observable a simple vista.

DIVERSIDAD DE LOS SERES VIVOS

Reino	Características	Ejemplos
Monera	Son organismos unicelulares procariotas. Son importantes para los seres humanos porque muchos son patógenos.	bacterias
Protocista	Son organismos eucariotas y generalmente unicelulares.	algas, protozoos y mohos mucilaginosos
Fungi	Son organismos eucariotas, heterótrofos. Obtienen su alimento por absorción. No realizan fotosíntesis. Su pared celular está constituida por quitina.	levaduras y setas
Plantae	Son organismos eucariotas fotoautótrofos. Poseen clorofila y paredes vegetales de celulosa. Se distinguen tres grandes grupos: talofitas (algas), criptógamas (briofitas, pteridofitas) y fanerógamas (gimnospermas y angiospermas).	algas verdes algas pardas musgos
Animalie	Está formado por organismos eucariotas heterótrofos. Existe una gran diversidad de animales. Invertebrados (artrópodos y moluscos). Vertebrados poseen un esqueleto interno (peces, anfibios, reptiles, aves u mamíferos).	calamar mosca león

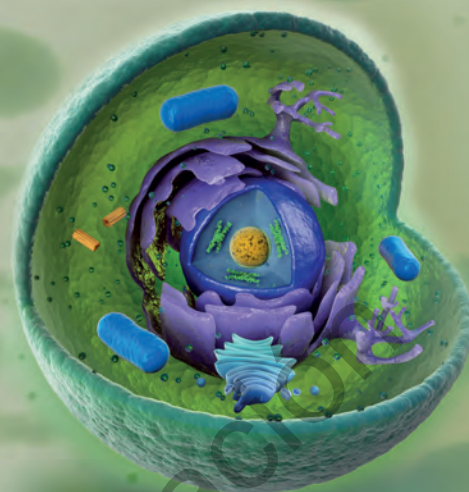


17. ¿Cuál es la diferencia entre las plantas angiospermas y gimnospermas?
18. **Escribe** las características de las briofitas.
19. **Escribe** las características de las pteridofitas.
20. ¿Qué son células eucariotas y procariotas?
21. ¿Qué son enfermedades patógenas?

LA CÉLULA

La **célula** es la unidad básica de vida, ya que todos los seres vivos están formados por células. Esas ideas se alcanzaron gracias a Schwann, Schleiden y Virchow que propusieron la teoría celular.

Las estructuras importantes en las células son:



<https://goo.gl/S4MbEY>

Complejo de Golgi	Conjunto de sáculos y vesículas en los que se transforman, empaquetan y seleccionan las sustancias para su transporte por el interior de la célula o hacia el exterior.
Retículo endoplasmático	Conjunto de sáculos aplanados y conectados con la envoltura nuclear que se encarga de la síntesis y el transporte de lípidos y proteínas.
Ribosomas	Estructuras formadas por ARN y proteínas. Están dispersos por el citoplasma o asociados a las membranas del retículo endoplasmático. Se encargan de la síntesis de proteínas. Estas se secretan al exterior o son utilizadas por la misma célula para crecer o renovar sus componentes.
Vacuolas	Vesículas que tienen como función almacenar sustancias diversas, como proteínas, glúcidos, etc.
Lisosomas	Vesículas que contienen las sustancias que la célula necesita para digerir la materia que recibe del exterior e incluso las partes de la propia célula que envejecen o dejan de ser útiles.
Citoesqueleto	Conjunto de filamentos proteicos que dan forma a la célula y son los responsables del movimiento celular.
Centríolos	Estructuras cilíndricas, generalmente dos, situadas próximas al núcleo. Colaboran en el reparto de los cromosomas entre las células hijas cuando las células se dividen.
Mitocondrias	Orgánulos con doble capa de membrana. A diferencia de la membrana externa, la membrana interna presenta repliegues y en el líquido interior de la mitocondria hay ribosomas y ADN. En las mitocondrias se produce la respiración celular.

Contesta correctamente las siguientes preguntas.

- ¿Cuáles son las características de las células eucariotas?
- ¿Cuál es la diferencia entre células procariotas y eucariotas?
- ¿De qué tipos de células pueden estar constituidos los seres vivos? **Explica** las características de la célula eucariota.
- ¿Qué elementos se distinguen en el núcleo? ¿Qué relación existe entre el ADN y los cromosomas?

Actividades

Prohibida su reproducción

NUTRICIÓN

Todos los seres vivos cumplen tres funciones vitales: **nutrición**, **relación** y **reproducción**. La nutrición es llevada a cabo en los seres humanos principalmente por dos sistemas: el **sistema digestivo** y el **sistema excretor**.

El **sistema digestivo** permite la **digestión** de los alimentos y la absorción de nutrientes. La **digestión** consiste en la transformación de alimentos hasta convertirlos en nutrientes, y la **absorción** es la incorporación de esos nutrientes desde el sistema digestivo a la sangre para su reparto por todo el organismo. El sistema digestivo está formado por el tubo digestivo y una serie de glándulas accesorias. En el tubo digestivo distinguimos la boca, faringe, esófago, estómago, intestino delgado, intestino grueso y recto. Por su parte, las glándulas están conectadas con el tubo digestivo y son las glándulas salivares, el páncreas y el hígado. Es importante mantener el sistema digestivo lo más saludable posible ya que, si no, podemos contraer ciertas enfermedades o trastornos digestivos como gastritis, hepatitis o úlceras pépticas.

El **sistema excretor** cumple con la función de **eliminar los desechos procedentes del metabolismo celular**. Este sistema está conformado por los riñones, las vías urinarias, los uréteres, la vejiga y la uretra. Igualmente, es importante mantener el sistema excretor en buen estado de salud para evitar vernos afectados por trastornos o enfermedades relacionadas con este sistema, como la insuficiencia renal, la cistitis o la nefritis.



26. **Explica** en qué consisten los siguientes procesos e **Indica** en qué parte y órgano del sistema digestivo tienen lugar.

absorción de nutrientes - deglución - insalivación - digestión estomacal - masticación - digestión intestinal - defecación

27. Explica las diferencias entre el bolo alimenticio, el quimo y el quilo.

28. ¿Por qué crees que es un hábito saludable masticar bien los alimentos? **Justifica** tu respuesta.

29. **Describe** la función de los nutrientes y **pon** un ejemplo.

El concepto de **biotecnología** se refiere al uso de seres vivos o sus componentes para la **elaboración de productos** o **realización de tareas** en beneficio del ser humano. Muchas de las aplicaciones de la biotecnología tienen una relación directa con la alimentación, como la elaboración de pan o productos lácteos; pero también pueden influir en otros campos, como la sanidad, al elaborarse antibióticos y vacunas; o en agricultura, con la creación de pesticidas o la capacidad de controlar plagas.

30. **Identifica** en la siguiente pirámide alimenticia qué alimentos no están bien ubicados. **Indica** cuál sería su ubicación correcta.
31. **Confecciona** un esquema con los principales usos de los microorganismos en biotecnología.
32. **Explica** cuáles son los microorganismos más utilizados en el sector alimentario.
- ¿Cuáles son los principales procesos metabólicos asociados?



1

La base de la vida

CONTENIDOS:

1. El ADN como base de la vida
2. Introducción a la genética molecular
 - 2.1. La replicación del ADN
 - 2.2. La transcripción
 - 2.3. La traducción
3. El control de la expresión génica
 - 3.1. Las mutaciones
 - 3.2. Los cromosomas



Noticia:

En nuestro cuerpo podría haber ADN «atrapado» de otros seres humanos

Peter Kramer, de la Universidad de Padua, Italia, y su colega Paola Bressan acaban de publicar un artículo sobre el extraño fenómeno llamado *microquimerismo*, que es la presencia en el organismo de un reducido número de células originarias de otro individuo y que, por lo tanto, son diferentes genéticamente a las células del individuo huésped. Se conoce poco acerca del tema pero se estima que recogemos ADN diferente, tal vez desde el vientre materno, entre gemelos que intercambian información genética o de un hermano mayor que nos haya dejado ADN en la placenta.

<https://goo.gl/d8CjAN>



Película:

Mutantes

Cada ser humano acumula aproximadamente trescientas mutaciones perjudiciales que afectan a su salud, su forma de pensar y su forma de sentir. Más que ninguna otra especie. ¿Cómo es posible que sobrevivamos con tal cantidad de mutaciones? ¿Cómo las soportamos?

Históricamente, el cómic y sobre todo el cine, nos han transmitido un concepto y una imagen de «mutante» monstruosa. Sin embargo, las mutaciones han sido muy importantes a lo largo de la evolución porque constituyen una de las bases de la selección natural.

<https://goo.gl/EulVz2>



Web:

Melanie Gaydos, una modelo con una mutación genética que dice sentirse bella

Melanie Gaydos es una modelo internacional afincada en Nueva York. Pero no una de tantas: con su impresionante aspecto rompió muchas barreras para hacerse un hueco en el mundo de la moda. «Yo nací con una mutación genética llamada *displasia ectodérmica*, que me afecta al pelo, a los dientes, a la piel y las uñas».

<http://goo.gl/3fHBcX>

EN CONTEXTO:

Lee la noticia anterior y responde.

- ¿Qué es el microquimerismo?
- ¿Por qué es el ADN importante?
- ¿Cómo es posible que un individuo tenga ADN de otro?
- ¿Qué es un superorganismo?

I. EL ADN COMO BASE DE LA VIDA

En la actualidad, sabemos que el **ADN** es la molécula portadora de la **información genética**, pero esto es un conocimiento muy reciente en la historia de la ciencia.

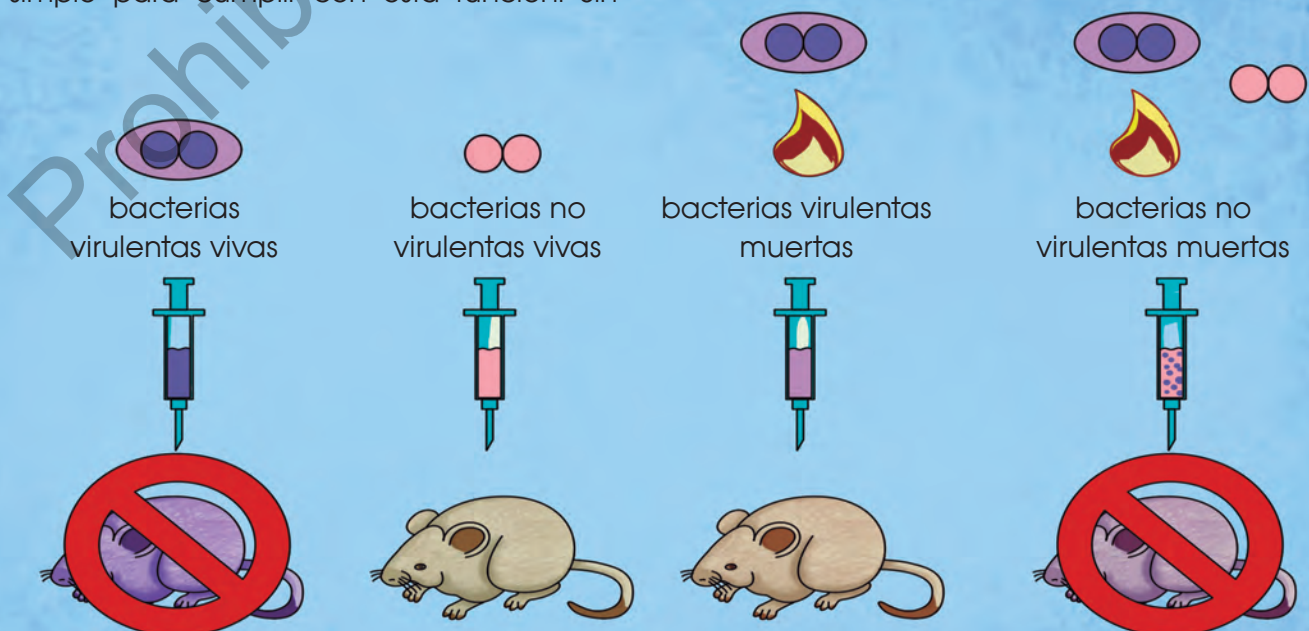
La molécula de ADN fue aislada por primera vez por Friedrich Miescher (Miescher, F. 1871. *Über die chemische Zusammensetzung der Eiterzellen. Medicinisch-chemische Untersuchungen* 45: 30-32) en 1869. Al encontrarse únicamente en los núcleos de las células, a esta sustancia se la llamó *nucleína*. Poco después se descubrió que la nucleína era una molécula ácida, por lo que pasó a llamarse ácido nucleico; y más tarde se denominó **ácido desoxirribonucleico** (ADN) para diferenciarlo del ácido ribonucleico (ARN).

En 1885, el científico alemán Albertch Kossel (Kossel, A. 1885. *Untersuchungen über die Nukleine und ihre Spaltungsprodukte*) consiguió aislar el ADN de las proteínas asociadas a él, siendo capaz de determinar los **nucleótidos** que lo conforman. Estudios posteriores trataron de definir si la información genética se encontraba en las proteínas asociadas al ADN o en el ADN en sí. En principio, se supuso que las proteínas serían las encargadas de transmitir la información ya que eran más complejas, mientras que el ADN, al poseer solo cuatro nucleótidos, sería demasiado simple para cumplir con esta función. Sin

embargo, diversos experimentos realizados a principios del siglo XX demostraron que es el ADN la molécula portadora de la información genética hereditaria.

Uno de los experimentos más destacados en este punto fue el de **Frederick Griffith** (Avery, O.; McLeod, C. & McCarty, M. 1944. *Studies on the Chemical Nature of the Substance Inducing Transformation of Pneumococcal Types: Induction of Transformation by a Desoxyribonucleic Acid Fraction Isolated from Pneumococcus Type III. Journal of Experimental Medicine*. 79: 137-158) quien inyectó diferentes cepas de bacterias en ratones. La cepa S era dañina y mataba al ratón mientras que la cepa R no era virulenta y no mataba al ratón. Griffith comprobó que al calentar la cepa S, esta dejaba de ser dañina y no mataba al ratón. Sin embargo, al mezclar la cepa S calentada (no dañina) con la cepa R (no dañina) el ratón sí moría. Griffith comprobó que esto ocurría porque había una transferencia del ADN de las bacterias de la cepa S a la R.

De esta forma, quedó demostrado que el ADN es el portador de la información genética.



2. INTRODUCCIÓN A LA GENÉTICA MOLECULAR

La información del ADN está codificada en la secuencia de sus bases nitrogenadas. Esta información fluye y se transmite en dos sentidos diferentes:

- A partir del ADN, se obtienen nuevas moléculas de ADN por **replicación**. Este proceso tiene lugar durante la etapa S del ciclo celular y permite la transmisión de la información de célula a célula, mediante la mitosis, y de individuo a individuo, por medio de la reproducción.
- Por **transcripción**, se obtienen moléculas de ARNm que contienen información del ADN. Mediante la **traducción** del ARNm, esta información determina la síntesis de las proteínas.

Este flujo de información constituye **el dogma central de la biología molecular**. Fue publicado en 1970 por Francis Crick y ha sido la base de los grandes avances en el conocimiento de la genética molecular que se han realizado desde entonces. Este dogma central ha sido ampliado posteriormente con dos puntos referentes a los virus:

- **La transcripción inversa:** Algunos virus, llamados *retrovirus*, pueden sintetizar ADN a partir del ARN vírico, mediante la enzima transcriptasa inversa. Este es el caso del virus de la inmunodeficiencia humana (VIH).
- **La replicación del ARN vírico**, que llevan a cabo las enzimas replicasas.

En esta unidad se tratará únicamente el flujo de información que procede del ADN en las células eucariotas y procariotas.

El siguiente esquema muestra, de manera general, la replicación, la transcripción y la traducción en una célula eucariota.

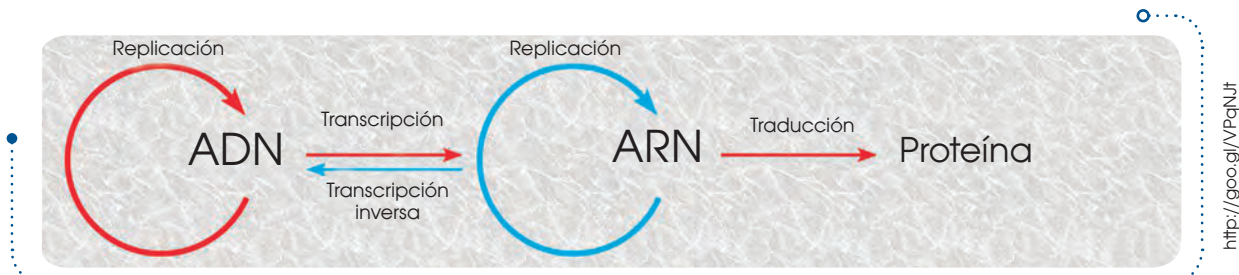
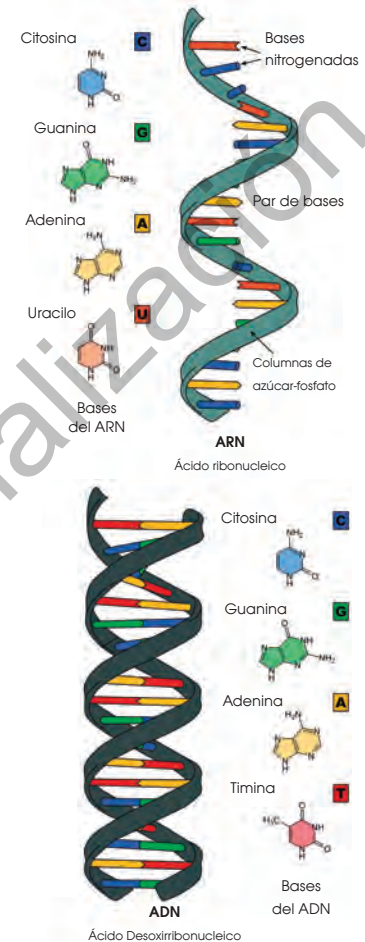
Flujo de información a partir del ADN en la célula eucariota

- Dentro del núcleo celular se produce la replicación del ADN y la transcripción para obtener moléculas de ARNm a partir del ADN.
- La traducción tiene lugar en los ribosomas del citoplasma. Una vez sintetizadas, las proteínas inician su actividad dentro de la célula.
- La replicación, la transcripción y la traducción están controladas por un conjunto de enzimas muy específicas que llevan a cabo una función extraordinariamente precisa.

Ahora veremos los mecanismos que hacen posible este flujo de información.

Y TAMBIÉN:

Las uniones (estables o temporales) entre dos cadenas de ácido nucleico se establecen por complementariedad de bases.



<http://goo.gl/VPqNjT>

2.1. La replicación del ADN

Mediante la **replicación**, se obtienen dos copias idénticas a partir de una doble cadena inicial de ADN.

Francis Crick y James Watson (Watson, J. & Crick, F. 1953. A structure for deoxyribose nucleic acid. *Nature* 171: 737-738), al mismo tiempo que dedujeron la estructura del ADN, propusieron un mecanismo para la replicación de esta molécula. Teniendo en cuenta la importancia de la conservación de la secuencia de bases original, consideraron posible que las dos cadenas de la doble hélice se separasen y cada una sirviese de molde para la síntesis de otra complementaria. De este modo, se obtendrían dos dobles hélices, cada una con una cadena vieja, o parental, y otra cadena nueva, o hija. Los trabajos experimentales posteriores confirmaron esta hipótesis, denominada **semiconservativa**.

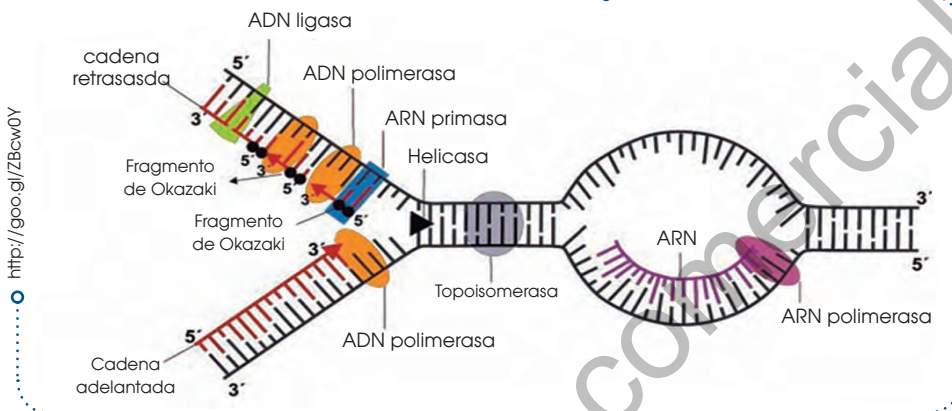


<http://goo.gl/YKbk4y>

Rosalind Franklin
(Londres, 1920-1958)

Biofísica y cristalógrafa inglesa especializada en la interpretación de estructuras moleculares y celulares a partir de fotografías obtenidas por difracción de rayos X.

Las imágenes del ADN obtenidas por esta científica, junto con sus primeras interpretaciones de estas, fueron determinantes para la elaboración de la teoría de la estructura del ADN que más tarde propusieron Watson y Crick.

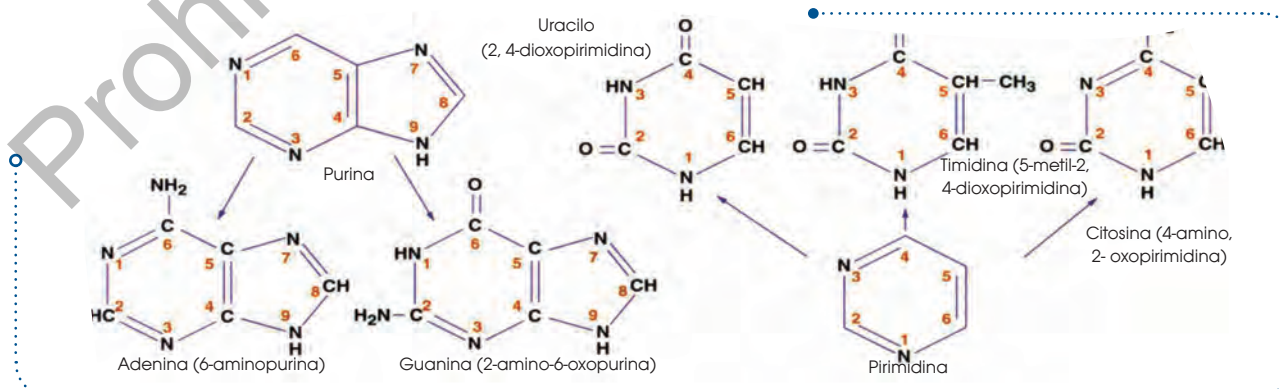


<http://goo.gl/ZBcw0Y>

La replicación del ADN tiene lugar mediante una reacción de síntesis:



- A partir de uno o diversos (n) desoxirribonucleótidos monofosfato (dNMP) de la cadena en formación, se produce la incorporación de un desoxirribonucleótido trifosfato (dNTP).
- De esta unión se desprende pirofosfato inorgánico (PP_i) y se obtiene una cadena con un desoxirribonucleótido más, incorporado al fragmento inicial (n + 1).



<http://goo.gl/wUUn8>

La reacción de unión de los nucleótidos es reversible, pero se ve favorecida en el sentido de la síntesis, ya que el PP_i es rápidamente degradado.

En la replicación del ADN intervienen las siguientes enzimas:

- **ADN polimerasas (ADN pol)**, enzimas con dos funciones distintas:
 - Tienen **actividad polimerasa**; es decir, catalizan la unión de nucleótidos en la cadena de ADN.
 - Tienen **actividad exonucleasa**; es decir, catalizan la rotura de los enlaces entre los nucleótidos cuando las moléculas tienen un extremo libre.
- **ARN polimerasas (ARN pol)**: Enzimas que catalizan la formación de cadenas de ARN.
- **Topoisomerasas y girasas**: Enzimas que adaptan la estructura espacial de la doble hélice a las necesidades del proceso de síntesis.
- **Ligasas**: Sellan las uniones entre fragmentos de cadenas.

El proceso de replicación se conoce detalladamente en procariotas, en especial en el caso de la bacteria *Escherichia coli*.

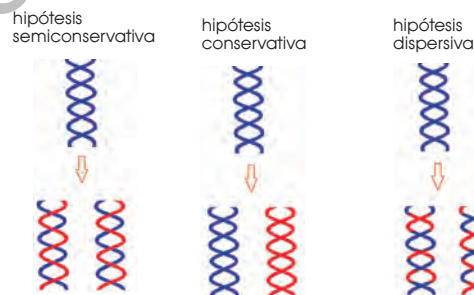


<http://goo.gl/D3Vbz>

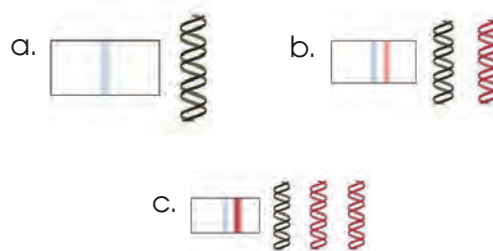
1. **Lee** la siguiente información e indica por qué sabemos que la replicación del ADN es semiconservativa.

En 1958, Meselson y Stahl investigaban de qué modo tenía lugar la replicación del ADN. Contemplaban tres posibilidades: Estos dos científicos trabajaron con la bacteria *Escherichia coli* y medios de cultivo ricos en N^{14} o en N^{15} para poder «marcar» diferentes tipos de cadenas. Aplicaron la técnica de la ultracentrifugación en gradiente de cloruro de cesio para poder distinguir moléculas que contenían N^{14} y N^{15} , es decir, moléculas ligeras y moléculas pesadas. Cultivaron las bacterias en N^{15} y las incubaron para que en sucesivas divisiones celulares, estas bacterias incorporasen en su ADN este marcaje. Así, obtuvieron una población de bacterias que contenía cadenas de ADN pesadas por la incorporación del N^{15} . Al extraer y ultracentrifugar el ADN, se observaba una banda característica (a).

- Transfirieron las bacterias a un medio con N^{14} y, por tanto, menos pesado. Las incubaron el tiempo suficiente para que se dividieran una sola vez. La ultracentrifugación del ADN dio un nuevo patrón de bandas (b).



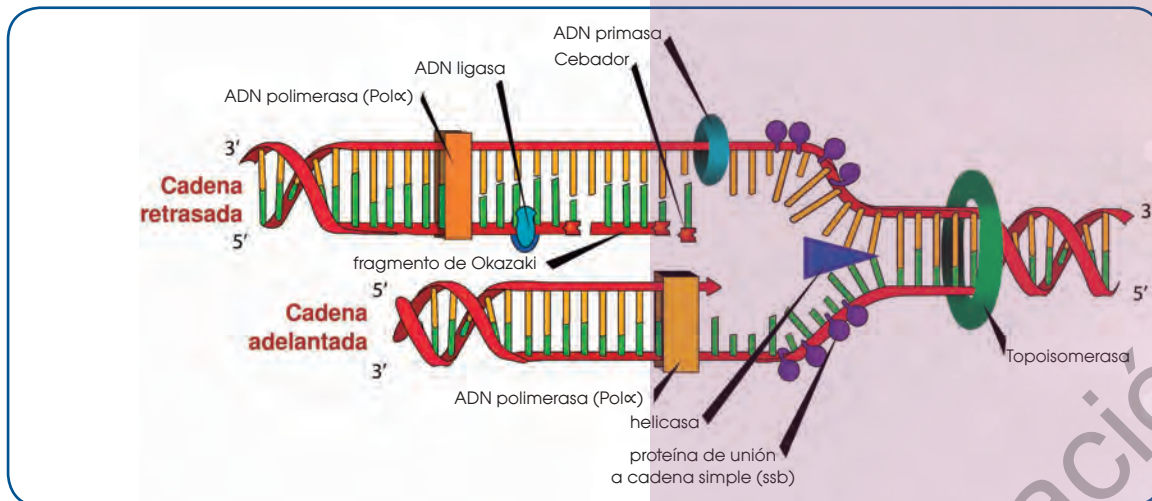
<http://goo.gl/A18VNW>



- Dejaron que se divadiesen diversas generaciones y repitieron la ultracentrifugación. El patrón obtenido se observa a la derecha (c).

<https://goo.gl/aqlr5d>

Actividad



Replicación en procariontes

Se han identificado tres tipos de ADN polimerasas:

- **ADN pol I**, que actúa con:

- Actividad polimerasa, catalizando la unión de nucleótidos en sentido 5' 3'.
- Actividad exonucleasa en sentido 5' 3' y en sentido 3' 5'.

- **ADN pol II**, que presenta:

- Actividad polimerasa en sentido 5' 3'.
- Actividad exonucleasa en sentido 3' 5'.

- **ADN pol III**, que actúa con:

- Actividad polimerasa en sentido 5' 3'.
- Actividad exonucleasa en sentido 3' 5'.

Cada enzima interviene en diversas fases del proceso, el cual se inicia del modo siguiente:

- Existe un punto de la doble hélice en el que se ha de iniciar la replicación. A este punto lo conocemos como **origen de replicación (O)**.

A partir del origen de replicación, se formará una **horquilla de replicación** en la que el ADN modifica su estructura espacial. En la formación de la horquilla intervienen:

—Las enzimas **topoisomerasas** como, por ejemplo, la girasa, que desespiralizan el ADN.

—Las **helicosas**, que separan las dos cadenas

de la doble hélice.

—Un grupo de proteínas llamadas **SSB** (*single strand-binding*), que estabilizan cada una de las cadenas sencillas.

- Se inicia la síntesis del nuevo ADN y la horquilla va progresando y se ensancha hacia los lados.

El proceso se desarrolla venciendo dos dificultades:

—Las ADN pol no pueden iniciar la síntesis de ADN sin un fragmento preexistente de cadena.

—Las ADN pol solo pueden incorporar nucleótidos a la cadena en sentido 5' 3', ya que la reacción necesita extremos 3' libres.

Estas limitaciones hacen que la síntesis de las dos cadenas hijas se desarrolle de manera diferente, según se trate de la cadena **con-
ductora** o bien de la cadena **retardada**.

Veamos, a continuación, el proceso distinguiendo la síntesis del ADN a partir de la cadena conductora y a partir de la cadena retardada.

- **Síntesis a partir de la cadena conductora**

El primer paso es la formación de un segmento de cadena que permita la actividad de la ADN pol.

—La **ARN pol** es capaz de catalizar la unión de ribonucleótidos sin necesidad de la existencia de cadenas ya

iniciadas. Por ello, esta enzima, también denominado *primasa*, sintetiza un fragmento de molécula de ARN que lo conocemos como *cebador*.

—A continuación, la **ADN pol III** alarga este fragmento inicial polimerizando la unión de desoxirribonucleótidos según la ley de complementariedad de bases: la adenina es complementaria de la timina, y la citosina, de la guanina.

—Después, la **ADN pol I** actúa como exonucleasa en sentido 5' 3' y elimina el cebador, a la vez que actúa como polimerasa y llena el vacío con desoxirribonucleótidos.

—A continuación, la **ligasa** sella la unión entre los dos fragmentos de ADN.

- **Síntesis a partir de la cadena retardada.** Paralelamente al proceso anterior, la cadena retardada sirve de molde para la síntesis de su complementaria.

Pero, en tal caso, la necesidad de extremos 3' libres de la ADN pol III origina un mecanismo diferente:

- La **primasa** sintetiza diversos cebadores.
- La **ADN pol III** alarga los fragmentos de

cebador incorporando nucleótidos en sentido 5' 3'. Estos pequeños fragmentos tienen entre 1000 y 2000 nucleótidos de longitud y los denominamos **fragmentos de Okazaki**, el nombre de su descubridor.

—Posteriormente, la **ADN pol I** sustituye los cebadores por desoxirribonucleótidos.

—Por último, la **ligasa** sella las uniones entre los fragmentos independientes para constituir una cadena sin discontinuidades.

Cuando se habla de modificaciones en las cadenas de ADN (alargamiento o acortamiento) en sentido 5' 3' (desde 5' hasta 3'), significa que el extremo 5' no se altera y la modificación tiene lugar en el extremo 3'.

Si la modificación es en sentido 3' 5', el extremo 3' no se altera y la modificación tiene lugar en el extremo 5'.

Actividad polimerasa
5' 3'



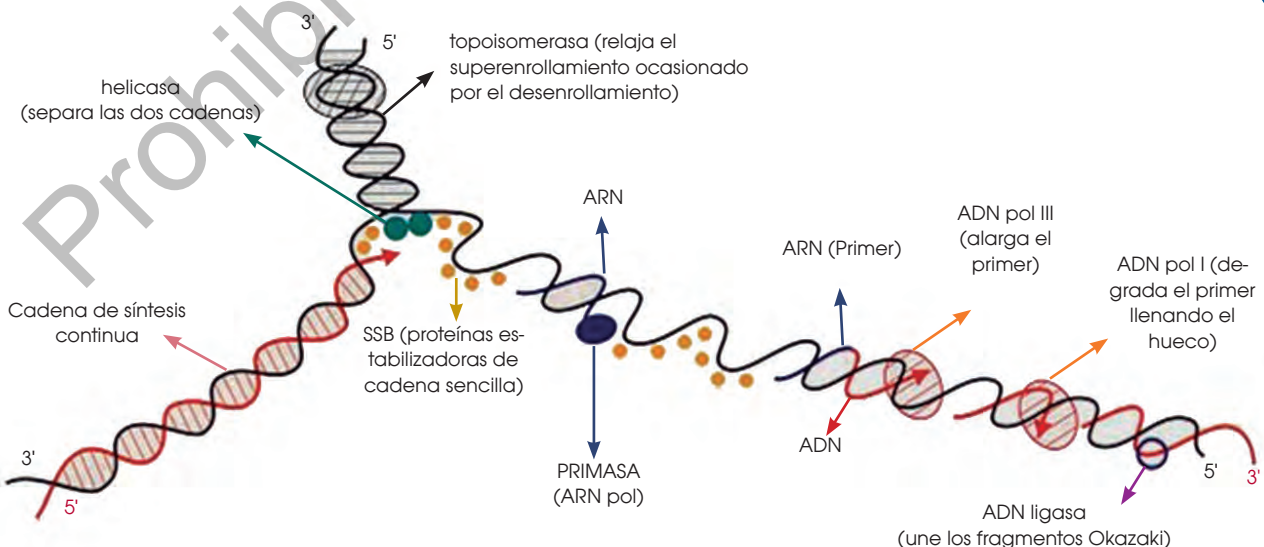
Actividad exonucleasa
5' 3'



Actividad exonucleasa
3' 5'



<http://goo.gl/wyqu0S>

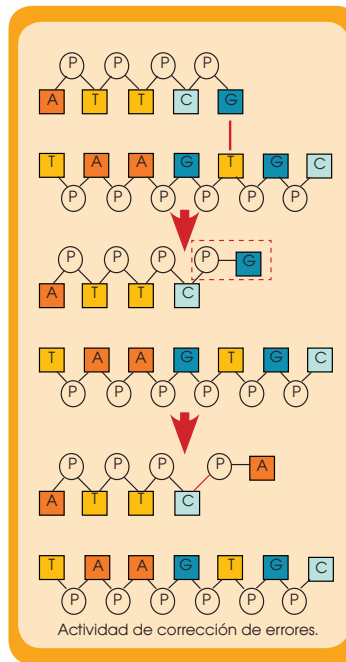


<https://goo.gl/cHcY1S>

La síntesis a partir de la cadena conductora se produce con **un solo cebador** y ocurre de manera **continua**.

En cambio, la síntesis a partir de la cadena retardada se produce con **numerosos cebadores** y, además, es **discontinua**.

Mientras se van incorporando los nucleótidos a las cadenas en formación, la ADN pol I recorre las cadenas para comprobar que los nuevos nucleótidos se emparejan correctamente con sus complementarios.



cio de la replicación a lo largo de cada cromosoma, lo cual permite acelerar el proceso. Por ello, se forman numerosas horquillas de replicación.

- Los fragmentos de Okazaki tienen una extensión menor que en las células procariotas, aproximadamente entre cien y doscientos nucleótidos.

- El ADN de las células eucariotas no está cerrado sobre sí mismo, como el de las células procariotas, sino que es lineal. Tal y como hemos indicado en el apartado anterior, al eliminar los ARN cebadores de los extremos de las cadenas quedaría una cadena incompleta.

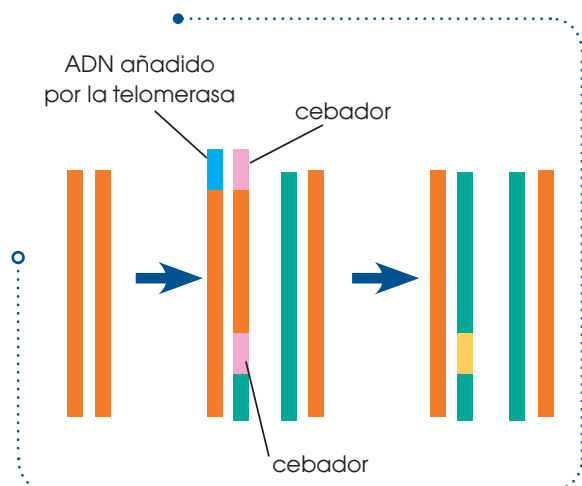
La enzima **telomerasa** alarga los extremos de los cromosomas para evitar la pérdida de material genético durante la replicación.

En caso de que se produzca un emparejamiento erróneo, la ADN pol I detiene la síntesis y, con su actividad exonucleásica 3' 5', corta el enlace del nucleótido erróneo a la cadena y coloca el nucleótido adecuado.

Replicación en eucariotas

En los organismos eucariotas, la replicación del ADN presenta numerosas coincidencias respecto a la replicación en los procariotas. No obstante, existen diferencias destacables:

- El proceso previo al inicio de la replicación requiere el desempaquetamiento de estructuras espaciales más complejas que en el caso de las procariotas.
- Las células eucariotas contienen mucho más ADN que las procariotas. Por este motivo, existen numerosos puntos de ini-



2. A partir del proceso de replicación del ADN en procariotas y de las características propias de la replicación en eucariotas:

- **Describe** detalladamente los diversos procesos que se dan durante la replicación en los eucariotas. **Sigue** este esquema:

- Enzimas que intervienen

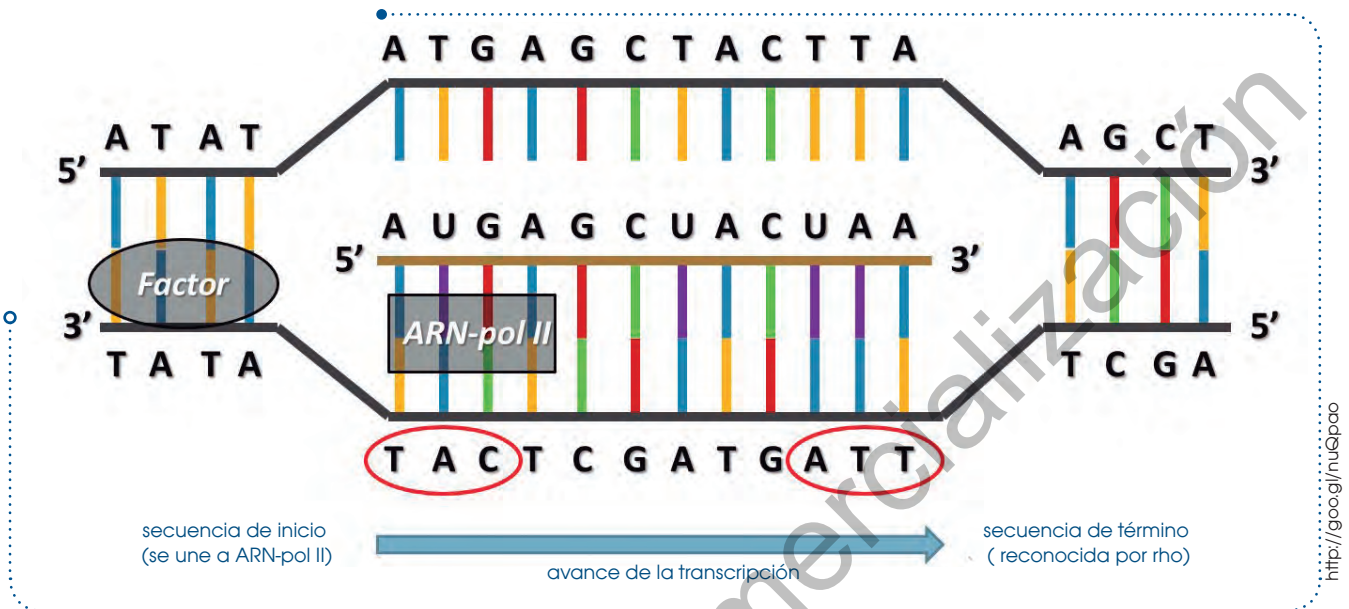
- Inicio de la replicación
- Diferencias entre cadena conductora y cadena retardada
- Acción de la enzima telomerasa
- **Acompaña** la descripción con dibujos esquemáticos.

Actividad

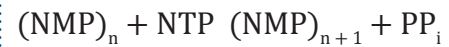
2.2. La transcripción

La **transcripción** es el proceso por el que se sintetizan moléculas de ARN complementarias a una de las dos cadenas de una doble hélice de ADN.

Durante la transcripción, la secuencia de bases del ADN determina la incorporación de los ribonucleótidos.



La transcripción de ADN a ARN es una reacción de síntesis:



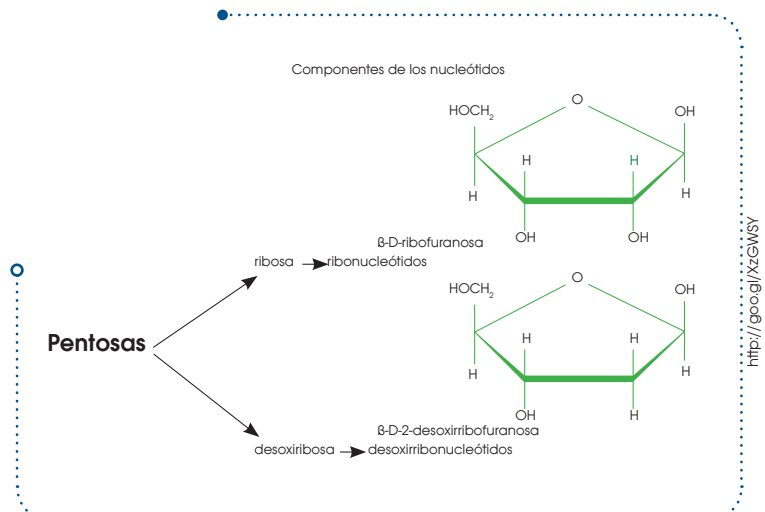
- A partir de uno o varios (n) ribonucleótidos monofosfato (NMP) de la cadena en formación, se produce la incorporación de un ribonucleótido trifosfato (dNTP).
- De esta unión se desprende pirofosfato inorgánico (PPi) y se obtiene una cadena con un ribonucleótido más, incorporado al fragmento inicial (n + 1).

- La incorporación de ribonucleótidos en sentido 5' 3'. Como ya hemos visto, a diferencia de la ADN pol, esta enzima cataliza la unión de los ribonucleótidos sin necesidad de cebador.

Los ribonucleótidos que intervienen en la reacción son los correspondientes a las bases adenina, citosina, guanina y uracilo. La adenina del ADN es complementaria de la base uracilo, en el ARN.

La principal enzima responsable de la transcripción es la **ARN polimerasa (ARN pol)**, que participa en dos procesos diferentes:

- La separación de las dos cadenas de la doble hélice.



La transcripción en procariotas

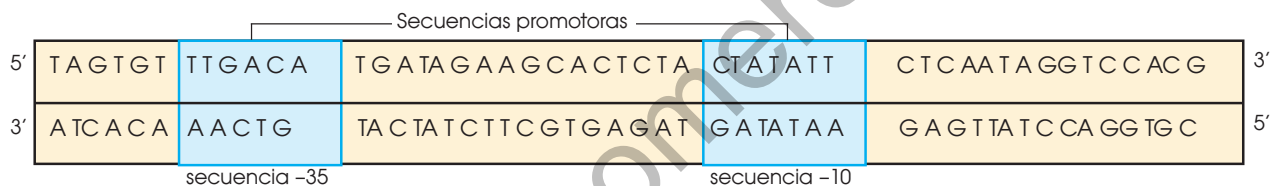
En procariotas, la transcripción se lleva a cabo bajo el control de una sola ARN pol. En este proceso suelen distinguirse tres fases: inicio, elongación y terminación.

Inicio

En la cadena de ADN hay unas secuencias especiales que reciben el nombre de **secuencias promotoras** o **promotores**.

Estas secuencias se sitúan antes del primer nucleótido que debe ser transcrito y que identificaremos como nucleótido +1. Las secuencias promotoras suelen situarse, aproximadamente, centradas en la posición -35 y -10, anteriores al nucleótido +1.

La secuencia de nucleótidos de los promotores depende de cada organismo, pero en *Escherichia coli* se han observado coincidencias importantes: en general, la secuencia -35 corresponde a una combinación de nucleótidos similar a **TGACA**, y la secuencia -10 se corresponde habitualmente con la secuencia **TATAT**.



La ARN pol se asocia a una subunidad proteica conocida como *subunidad sigma* y reconoce la secuencia -35, a la que se une.

Esta unión facilita la posterior unión del enzima a la secuencia -10, mucho más próxima al inicio de la transcripción.

A continuación, se desprende la subunidad sigma. En ese momento, la ARN pol se encuentra en la posición correcta para separar las dos cadenas de ADN e iniciar la transcripción a partir del nucleótido +1.

Elongación

A partir de la unión correcta de la ARN pol, esta enzima inicia la síntesis con la incorporación del primer ribonucleótido, según la norma de complementariedad de bases.

La síntesis progresa en sentido 5' 3' y el ARN se mantiene unido al ADN en un pequeño fragmento de unos veinte a treinta nucleótidos a partir del extremo en crecimiento.

Y TAMBIÉN:



Se han analizado numerosas secuencias promotoras de genes de bacterias y de virus.

Para la **secuencia -35**, se han encontrado diversas posibilidades, como TTGTCA, TTGCAT, TTGTAA o bien TTGACT.

Pero la que se encuentra más a menudo es TTGACA.

Para la **secuencia -10**, también hay una cierta variedad: TAGATT, TATAAT, TAGCTT o TAAAAT, pero la más frecuente es TATATT.

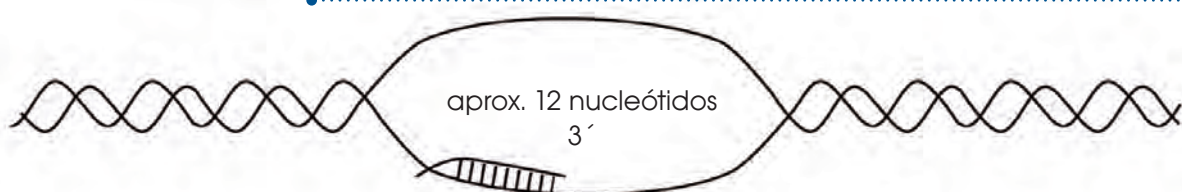
Las semejanzas en este tipo de secuencias refuerzan la teoría de un origen común para todos los seres vivos.

El tamaño del material genético

Se ha establecido el par de bases (pb) como unidad de medida del ADN y del ARN. Un pb de un ácido nucleico de doble cadena corresponde al espacio ocupado por dos nucleótidos opuestos y complementarios de esta cadena. Así, la secuencia de ADN de la ilustración de esta página tiene un tamaño de 50 pb.

En el caso de los ácidos nucleicos de una sola cadena, como el ARNm, la medida solo hace referencia al espacio de cadena ocupado por un nucleótido.

La secuencia de ARNm representada en la misma ilustración tiene un tamaño de 9 pb. 1000 pb = 1 Mb.



Durante la transcripción, solo se transcribe una cadena sencilla del ADN, la cadena molde. La otra se llama *codificadora*.

No todas las secuencias molde están en la misma cadena. Por ello, hay genes que se transcriben a partir de una cadena, mientras que otros tienen su molde en la cadena contraria.

El resto de la cadena en crecimiento se disocia tanto de la enzima como del ADN.

La transcripción se desarrolla de manera continua, pero con velocidad variable, ya que, en ocasiones, la formación de estructuras espaciales, tanto en el ADN como en el ARN, puede dificultar el avance de la ARN pol.

Suelen transcribirse entre veinte y cincuenta nucleótidos cada segundo.

Terminación

Es posible que existan diversos mecanismos para indicar el fin de la transcripción.

Algunos de estos mecanismos se relacionan con la formación de bucles en la molécula de ARN que impiden el progreso de la ARN pol y provocan el desprendimiento del ADN.

Es el caso de las secuencias de terminación formadas por dos fragmentos de ADN próximos, que contienen secuencias complementarias entre ellas.

Al transcribirse estas secuencias, se produce complementariedad interna en la molécula de ARN en formación y, por tanto, aparecen bucles que obligarían a finalizar la síntesis de ARN.

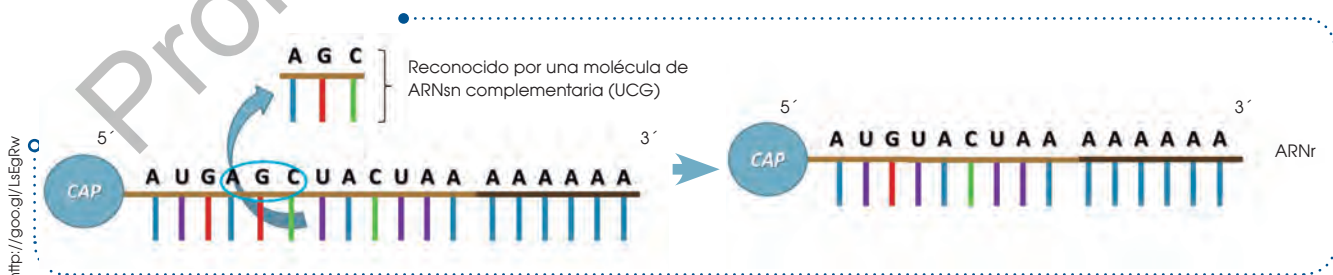
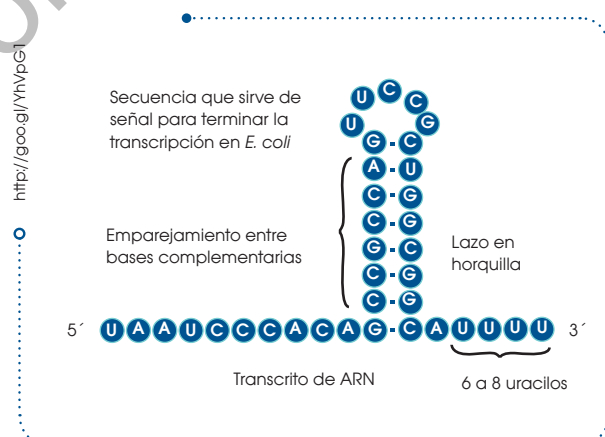
La transcripción en eucariotas

Durante el proceso, podemos distinguir las mismas fases que en procariotas, pero con algunas particularidades.

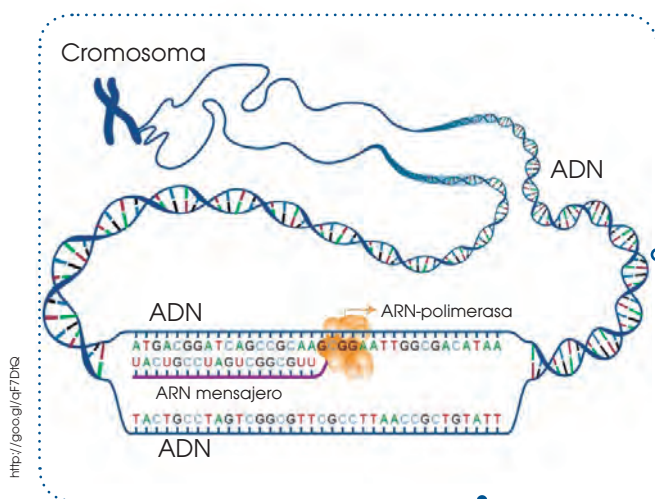
Inicio

En eucariotas, las **secuencias promotoras** o **promotores** se sitúan, aproximadamente, en la posición -25, o sea, a unos veinticinco nucleótidos del lugar de inicio de la síntesis de ARN.

Esta secuencia ha sido identificada para numerosos genes y en numerosas especies, y observamos una elevada coincidencia en la secuencia TATA; por este motivo, la llamamos **caja TATA** (TATA box).



Las proteínas llamadas **factores de transcripción** (TF, del inglés *transcription factors*) identifican las cajas TATA y se unen a ellas para facilitar la ubicación correcta de la ARN pol sobre la cadena de ADN. A continuación, se inicia la síntesis de ARN a partir del nucleótido +1.



En las células eucariotas, hay tres clases de ARN polimerasas especializadas en la síntesis de diferentes tipos de ARN:

- La **ARN pol** interviene en la síntesis de las subunidades grandes de los ribosomas.
- La **ARN pol II** es la responsable de la síntesis de los precursores de los ARN mensajeros (ARNm), que se traducirán a proteínas.
- La **ARN pol III** controla la síntesis de los ARN de transferencia (ARNt) y de las subunidades pequeñas de los ribosomas.

Generalmente, cada ARN pol identifica unos factores de transcripción específicos. Ahora, seguiremos la descripción del proceso en el caso de la síntesis de un ARNm.

A pesar de que los detalles del proceso no son del todo conocidos, posiblemente la misma ARN pol II provoca un cambio de conformación en el ADN que permite el acceso a una de las dos cadenas para copiarla, y se inicia la síntesis de ARN.

Elongación

La ARN pol II va recorriendo la doble hélice y utiliza como molde una de las dos cadenas.

Esta cadena se va leyendo desde el extremo 3' hacia el 5'.

Al mismo tiempo, se van uniendo los ribonucleótidos, uno tras otro, y la cadena va creciendo en sentido 5' 3'.

Los ribonucleótidos se sitúan según la ley de complementariedad de bases, teniendo en cuenta que el ribonucleótido complementario de la adenina del ADN es el uracilo en el ARN. A medida que se va desprendiendo la cadena de ARNm precursor acabada de sintetizar, el ADN recupera su estructura espacial normal.

Terminación

La terminación se produce de modo similar al mecanismo que hemos descrito para las células procariotas. Al ARNm precursor resultante la llamamos **transcrito primario**.

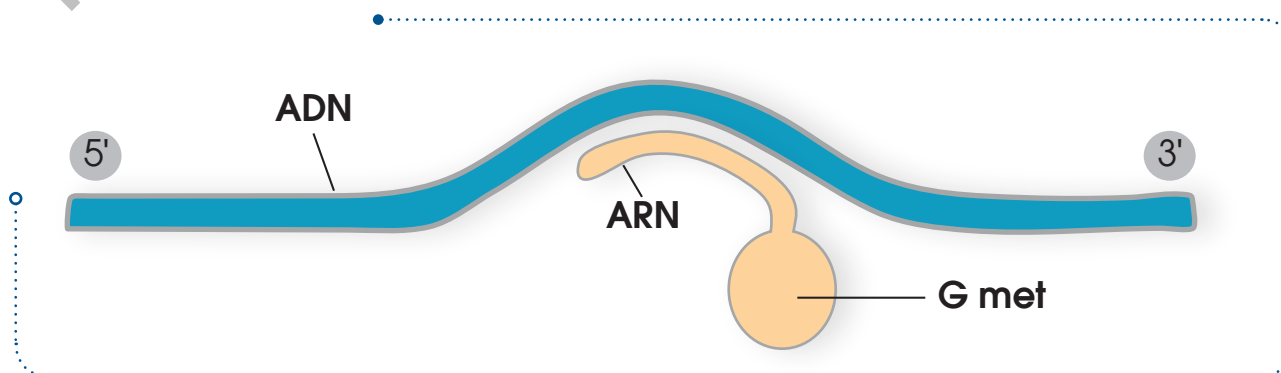
El proceso de síntesis de los otros ARN también se lleva a cabo de un modo parecido. No obstante, el transcrito primario sufre una serie de modificaciones que describimos a continuación.

Modificaciones postranscripcionales del ARN

Las principales modificaciones en el transcrito primario tras su síntesis son:

- **Incorporación de una capucha:** Por el extremo 5', el transcrito primario incorpora un nucleótido de guanina metilado, que actúa como protección para evitar que el ARN sea degradado por enzimas especializadas en la destrucción de estas moléculas.

Esta capucha se añade poco después de la síntesis del extremo 5' y mucho antes de finalizar la transcripción.

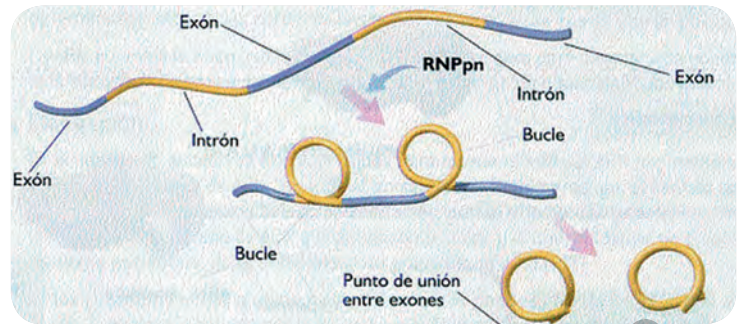


- **Incorporación de una cola:** En el extremo 3' se añade una cadena de entre cien y doscientos nucleótidos de adenina, que llamamos **cola de poli-A**.

Esta cola puede tener como finalidad proteger también este extremo de la molécula frente a la degradación enzimática. Además, es posible que intervenga en el paso del ARNm hacia el citoplasma.

La cola de poli-A se añade al finalizar completamente la transcripción, después de que el transcrito primario se haya desprendido del ADN y de la ARN pol II. Solo los ARN transcritos a partir de la ARN pol II tienen capucha y cola.

- **Eliminación de los intrones:** Los genes eucariotas para ARN contienen dos tipos de secuencias:
 - **Exones:** Secuencias codificadoras que darán lugar a la incorporación de aminoácidos durante la síntesis de proteínas.
 - **Intrones:** Secuencias no codificadoras que no llegan a traducirse en aminoácidos.

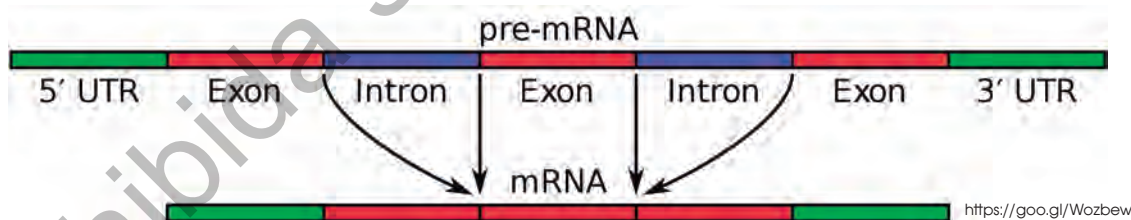


<http://goo.gl/kuDXIM>

El transcrito primario contiene las secuencias de los exones y las de los intrones. Para que el mensaje que contiene el ARN pueda transformarse en la proteína correcta, es preciso que se eliminen las secuencias correspondientes a los intrones.

Este proceso de **maduración** tiene lugar mediante una reacción de corte y unión (ARN *splicing*).

- A lo largo de la cadena de ARN transcrito, se forman bucles correspondientes a los intrones.
- Diversas enzimas producen el corte de estas secuencias y la unión entre los exones.
- El resultado del *splicing* es el ARNm.



<https://goo.gl/Wozbew>

A continuación, el ARNm se desplaza hacia el citoplasma para la síntesis de proteínas. Este transporte se produce gracias al reconocimiento específico por parte de proteínas situadas en los poros de la envoltura nuclear que, mediante transporte activo, permiten el paso del ARNm.

El ARNr y el ARNt, transcritos mediante las enzimas ARN pol I y ARN pol III, experimentan un proceso de maduración algo diferente, que

incluye la adquisición de su configuración espacial correcta. Posteriormente, salen al citoplasma e intervienen, también, en la síntesis de proteínas.

La existencia de intrones y exones permite a las células la síntesis de más de una proteína a partir de una única secuencia de ADN. Este fenómeno es conocido como *splicing alternativo*.

Prohibida su reproducción

2.3. La traducción

El ciclo celular es el conjunto de etapas por las que pasan todas las células durante las cuales la célula crece aumentando su tamaño y su número de orgánulos y, por último, se divide para originar dos células más pequeñas.

Es el proceso mediante el cual a partir del ARNm se sintetiza una proteína. Tiene lugar de manera similar en procariotas y en eucariotas. Describiremos la traducción tomando como ejemplo una célula eucariota. El proceso se inicia a partir de:

- Un **ARNm** procedente de la maduración del transcrito primario.
- **Ribosomas** libres en el citoplasma con su configuración correcta.
- **ARNt** unidos a los diferentes **aminoácidos**.

Este proceso se considera una verdadera traducción, ya que el mensaje, contenido en el ARNm a partir de una copia del ADN, se **traduce** en una secuencia de aminoácidos. El **código genético** es la clave que permite interpretar el mensaje.

El código genético

El **código genético** es la correspondencia que se establece entre cada grupo de tres nucleótidos consecutivos de la cadena de ARNm y un aminoácido. A estos grupos de tres nucleótidos o tripletes, los llamamos **codones**. El código genético es **universal**; es decir, en todos los seres vivos, cada triplete codifica para el mismo aminoácido. En esta tabla podemos ver las correspondencias entre codones y aminoácidos.

Además, se dice que está **degenerado**, ya que existen 64 posibles tripletes y solo 20 aminoácidos diferentes, es decir, hay aminoácidos que están codificados por más de un triplete. Existen unos tripletes especiales:

- AUG, que codifica para metionina y corresponde al inicio de la síntesis.
- UAA, UGA y UAG, que determinan el fin de la síntesis.

La diferencia más destacable entre el proceso de síntesis de proteínas en procariotas y en eucariotas se debe a que, en los organismos procariotas, tanto la transcripción como la traducción tienen lugar en el único compartimento que contiene la célula: el **citoplasma**. Además, ambos procesos acontecen de manera casi **simultánea**.

En los organismos eucariotas, el proceso tiene lugar en dos compartimentos diferentes y no son simultáneos: la transcripción se produce en el interior del **núcleo**; la traducción es posterior y se produce en el **citoplasma**.

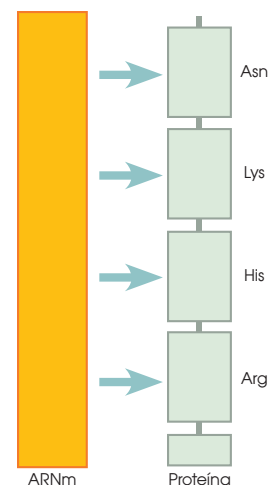
Y TAMBIÉN:



Símbolos usados para la representación de los aminoácidos

Ala — Alanina	Leu — Leucina
Arg — Arginina	Lys — Lisina
Asn — Asparagina	Met — Metionina
Asp — Aspartato	Phe — Fenilalanina
Cys — Cisteína	Pro — Prolina
Gln — Glutamina	Ser — Serina
Gl — Glutamato	Thr — Treonina
Gly — Glicina	Trp — Triptófano
His — Histidina	Tyr — Tirosina
Ile — Isoleucina	Val — Valina

	Segunda base del codón				
	U	C	A	G	
Primera base del codón	UUU Phe	UCU Ser	UAU Tyr	UGU Cys	U
	UUC Phe	UCC Ser	UAC Tyr	UGC Cys	C
	UUA Leu	UCA Ser	UAA Stop	UGA Stop	A
	UUG Leu	UCU Ser	UAG Stop	UGG Trp	G
	CUU Leu	CCU Pro	CAU His	CGU Arg	U
	CUC Leu	CCC Pro	CAC His	CGC Arg	C
	CUA Leu	CCA Pro	CAA Gln	CGA Arg	A
	CUG Leu	CCG Pro	CAG Gln	CGG Arg	G
	AUU Ile	ACU Thr	AAU Asn	AGU Ser	U
	AUC Ile	ACC Thr	AAC Asn	AGC Ser	C
	AUA Ile	ACA Thr	AAA Lys	AGA Arg	A
	AUG Met	ACG Thr	AAG Lys	AGG Arg	G
	GUU Val	GCU Ala	GAU Asp	GGU Gly	U
	GUC Val	GCC Ala	GAC Asp	GGA Gly	C
	GUA Val	GCA Ala	GAA Glu	GGA Gly	A
	GUG Val	GCG Ala	GAG Glu	GGG Gly	G
					Tercera base del codón



A continuación, describiremos las distintas fases del proceso de traducción y síntesis de una proteína a partir del ARNm correspondiente.

Unión de los aminoácidos a los ARNt

La figura de la derecha representa la forma habitual que adquieren las moléculas de ARNt. En esta estructura, distinguimos una región especial que contiene un triplete llamado **anticodón**. Esta secuencia es específica para cada aminoácido y determina la unión entre cada ARNt y un aminoácido, para formar un aminoacil-ARNt.

La unión está catalizada por un conjunto de enzimas que reciben el nombre de **aminoacil-ARNt sintetetas**.

Existe una enzima aminoacil-ARNt sintetasa para cada aminoácido; son, por lo tanto, enzimas con una función muy especializada, ya que reconocen cada aminoácido y lo unen específicamente al extremo 3' del ARNt que contiene el anticodón correspondiente.

Ensamblaje del complejo de iniciación

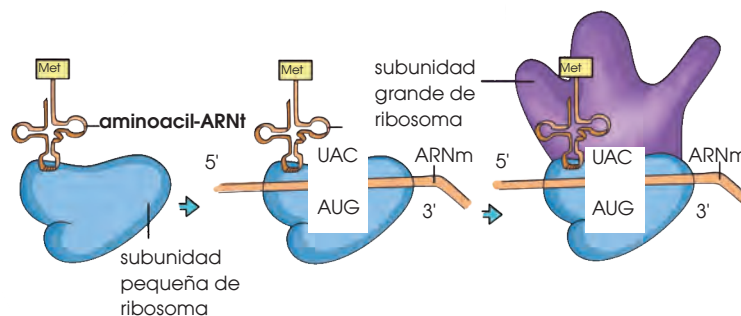
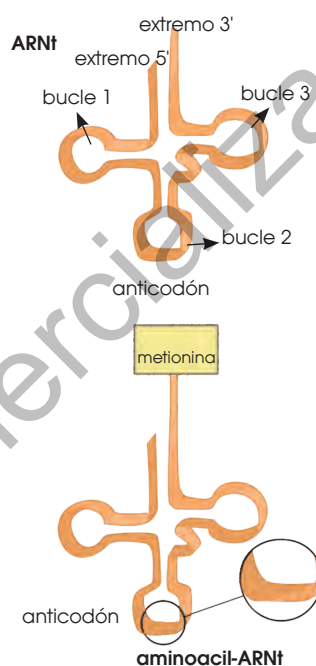
El complejo de iniciación está formado por un ribosoma, el aminoacil-ARNt correspondiente al primer aminoácido, y el ARNm que se tiene que traducir.

La unión de los diferentes componentes tiene lugar de este modo:

- El ARNt que transporta el aminoácido metionina se une a la subunidad pequeña del ribosoma.
- El extremo 5' del ARNm que contiene el codón correspondiente a metionina (AUG) se une también a la subunidad pequeña del ribosoma. El ARNm se «leerá» en sentido 5' 3'.
- En esta posición quedan enfrentados el anticodón del aminoacil-ARNt y el codón del ARNm. Para que el proceso se inicie correctamente, los dos tripletes tienen que ser complementarios: UAC en el anticodón del ARNt y AUG en el codón del ARNm.

—Al complejo recién formado se une la subunidad grande del ribosoma. En ese momento queda constituido el complejo de iniciación.

Todas las interacciones moleculares que hacen posible la formación de este complejo son favorecidas por la acción de un conjunto de proteínas llamadas **factores de iniciación**.



Y TAMBIÉN:

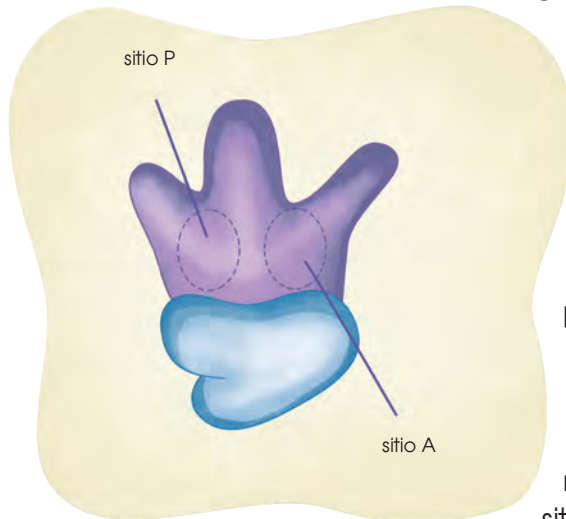


Hay una gran especificidad entre cada ARNt y el aminoácido al que se ha de unir; también hay especificidad entre el codón del ARNm y el anticodón del aminoacil-ARNt.

En cambio, no existe ninguna especificidad entre el ARNm y los ribosomas. Cualquier ARNm puede ser traducido en cualquier ribosoma.

Elon-

gación de la cadena de aminoácidos



A partir de la formación del complejo de iniciación, distinguimos en el ribosoma dos **sitios activos**:

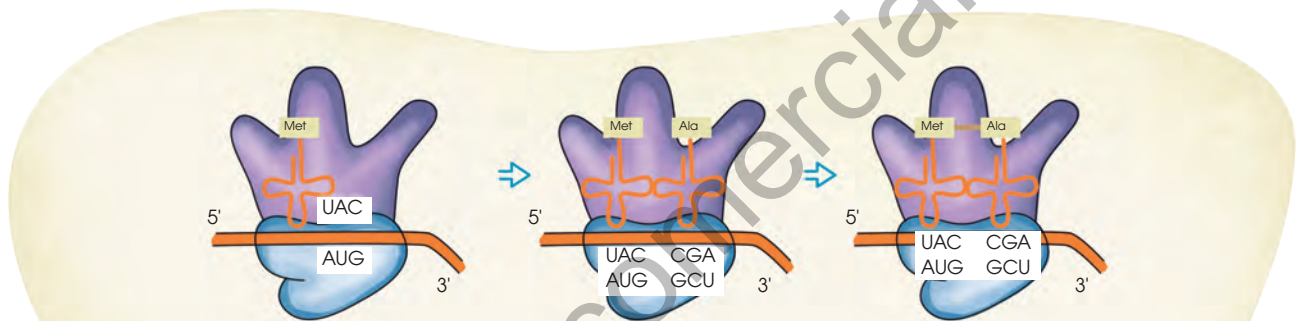
—El sitio P, o sitio de unión del peptidil-ARNt (el ARNt unido al péptido en crecimiento).

—El sitio A, o sitio de unión del aminoacil-ARNt.

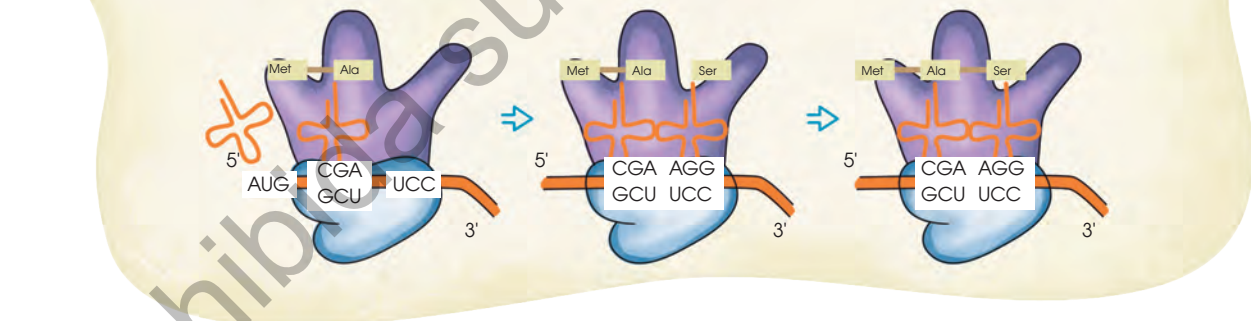
Al inicio de la síntesis, el **sitio P** (sitio peptidil) está ocupado por el primer aminoacil-ARNt y el primer codón del ARNm; aquí se produce la unión entre las bases complementarias de ambas moléculas.

A continuación, en el **sitio A** se sitúa el siguiente aminoacil-ARNt y, en esta posición, su anticodón queda situado delante del segundo codón del ARNm.

Seguidamente, se produce el enlace peptídico entre el primer y el segundo aminoácidos.



Una vez unidos los dos aminoácidos, el ribosoma se desplaza al codón siguiente; de este modo:



— Se desprende el ARNt que transportaba metionina y el primer codón del ARNm queda fuera del ribosoma.

— El complejo ARNt-ARNm que estaba en el sitio A ahora quedará situado en el sitio P.

— En el sitio A (sitio aminoacil) queda el tercer codón del ARNm accesible al aminoacil-ARNt que presenta el anticodón complementario al siguiente codón de ARNm.

— A continuación, se produce el enlace pep-

tídico entre el segundo y el tercer aminoácidos, y se repite todo el proceso.

De esta manera, se van añadiendo, uno a uno, los aminoácidos que componen la proteína codificada.

TIC



En la siguiente página web podrás ver una animación de la traducción: <http://goo.gl/DnzDWa>.

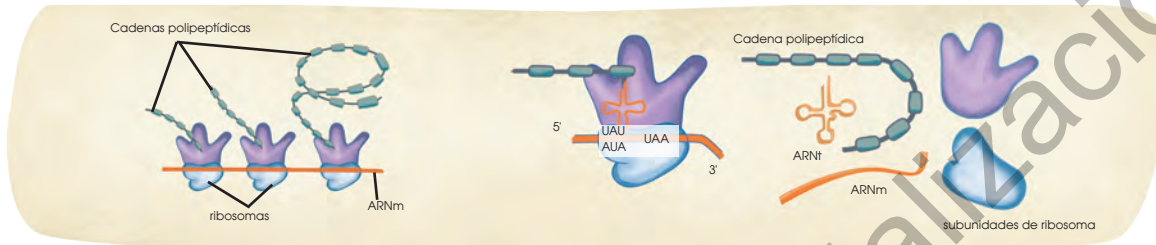
Terminación de la síntesis

Cuando el sitio A del ribosoma se sitúa frente a un codón de terminación (UAA, UGA, UAG), no se encuentra ningún ARNt específico para este codón.

En este momento se produce la unión de proteínas específicas que favorecen la disociación del complejo de iniciación:

- La proteína recién sintetizada se separa del último ARNt.
- El ARNm se desprende del ribosoma.
- Las dos subunidades del ribosoma se separan.

Aunque la incorporación de aminoácidos se inicia siempre con metionina, no todas las proteínas comienzan con este aminoácido, ya que, tras su síntesis, experimentan un proceso de maduración en el que se suelen perder algunos aminoácidos del extremo N-terminal.



Es muy frecuente que un mismo ARNm pueda ser traducido a la vez por distintos ribosomas, situados en diferentes posiciones a lo largo de la cadena. A estas estructuras las llamamos polirribosomas o polisomas.

En los polisomas se sintetizan varias copias de la misma cadena polipeptídica a partir de una misma molécula de ARNm y diversos ribosomas.

3. En parejas **elaboren** un resumen sobre la forma en que se llevan a cabo la transcripción y la traducción con el siguiente esquema:

- Definición del proceso
- Fases que se distinguen
- Moléculas que intervienen
- Interacciones entre las distintas moléculas
- Características específicas de las células procariotas y de las células eucariotas respecto a estos procesos

4. Elaboren un cuestionario con diez preguntas claves para que sus compañeros y compañeras comprueben sus conocimientos sobre el tema.

—**Observa** en las siguientes secuencias:

5'-UGA-3' 5'-TATA-3' 5'-AUG-3' 5'-TTGACA-3'

- **Indica** si corresponden a ADN o a ARN, y **explica** qué tipo de señal representan durante el flujo de información del ADN.

—**Solución:**

5'-UGA-3': ARN: Señal de terminación de la traducción.

5'-TATA-3': ADN: Secuencia promotora -10.

5'-AUG-3': ARN: Señal de inicio de la traducción, metionina.

5'-TTGACA-3': ADN: Secuencia promotora -35.

3. CONTROL DE LA EXPRESIÓN GÉNICA



<http://google/nuktic>

François Jacob y Jacques Monod

François Jacob (1920 - 2013) y Jacques Monod (1910 - 1976), biólogos franceses y miembros del Instituto Pasteur investigaron diferentes aspectos del control de la expresión génica.

Entre otros, descubrieron el ARN mensajero (ARNm) y los mecanismos de la regulación génica del operón lac en la bacteria *E. coli*. Este operón coordina el metabolismo y el transporte de la lactosa, y su descripción fue motivo del Premio Nobel de Fisiología y Medicina en 1965.

Los eficaces procesos descritos en el tema anterior adquieren su total importancia fisiológica cuando las células pueden activarlos o reprimirlos, según las necesidades biológicas que presenten.

Por ello, existen mecanismos de control que permiten regular la expresión de los genes. Por medio de estos mecanismos se sintetizan unas proteínas cuando la célula las necesita y se dejan de sintetizar cuando no son necesarias.

A mediados del siglo XX, François Jacob y Jacques Monod (Jacob, F. & Monod, J. 1961. Genetic regulatory mechanisms in the synthesis of proteins. *Journal of Molecular Biology* 3: 318-356) describieron un mecanismo de control en los procariotas: el operón.

Un **operón** es un conjunto de genes estructurales que se expresan de manera coordinada; suelen corresponder a genes que codifican para distintas enzimas de una misma vía metabólica. Las secuencias de ADN que encontramos en el operón y asociadas a él son:

- Un **gen regulador**, que determina la síntesis de la proteína represora.
- Una **secuencia promotora**, o **promotor**, como las que ya hemos descrito al hablar

de la transcripción, que se sitúa unos pocos nucleótidos antes del punto de inicio de la síntesis de ARNm.

- Un **operador**, una secuencia que puede ser bloqueada por una proteína represora.
- Los **genes estructurales**, que codifican la síntesis de las proteínas que actúan coordinadamente.

El primer operón que se estudió exhaustivamente fue el **operón lac** de *Escherichia coli*. Este regula la síntesis de las enzimas que controlan la **degradación de la lactosa**. *E. coli* utiliza, preferentemente, la glucosa como fuente de carbono y de energía; no obstante, también puede usar lactosa. Por lo tanto, dado que esta utilización es ocasional, constituye un importante ahorro biológico para la célula.

De este modo, la célula controla la expresión de los genes del operón:

- **En ausencia de lactosa:**
 - El gen regulador se transcribe y se sintetiza la proteína represora.
 - La proteína represora se une al operador. Como este se encuentra junto al promotor, la ARN pol no puede acceder al promotor y la transcripción de los genes estructurales queda bloqueada.
- **En presencia de lactosa:**
 - La lactosa se une a la proteína represora, lo que provoca un cambio en su conformación que le impide unirse al gen operador.
 - El gen operador no está bloqueado y se inicia la síntesis de ARNm a partir de los genes estructurales.

Existen otros sistemas de regulación que afectan al posterior procesamiento del ARNm e, incluso, modificaciones en la síntesis de proteínas.

En general, la regulación génica de los organismos eucariotas funciona mediante sistemas muy diversificados y progresivamente más complejos cuanto más especialización adquieren sus células.

Estos sistemas se basan en la activación o represión de diversos procesos, relacionados con la síntesis y el transporte del ARNm, y la formación de las proteínas resultantes.

Terminación de la síntesis

Todos los organismos pluricelulares se originan a partir de una sola célula, el cigoto. Esta célula única tiene un determinado genoma y, al dividirse, dará lugar a millones de células genéticamente idénticas (excepto en las mutaciones que puedan surgir). Durante el desarrollo embrionario, este cigoto dará lugar a una gran variedad de células especializadas, que formarán los diferentes tejidos, por un proceso que conocemos como diferenciación celular.

Esta diferenciación se produce como consecuencia de la expresión diferencial de los distintos genes. Así, en unas células se transcriben unos genes mientras que otros son reprimidos, y en otras células, los genes que se expresan y los que se reprimen son diferentes. La expresión diferencial se produce debido a la distribución irregular en el embrión de determinadas sustancias químicas; así, por ejemplo, por gravedad en la parte inferior del embrión habrá una mayor concentración de algunas sustancias que en la superior.

A las células con la capacidad de diferenciarse en los diversos tipos de células que forman un organismo las denominamos *células madre*. En los animales más evolucionados, las células madre se clasifican en dos grupos:

- **Las células madre embrionarias:** Son aquellas con la capacidad de generar todos los tipos celulares del organismo; las llamamos también *totipotenciales* y las encontramos en las primeras fases del embrión.
- **Las células madre adultas:** Son aquellas capaces de generar algunos tipos determinados de células del organismo y reciben el nombre de *pluripotenciales*. Se encuentran en tejidos del organismo ya formados y su función consiste en regenerar tejidos en continuo desgaste, como la piel o la sangre.

Aplicación de las células madre en biomedicina

Las investigaciones con células madre todavía están en sus inicios, pero resultan muy esperanzadoras. Parece factible que a partir de estas puedan llegarse a tratar muchas enfermedades graves e incurables en la actualidad, como la enfermedad de Alzheimer, el Parkinson o la diabetes.

Para estas aplicaciones médicas, las células madre embrionarias son las que, por ahora, resultan más eficaces, pero en el futuro, parece ser que también se podrán utilizar células madre adultas. De hecho, investigaciones recientes han descubierto que algunas células madre adultas convenientemente estimuladas pueden volverse **totipotentes**.

Las células madre usadas en las investigaciones actuales se extraen de embriones humanos excedentes de los tratamientos de reproducción asistida, o bien, se producen directamente por medio de técnicas de fecundación *in vitro*. En ambos casos se plantean importantes conflictos éticos y legales, como el hecho de considerar el embrión humano como un agregado de células madre.

Y TAMBIÉN:

Las **células madre** provenientes del **cordón umbilical** y del **corion**, membrana exterior que rodea el feto y el líquido amniótico, también pueden utilizarse en algunos campos de la biomedicina y no implican los problemas éticos de las células madre embrionarias porque son células que se rechazan después del nacimiento.

En el caso del ser humano, durante las dos primeras semanas de desarrollo de un embrión todas las células son células madre embrionarias. A partir de las dos semanas, estas se especializan en un determinado tejido. En un individuo humano formado encontramos algunas células madre adultas como, por ejemplo, en la médula, donde estas células están en constante división, produciendo los eritrocitos, los leucocitos y las plaquetas que nos permiten renovar la sangre y mantener activo el sistema inmunitario.

3.1. Las mutaciones

Las **mutaciones** son cambios en la estructura o la composición química del ADN. Estas se producen de manera espontánea en todos los genomas y por la acción de diversas sustancias o fenómenos que interaccionan con el ADN. También pueden producirse por errores durante los procesos de replicación.

Existen diversos tipo de mutaciones.

- **Puntuales o génicas:** Afectan a un solo par de bases, y pueden ser:

Pueden alterar la secuencia de aminoácidos de la proteína correspondiente y modificar el fenotipo del individuo.

- Las **deleciones** y las **inserciones** modifican la **pauta de lectura**, es decir, provocan una alteración de todos los tripletes, desde el punto donde se produce la mutación en adelante. Suelen tener consecuencias muy negativas para la actividad del organismo.
- Las **sustituciones** alteran un **único aminoácido**. Esta alteración puede mejorar o bien perjudicar la supervivencia, según las características de la proteína obtenida. También puede ser que no tengan ningún efecto, si el cambio origina un triplete que

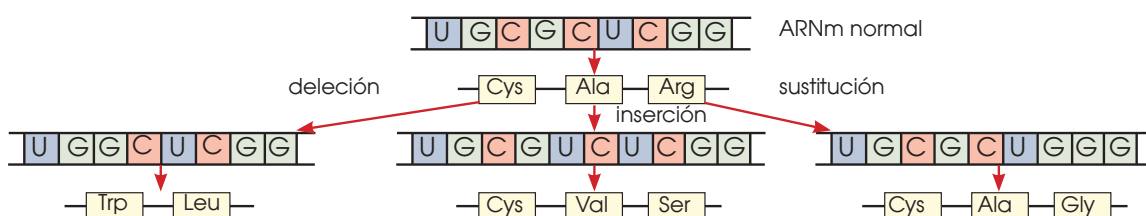
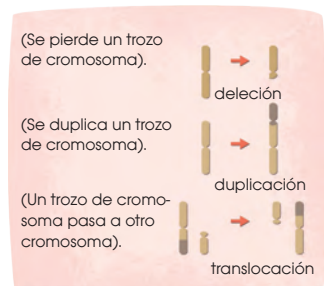
codifica el mismo aminoácido que el ADN anterior a la mutación. En este caso, reciben el nombre de **mutaciones silenciosas**.

- **Cromosómicas:** Afectan a fragmentos de un cromosoma y pueden ser:
 - Deleciones**, si se pierde un trozo de cromosoma.
 - Duplicaciones**, cuando se repite un fragmento de cromosoma.
 - Translocaciones**, si un fragmento de cromosoma se desprende de su posición normal y se une a otro cromosoma.
- En estos casos, las deleciones son las mutaciones con consecuencias negativas, ya que pueden implicar la pérdida de genes imprescindibles para la actividad del organismo.



<http://goo.gl/WwJkEa>

Deleciones	Inserciones	Sustituciones
Se pierde un par de bases.	A la secuencia normal se añade un par de bases.	Un par de bases es sustituido por otro.



- **Genómicas:** Afectan al número de cromosomas, y pueden ser:
 - **Aneuploidías:** Alteraciones en el número de cromosomas, normalmente por exceso o defecto de un cromosoma entero. Este tipo de mutaciones acostumbra a originar un conjunto de trastornos, o síndrome, que alteran el funcionamiento del organismo, y que incluso pueden impedir la supervivencia.

En el ser humano, se conocen algunos casos, principalmente **trisomías**, es decir, presencia de tres cromosomas en lugar de dos para una pareja. También se da un caso de **monosomía** del cromosoma X, lo cual significa que hay un único cromosoma X en la pareja correspondiente a los cromosomas sexuales. Pueden producirse otras aneuploidías, pero sus consecuencias son tan graves que los individuos no llegan a nacer por abortos espontáneos.

Trisomías de las parejas de cromosomas autosómicos	Dotaciones cromosómicas sexuales alteradas	
De la pareja 13 o síndrome de Patau	X0 Síndrome de Turner	XXX Síndrome de triple X
De la pareja 18 o síndrome de Edwards	XXY Síndrome de Klinefelter	XXY Síndrome de doble Y
De la pareja 21 o síndrome de Down		

- **Poliploidías:** Alteraciones en las que se encuentra duplicada toda la dotación cromosómica, en múltiplos de n : $3n$, $4n$...

Pueden producirse por diversas causas, por ejemplo, por un error durante la meiosis o por la fecundación de un óvulo por más de un espermatozoide. Este tipo de mutaciones se tolera mejor en especies de plantas que de animales, y suelen originar individuos de dimensiones superiores a las normales.

Si la poliploidía es par ($4n$, $6n$, $8n$...), los individuos suelen ser fértiles y la mutación se transmite a los descendientes.

Si la poliploidía es impar ($3n$, $5n$...), los individuos suelen ser estériles, por dificultades en

el apareamiento de los cromosomas durante la meiosis. Algunas técnicas de cultivo de vegetales favorecen las poliploidías impares, ya que, como son estériles, los frutos de estas plantas tienen semillas muy pequeñas o incluso ausentes, hecho que aumenta el valor comercial de estos productos.

Y TAMBIÉN:

El 70% de las plantas gramíneas son poliploides. El trigo actual es uno de los mejores ejemplos de poliploidía. Tiene 21 parejas de cromosomas que proceden de tres especies ancestrales, cada una de las cuales tenía una dotación de siete parejas de cromosomas.

5. **Observa** el esquema de la transcripción de la página 24 y **transforma** este fragmento de ADN procaríota en ARNm.



- Con el código genético de la página 28, **pasa** el ARNm a proteína.
- Supón que se producen las siguientes mutaciones:
 - a. 2 se sustituye por A.
 - b. Se añade una base T en el punto indicado con una flecha.
 - c. Desaparece la base 2.
- **Transforma** los fragmentos de ADN que resultan de las diversas mutaciones en ARNm y este último en proteína. **Describe** los efectos de cada mutación.

Significación de las mutaciones

Las mutaciones pueden producirse de forma espontánea o inducida; en el caso de la especie humana, aproximadamente la frecuencia de aparición de una mutación se produce cada $2,2 \cdot 10^9$ bases nitrogenadas replicadas.

Las mutaciones pueden ser perjudiciales, neutras o beneficiosas. La selección natural, mecanismo básico de la evolución, actúa sobre la variabilidad de una población. La **mutación** es el principal mecanismo responsable de la variabilidad al aumentar el número de alelos de cada gen y, por tanto, uno de los principales motores de la evolución de las especies.

A pesar de que pueden afectar a cualquier célula del cuerpo es muy diferente si se producen en una célula somática o en un gameto. Las **mutaciones somáticas** no se transmiten a la descendencia y, por lo tanto, no se conservan en las poblaciones. Además, si esta mutación da lugar a un nuevo alelo recesivo, no llega ni a manifestarse en el individuo que la ha padecido.

Las **mutaciones gaméticas**, en cambio, son mucho más trascendentes, ya que se transmiten a la descendencia. La selección natural se encargará, en su caso, de conservar o eliminar esta nueva característica.

Las mutaciones pueden afectar las vías metabólicas, el comportamiento o los caracteres

morfológicos; estas últimas son las más evidentes. Aunque pueden afectar a cualquier parte del ADN.

Agentes mutágenos

Son aquellos que pueden provocar mutaciones en el ADN. Podemos agruparlos en tres tipos: físicos, químicos y biológicos.

Los **mutágenos físicos** son las radiaciones de alta energía como las radiaciones ultravioletas (UV) y los rayos X.

Los **mutágenos químicos** son una serie de sustancias más amplia que el caso anterior e incluye algunas como el ácido nitroso o los colorantes de acridina.

Los **mutágenos biológicos**, conocidos en la actualidad son algunos virus, como el responsable del papiloma de cuello de útero humano (VPH) o el de la hepatitis B.

Terapia y diagnóstico génicos

Actualmente, es posible el diagnóstico precoz de enfermedades genéticas en la etapa fetal. Procesos como la amniocentesis o la extracción de vellosidades coriónicas permiten la obtención de muestras de material biológico del feto. A partir de dicho material se puede extraer ADN y detectar la presencia de mutaciones mediante las **técnicas de diagnóstico prenatal**.

Reparación del ADN

Las células disponen de mecanismos especiales que permiten eliminar las mutaciones como la reparación por escisión o la fotorreactivación.

La reparación por escisión consiste en el reconocimiento de las bases nitrogenadas erróneas, el corte y separación o escisión de estas y la sustitución por las correctas.

La fotorreactivación implica la activación por parte de la luz visible de una enzima llamado *PRE* que tiene como función reparar las bases alteradas por las radiaciones UV.

Mutaciones y cáncer

Cáncer engloba un conjunto de enfermedades caracterizadas por la proliferación y expansión de un **tumor**, mismo que es un grupo de células que se multiplican continuamente, pero sin llegar a diferenciarse para poder llevar a cabo su función habitual.

La transformación de una célula sana en una célula tumoral depende principalmente de la expresión de dos tipos de genes específicos: los **oncogenes** y los **protooncogenes** que tienen un importante papel en la regulación del ciclo celular

y que, al mutar, provocan la proliferación descontrolada de la célula.

Las mutaciones sobre ambos tipos de genes pueden ser:

—**De carácter hereditario:** Conllevan la herencia de la predisposición a ciertos tipos de cáncer.

—**Producidas por agentes mutagénicos:** Afectan al grupo de células expuestas al mutágeno.



<https://goo.gl/mB0N2j>

Las implicaciones de estos conocimientos, así como las alternativas a determinadas situaciones de riesgo, a menudo provocan dilemas éticos en los que intervienen las creencias personales y la legislación vigente en cada país.

Conocemos por **terapia génica** a una serie de técnicas en estudio que permiten sustituir un alelo causante de una enfermedad por otro. Estas técnicas consisten en introducir en las células afectadas el fragmento de ADN portador del alelo normal. Este fragmento de ADN se introduce en la célula mediante un virus alterado para que no provoque ninguna enfermedad.

El ADN se encuentra en el interior del núcleo de las células eucariotas y, en él, la cadena de ADN puede organizarse y condensarse dando lugar a los cromosomas. Como vere-

mos más adelante, este será un proceso de gran importancia en la división celular.

Definimos al **ciclo celular** como el conjunto de procesos que suceden en el período comprendido entre dos divisiones celulares.

Todos estos procesos están controlados por el núcleo, donde se encuentra el ADN que forma los cromosomas.

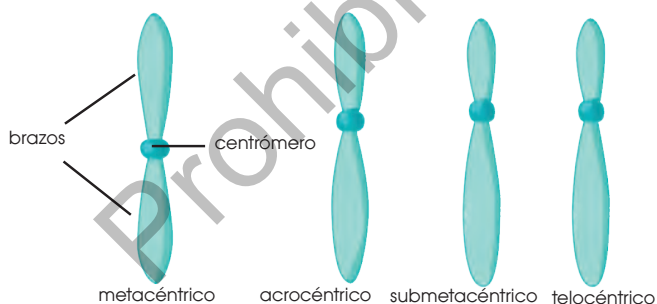
El núcleo de la célula eucariota desarrolla dos funciones primordiales:

- Contiene la información genética que se transmite de una generación a la siguiente.
- Controla la actividad que tiene lugar en la célula.

3.2. Los cromosomas

En las células eucariotas, los cromosomas se sitúan en el núcleo. Al microscopio óptico, los cromosomas, convenientemente teñidos, los distinguimos como unos elementos alargados en forma de bastoncillos, en los que podemos diferenciar:

- Una constricción llamada **centrómero**, que puede ocupar diversas posiciones a lo largo del cromosoma. Según la posición del centrómero, clasificamos a los cromosomas en: metacéntricos, acrocéntricos, submetacéntricos y telocéntricos.



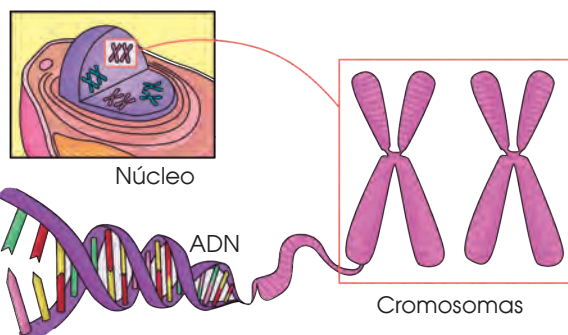
- Los **brazos** o prolongaciones, que parten del centrómero. Los cromosomas son el resultado de la compactación creciente de la **cromatina**, formada por ADN y varios tipos de proteínas. Entre las proteínas de la cromatina distinguimos proteínas histonas y proteínas no histonas.



Watson y Crick, descubridores de la estructura del ADN

El ADN fue descubierto en 1869 por el científico suizo Friedrich Mieschler, pero la estructura molecular del ADN no fue establecida hasta 1953, por Watson y Crick.

Si estirásemos una molécula de ADN humano, llegaría a tener una longitud de 1,8 m. Se encuentra empaquetado en el núcleo y su tamaño es de 0,65 micras.



Y TAMBIÉN:



ADN procariota

Los procariotas contienen un solo cromosoma, conocido como *cromosoma bacteriano*, el cual no posee centrómero. Este está formado por una molécula de ADN circular con proteínas, y juntamente con el ARN, forma el nucleoide bacteriano. En el cromosoma bacteriano, el ADN se une a diversas proteínas que hacen de vínculo; tal es el caso de la proteína HU, que es un dímero que condensa ADN.

Las proteínas **histonas** intervienen directamente en la estructura de los cromosomas, compactándolos. Tienen una gran afinidad por el ADN, debido a las diferencias de carga eléctrica entre estos dos tipos de moléculas. Hay cinco tipos de histonas, llamadas: *H1*, *H2A*, *H2B*, *H3* y *H4*.

Algunas de las proteínas **no histonas** también participan en la constitución de la estructura cromosómica; otras son enzimas que intervienen en el control de las funciones del ADN.

Los cromosomas se constituyen a partir de sucesivos enrollamientos de la doble hélice de ADN mediante la participación de las proteínas de la cromatina.

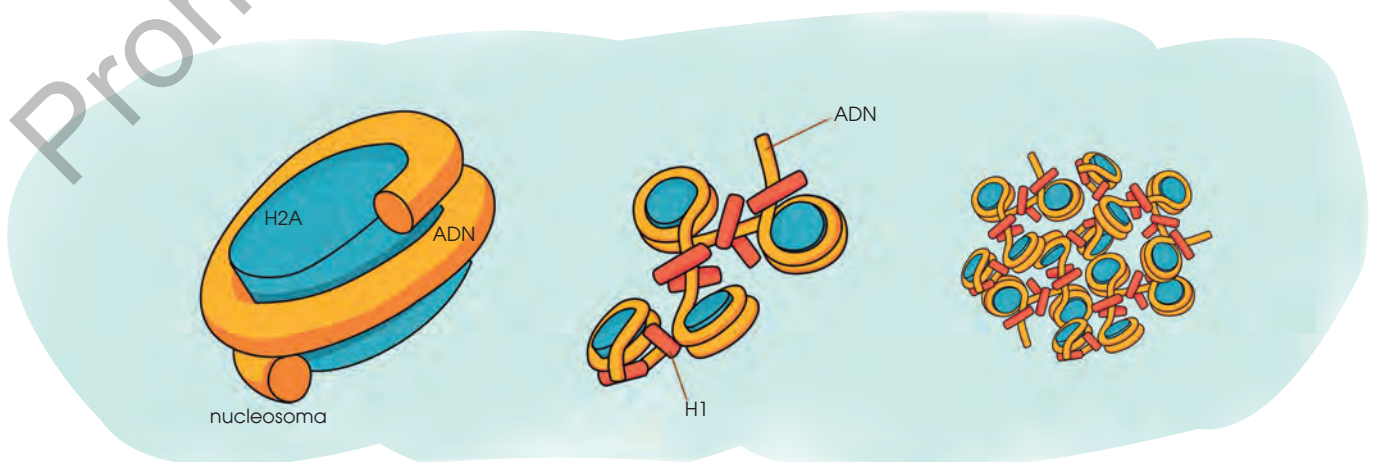
Así, durante la división celular, la molécula de ADN se mantiene enrollada alrededor de las histonas como si estuviese empaquetada para facilitar el reparto de los cromosomas a las células hijas. Esta disposición

del material genético permite que los cromosomas sean claramente visibles.

En la interfase, se producen otras funciones celulares en las que interviene el ADN. Para ello, el ADN relaja su enrollamiento alrededor de las histonas y los cromosomas se desempaquetan.

En esta ilustración, podemos observar tres niveles diferentes de empaquetamiento del ADN:

- Dos histonas de cada uno de los tipos H2A, H2B, H3 y H4 forman una estructura cilíndrica, alrededor de la cual se enrolla una vuelta y tres cuartos de ADN, lo que corresponde a una longitud de 145 pares de bases.
 - Esta estructura recibe el nombre de **nucleosoma**.
- La histona H1 se sitúa entre los nucleosomas y favorece la aproximación, de manera que acorta aún más la longitud de la cadena de ADN.
 - Esta estructura puede estar todavía más enrollada, de modo similar a un solenoide.
- Los empaquetamientos y los superenrollamientos posteriores dan lugar a la estructura del cromosoma condensado, en el que puede apreciarse un acortamiento aparente de la longitud de la cadena de ADN inicial de hasta 5 000 veces.





Experimento



Tema:

Extracción de ADN de las células

Investigamos:

El ADN está constituido por desoxirribonucleótidos formados por desoxirribosa, una base nitrogenada y ácido fosfórico.

Se suele encontrar en forma de doble cadena muy replegada sobre sí misma. A continuación, podremos confirmar algunas de estas características.

Objetivo:

- Conocer y aplicar algunas técnicas sencillas para la extracción del ADN de las células.
- Confirmar la estructura fibrilar y plegada del ADN.

Materiales:

- 10 g de hígado de pollo
- una solución de NaCl 2M
- SDS al 20%, o bien, un detergente de lavavajillas
- un mortero y arena lavada
- un embudo
- una pipeta
- una varilla de vidrio
- alcohol etílico de 96°
- naranja de acridina
- dos vasos de precipitación de 250 cc
- un trozo de tela o de gasa gruesa para filtrar
- microscopio, portaobjetos y cubreobjetos

Proceso:

- **Trituren** 10 g de hígado de pollo en 50 cc de agua, con un mortero con arena lavada, para romper las células y liberar los núcleos.

- **Filtren** varias veces con un embudo recubierto por una tela, para separar los trozos de tejido.
- **Añadan** 50 cc de solución de NaCl 2 M para romper los núcleos de manera que la cromatina quede libre.
- **Añadan** 1 cc de SDS al 20%, o de detergente. Así se rompen los complejos formados por el ADN y las proteínas, y se separan las fibras del ADN.
- **Añadan**, con una pipeta, 50 cc de alcohol de 96°, procurando que el alcohol se deslice por las paredes del vaso y forme una capa superficial sobre la solución. En la interfase, el ADN precipita.
- **Introduzcan** la varilla de vidrio y **remuevan** lentamente, siempre en el mismo sentido. Durante este proceso, unas fibras blancas visibles a simple vista, que corresponden al ADN, se adhieren a la varilla.
- **Coloquen** una parte de las fibras sobre un portaobjetos, **tápenlo** con un cubreobjetos y **obsérvenlo** directamente al microscopio.
- **Coloquen** el resto de fibras en un portaobjetos y **tiñanlo** con naranja de acridina durante unos minutos. **Vuelvan** a observar.

Cuestiones:

- **Describan** la relación entre los procesos que se utilizan para la separación del ADN y los efectos que producen en la estructura del tejido, de las células y del ADN.
- **Dibujen** lo que se observa al microscopio y **describalo**.
- ¿Permite esta práctica confirmar las características del ADN descritas en el libro?



Resumen

1. ADN y ARN
2. Síntesis de proteínas

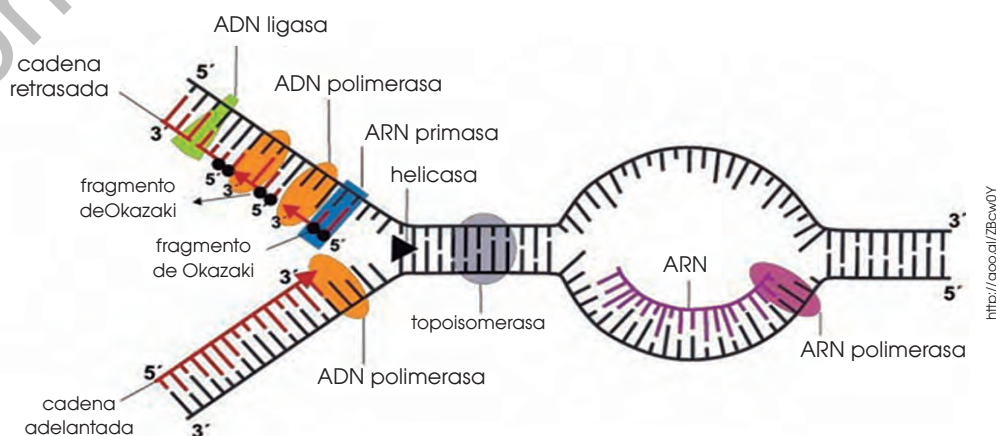
Parámetro	ADN	ARN
Cadena polinucleotídica	2 (doble hélice)	1 (diversas formas)
Bases nitrogenadas	Purinas: adenina y guanina Pirimidinas: timina y citosina	Purinas: adenina y guanina Pirimidinas: uracilo y citosina
Pentosa	2 desoxirribosa	Ribosa
Tipos	Nuclear y mitocondrial	ARMm, ARMt, ARMr
Función	Transmite y almacena la información genética.	Transcribe y traduce la información de proteínas.
Localización	Núcleo y mitocondrias	Núcleo citoplasma y ribosomas

Síntesis de proteínas: procesos

Replicación: Consiste en la copia del ADN de una célula antes de la división celular para que la célula hija tenga el mismo ADN que la madre.

Transcripción: Consiste en convertir la información contenida en el ADN en un formato legible para la maquinaria celular de síntesis de proteínas.

Traducción: Es el mecanismo por el que el mensaje que lleva el ARN se utiliza para sintetizar proteínas.





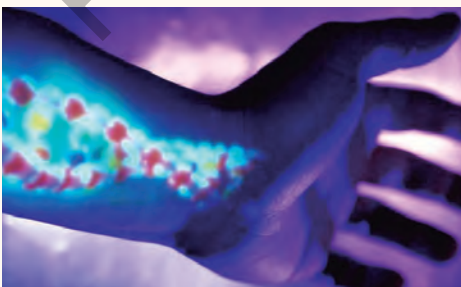
BLOG

En nuestro cuerpo podría haber ADN atrapado de otros seres humanos

Si bien esto suena a ciencia ficción, puede existir ADN de otro ser humano «atrapado» en el interior de nuestro cuerpo. Peter Kramer, de la Universidad de Padua, afirma que una gran cantidad de genes humanos diferentes están incesantemente dentro de nosotros.

Peter Kramer, de la Universidad de Padua, Italia, y su colega, Paola Bressan, acaban de publicar un artículo sobre el extraño fenómeno llamado *microquimerismo*, que es la presencia en el organismo de un reducido número de células originarias de otro individuo y que, por lo tanto, son diferentes genéticamente a las células del individuo huésped. Se conoce poco acerca del tema, pero se estima que recogemos ADN diferente tal vez desde el vientre materno, entre gemelos que intercambian información genética o de un hermano mayor que nos haya dejado ADN en la placenta.

Mira la noticia completa en el siguiente *link*: <https://goo.gl/148qYY>.



<http://goo.gl/7m86Z1>

SOCIEDAD

Melanie Gaydos, una modelo con mutación genética que dice sentirse bella

Melanie Gaydos es una modelo internacional afincada en Nueva York; pero no una de tantas. Con su impresionante aspecto rompió muchas barreras para hacerse un hueco en el mundo de la moda.

«Yo nací con una mutación genética llamada *displasia ectodérmica*, que me afecta al pelo, a los dientes, a la piel y las uñas». Normalmente esa maraña de células se divide en tres capas: las células de la capa interior

darán lugar al hígado y a los intestinos, las del medio se transformarán en riñones, músculos, huesos y sangre, y las de la capa exterior del embrión, llamada *ectodermo*, lo harán en piel, pelo, dientes, glándulas sudoríparas y uñas. Para Melanie, esta capa exterior no se desarrolló como debería.

Conoce a esta modelo en el siguiente *link*:

<http://goo.gl/Oj5umK>.

SENTIDO CRÍTICO

Película:

En el siguiente enlace podrás encontrar un documental sobre las mutaciones en el ADN: <https://goo.gl/AiECrk>.

SI YO FUERA

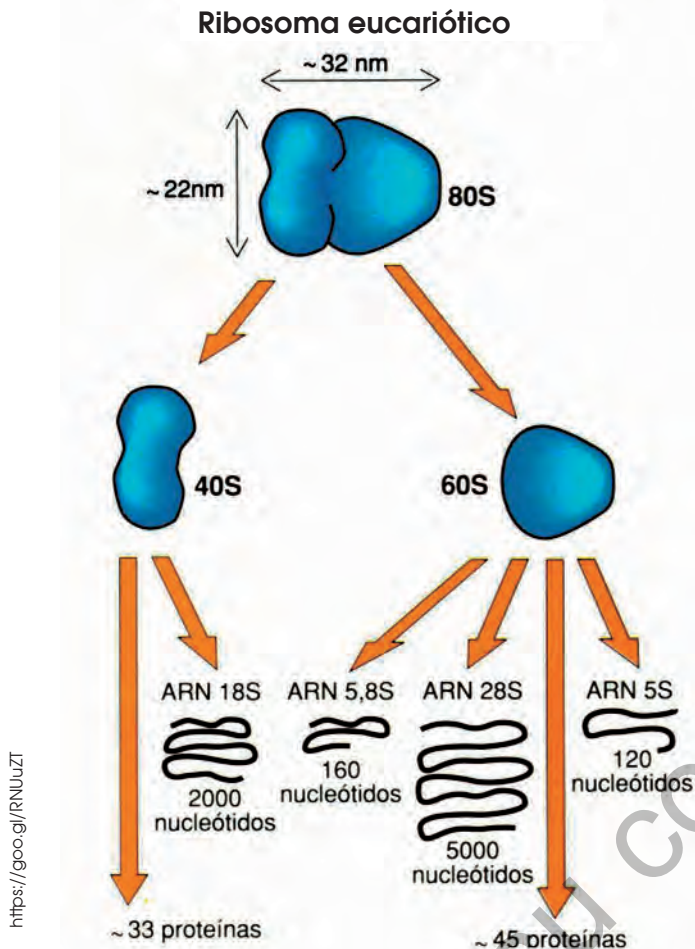


<http://goo.gl/ISCPx7>

Un **bioquímico**, examinaría la estructura química de los diversos organismos como carbohidratos, lípidos, ácidos nucleicos y proteínas, incluyendo diversas reacciones químicas (metabolismo, catabolismo, anabolismo).

Para finalizar

1. Lee este texto .



El resultado de la traducción es la secuencia de aminoácidos codificada en el ADN. Pero, para disponer de la proteína funcional, la cadena polipeptídica debe verse sometida a una serie de cambios, como la eliminación de la metionina del extremo N-terminal, conocidos en su conjunto como *procesamiento postraduccional*. Estos cambios se dan tanto en las células eucariotas como en las procariontas, variando tan solo el tipo de modificaciones predominantes y el lugar donde ocurre el proceso.

En los eucariotas, una vez que el ARNm ha sido traducido, la cadena polipeptídica obtenida se dirige hacia el retículo endoplasmático y después, al aparato de Golgi. Estos compartimentos de membrana participan activamente en el procesamiento de las pro-

teínas, así como en la señalización de estas para que puedan llegar a su destino final, sea este intra o extracelular. Los principales tipos de modificaciones son:

- **Modificaciones terminal:** Son todas las modificaciones que afectan a los aminoácidos de los extremos de la cadena polipeptídica. Un ejemplo es la eliminación de la metionina del extremo amino terminal.
- **Pérdida de secuencias señal:** Las cadenas presentan pequeñas secuencias en un extremo cuya función es la señalización de la proteína para su correcta distribución celular.
- **Modificación de aminoácidos:** Dependiendo de los aminoácidos de la secuencia, estos pueden ser fosforilados, aminados, metilados o hidroxilados.
- **Unión de cadenas laterales glucídicas o glicosilación:** Estas cadenas pueden unirse mediante enlaces O-glucosídicos o N-glucosídicos. La glicosilación es frecuente en proteínas con destino extracelular.
- **Adición de grupos prostéticos:** Un ejemplo de esta modificación es la adición del grupo hemo de la hemoglobina.
- **Formación de puentes disulfuro:** Pueden ser dentro de una misma cadena o entre cadenas distintas. En ambos casos, son imprescindibles para la estabilización de la estructura proteica.
- **Modificación proteolítica:** Muchas proteínas se sintetizan como precursores inactivos que pasan a ser funcionales después de una hidrólisis parcial. La hidrólisis puede darse lejos de la célula donde se ha sintetizado el precursor. Un ejemplo es la tripsina, que se sintetiza en forma de tripsinógeno en las células del páncreas y es secretado en el intestino delgado; en él, la enteropeptidasa induce la proteólisis del tripsinógeno, que da lugar a la tripsina.

Todo esto nos muestra que el correcto funcionamiento de una proteína no depende

únicamente del traspaso de la información contenida en los genes, sino que también depende de la correcta introducción de modificaciones en su composición y su estructura.

2. Con base en el texto, **explica** en qué consiste el procesamiento postraducciona.
3. **Busca** información sobre la estructura y la composición de la insulina, del colágeno y de la hemoglobina, y **explica** qué tipo de modificaciones han dado lugar a la proteína funcional.
4. **Dibuja** un esquema de la síntesis completa de una proteína en una célula eucariota que incluya desde la transcripción hasta el proceso de modificación postraducciona. En el esquema deben constar las principales moléculas implicadas, así como los orgánulos y las estructuras celulares que participan en cada proceso. Parte de un esquema sencillo en el que estén indicados el interior nuclear, la membrana nuclear, el citoplasma y los orgánulos.
5. **Explica** la relación que existe entre los procesos de modificación postraducciona y el transporte de vesículas en el retículo endoplasmático y en el aparato de Golgi.
6. **Busca** la información necesaria y **di** cuál es la función de la tripsina. ¿Qué ventaja crees que representa la modificación proteolítica lejos del lugar de síntesis que padecen ciertas proteínas como la tripsina?
7. ¿En qué fase del ciclo celular se lleva a cabo la replicación del ADN? ¿En qué mo-

mento del ciclo llegarán a ser importantes la transcripción y la traducción? **Justifica** las respuestas relacionando cada proceso con las necesidades celulares de cada momento del ciclo.

8. **Define** estas actividades enzimáticas: polimerasa, exonucleasa, endonucleasa.
9. **Rectifica** el error de esta secuencia de un fragmento de cebador: 5'-ACGGGATGA-3'.
10. **Observa** el siguiente fragmento de ADN procariota:

3'-CGGTATCCATCGATGCTGGAACTT-5'

Teniendo en cuenta la posición de los extremos 3' y 5', y consultando el código genético:

- **Deduce** la secuencia transcrita y la de aminoácidos que se obtendrá a partir del ARNm transcrito.
 - **Especifica** también las modificaciones que experimenta el ARN eucariota después de la transcripción.
11. **Elige y describe** las ideas claves que permitan distinguir claramente la replicación del ADN de la síntesis de proteínas.
 12. **Elabora** una línea del tiempo desde 1869 hasta la actualidad, indicando los principales hitos relacionados con la genética molecular.

	Procariotas	Eucariotas
Inicio		
Elongación		
Terminación		

AUTOEVALUACIÓN

Reflexiona y **autoevalúate** en tu cuaderno:

• Trabajo personal

¿Qué tema me ha resultado más fácil y cuál más difícil de comprender?

¿He cumplido mis tareas?

¿Qué aprendí en esta unidad?

• **Escribe** la opinión de tu familia.

• Trabajo en equipo

¿He compartido con mis compañeros y compañeras?

¿He respetado las opiniones de los demás?

• **Pide** a tu profesor o profesora sugerencias para mejorar y **escribelas**.

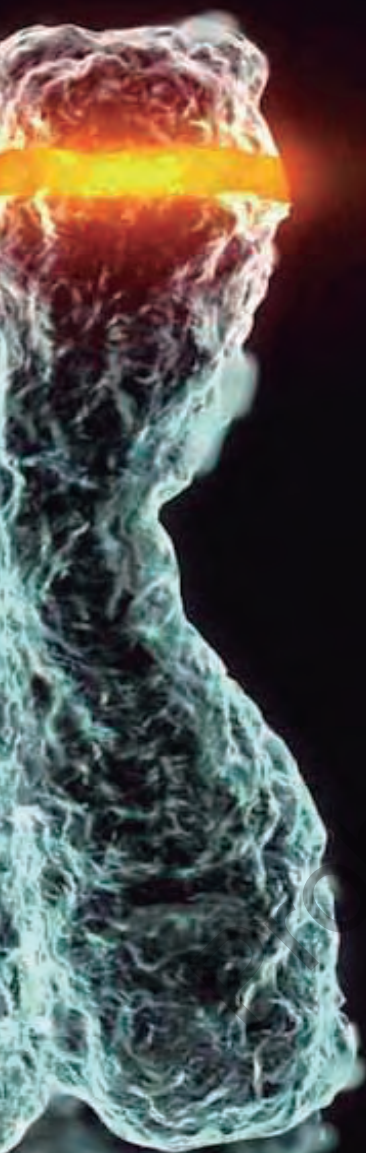
2

El ciclo celular

CONTENIDOS:

- 1.** Fases del ciclo celular
 - 1.1. Profase
 - 1.2. Metafase
 - 1.3. Anafase
 - 1.4. Telofase
 - 1.5. Interfase celular
- 2.** La meiosis
- 3.** Control del ciclo celular
 - 3.1. El envejecimiento y la muerte celulares
- 4.** Función de reproducción
 - 4.1. Reproducción asexual
 - 4.2. Reproducción sexual
 - 4.3. Fecundación

<https://go.gl/ZZ5WUy>



Noticia:

Serpiente en cautividad se reproduce sin aparearse con un macho

Una serpiente de agua de vientre amarillo se reprodujo por sí misma en 2014 y de nuevo este verano, indicaron los responsables del Centro de Conservación de Naturaleza del cabo Girardeau, dependiente del Departamento de Conservación de Misuri. La serpiente vive en cautividad y sin un compañero macho desde hace casi ocho años. Un becario que cuida de la serpiente encontró las cápsulas con las crías recién puestas en julio.

<https://goo.gl/m8jKHg>



Películas:

La reproducción sin sexo

La bióloga y divulgadora Aarathi Prasad habla sobre la posibilidad futura de tener hijos al margen del embarazo. Además, Prasad da un paso más y da a conocer las puertas que están abriendo campos como la clonación.

<http://goo.gl/zYYKE>



Web:

Una triple barrera protege las células de convertirse en cancerosas

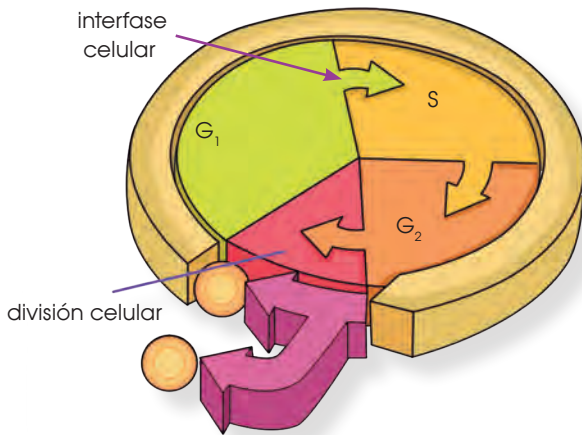
Un equipo de expertos ha descrito por primera vez un triple mecanismo que detiene la mitosis cuando la integridad de los cromosomas está amenazada. La activación de cualquiera de las tres vías de control detiene el proceso que podría dar lugar a una transformación maligna. La investigación se ha publicado en Plos Genetics.

<http://goo.gl/QB2ggf>

EN CONTEXTO:

Lee la noticia anterior y responde:

- ¿Qué es la partenogénesis?
- ¿En qué organismos ocurre?
- ¿Qué diferencias hay entre *reproducción sexual* y *asexual*?
- ¿Podría ocurrir partenogénesis en humanos?



I. FASES DEL CICLO CELULAR

Ciclo celular

El **ciclo celular** es el conjunto de etapas por las que pasan todas las células durante las cuales la célula crece aumentando su tamaño y su número de orgánulos y, por último, se divide para originar dos células más pequeñas.

La duración del ciclo celular es variable, puede oscilar desde pocas horas hasta más de un año; depende del tipo de célula y de las circunstancias en que se desarrolla.

A lo largo del ciclo celular, podemos distinguir dos fases fundamentales: la **división celular** y la **interfase celular**; es decir, el período entre división y división. Cada una de estas fases se divide en etapas o períodos diferentes, tal y como mostramos en este esquema. La división celular comprende el 10% del ciclo celular, mientras que la interfase comprende el 90%.

División celular

La **división celular** es el proceso por el que, a partir de una célula, que podemos llamar *madre*, se obtienen dos células hijas. Cada célula hija contiene una copia exacta de los cromosomas de la célula madre y, aproximadamente, la mitad de su material citoplasmático. A lo largo de la división celular, podemos distinguir la **mitosis** y la **citocinesis**.

Mitosis

La **mitosis** es la división del núcleo de la célula. Al final de esta etapa, cada célula hija recibe una dotación cromosómica completa. Para lograrlo se requiere:

- **La duplicación de los cromosomas:** Antes de la mitosis, la célula sintetiza ADN para obtener dos copias idénticas de cada cromosoma, que se repartirán entre las células hijas.

En los seres unicelulares, la división celular comporta la generación de nuevos individuos, lo cual permite la perpetuación de la especie. En los seres pluricelulares, la división celular implica procesos como el desarrollo de un individuo completo a partir de una célula inicial y la aparición de diversos tejidos especializados.

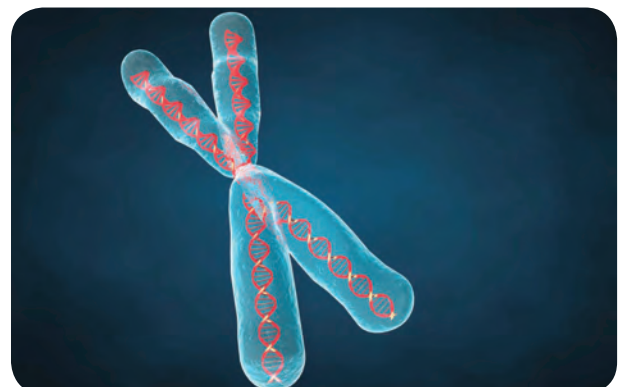
- **La condensación de los cromosomas:**

Los cromosomas se mantienen estrechamente unidos a las histonas que hacen posible el empaquetamiento del ADN. De este modo, se facilita el desplazamiento de los cromosomas durante el reparto.

- **La presencia de estructuras tubulares:**

Que guíen, durante el reparto del material celular, tanto los cromosomas como el resto de orgánulos citoplasmáticos, de modo que queden equitativamente repartidos entre las dos células hijas.

La mitosis se desarrolla a lo largo de cuatro etapas: profase, metafase, anafase y telofase.



<http://goo.gl/bxzkqk>

TIC



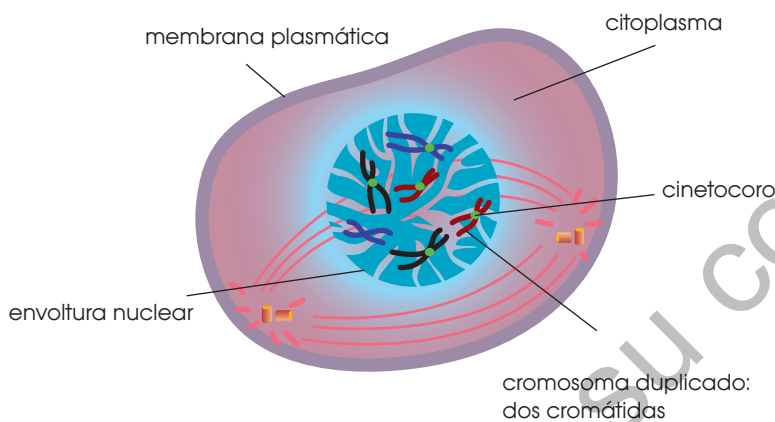
En esta página, puedes observar el ciclo celular con las diferentes etapas explicadas: <http://goo.gl/PNuwc>.

1.1. Profase

La profase comprende, aproximadamente, el 60% de la duración total de la mitosis. Es, por lo tanto, la etapa más larga de la división celular.

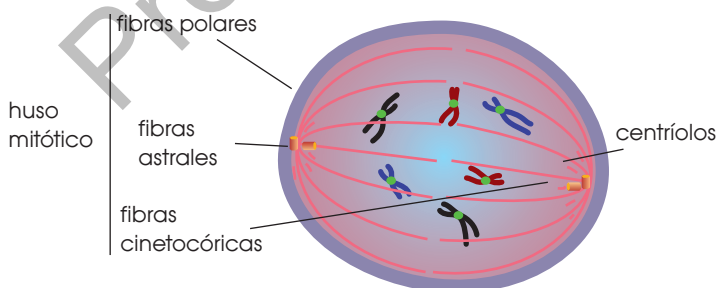
Durante la profase, podemos observar, de modo progresivo, los siguientes fenómenos:

- En el citoplasma, **se «desmonta» el citoesqueleto** para que los microtúbulos intervengan en la mitosis. Por este motivo, el citoplasma se vuelve más viscoso.
- En el núcleo, los **cromosomas se condensan** y se hacen visibles como estructuras filamentosas; además, **se dispersa** el material del nucléolo.

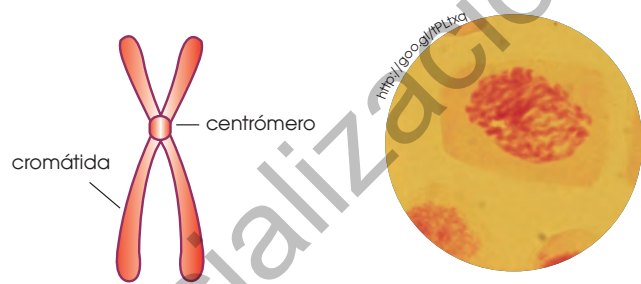


- Los centriolos se separan y se desplazan hacia los polos de la célula.

A medida que van separándose, entre ellos se dispone un conjunto de microtúbulos que formarán las fibras del **huso mitótico**. Entre estas fibras podemos distinguir:



- La **envoltura nuclear se fragmenta** en forma de membranas similares a las del retículo endoplasmático. Al final del proceso, los cromosomas entran en contacto con el citoplasma.
- Cada **cromátida hermana** tiene, en la zona del centrómero, un anillo proteico llamado **cinetocoro**, que se une a los microtúbulos del huso mitótico.

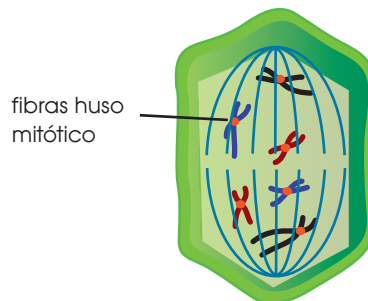


Cada una de las dos copias que se obtienen a partir de la duplicación de un cromosoma recibe el nombre de **cromátida**; como ambas proceden de un mismo cromosoma, solemos llamar las **cromátidas hermanas**. Durante las primeras etapas de la mitosis, las cromátidas hermanas permanecen unidas por el centrómero.

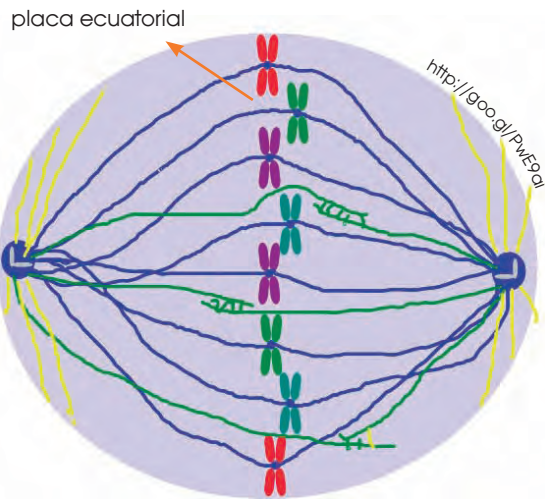
—**Fibras cinetocóricas:** Microtúbulos del huso unidos a los cinetocoros.

—**Fibras polares:** Microtúbulos del huso no unidos a los cinetocoros.

—**Fibras astrales:** Microtúbulos exteriores al huso mitótico.



En las células en que no hay centriolos, como las vegetales, las fibras del huso se orientan tomando como referencia la membrana plasmática y los polos de la célula.

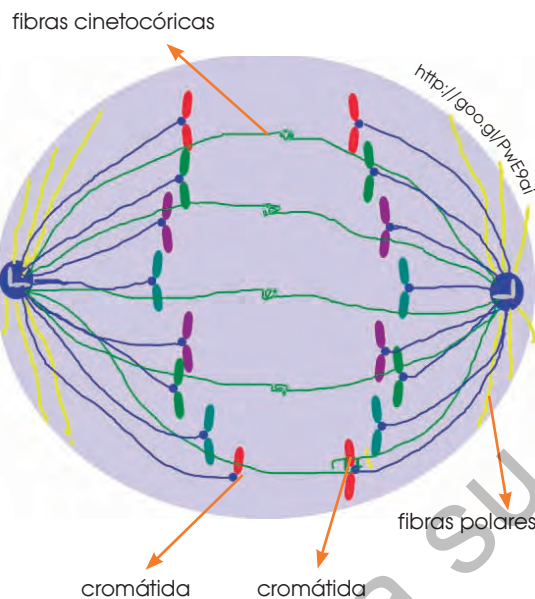


1.2. Metafase

En esta etapa, los cromosomas se disponen alineados en la zona media de la célula:

- Las cromátidas unidas a las fibras cinetocóricas se desplazan con un movimiento oscilante, hasta que se sitúan en la zona media de la célula y forman la **placa ecuatorial**.

Se mantienen sujetas por las fibras cinetocóricas y las fibras polares.



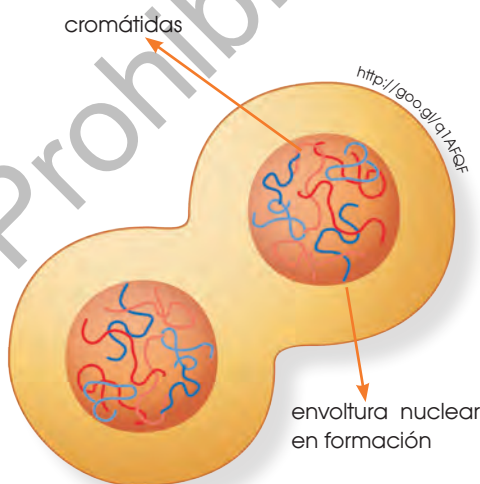
1.3. Anafase

Durante la anafase tiene lugar el reparto de los cromosomas:

- Los **cinetocoros se dividen** y las dos **cromátidas hermanas se separan** y se desplazan, cada una hacia un polo de la célula.

Este desplazamiento, al parecer, es debido a la tracción de las fibras cinetocóricas.

Observamos que los centrómeros se desplazan con más rapidez que los brazos de los cromosomas.



1.4. Telofase

Es la última fase de la mitosis:

- Los dos grupos de **cromátidas** llegan a los **polos opuestos** de la célula.
- Las moléculas de tubulina que componen los **microtúbulos se dispersan** por el citoplasma.
- La **envoltura nuclear** se va **reconstruyendo** alrededor de cada grupo de cromosomas, los cuales recuperan, despacio, el aspecto difuso.
- Al término de la telofase, podemos distinguir un **nucléolo** en cada núcleo.

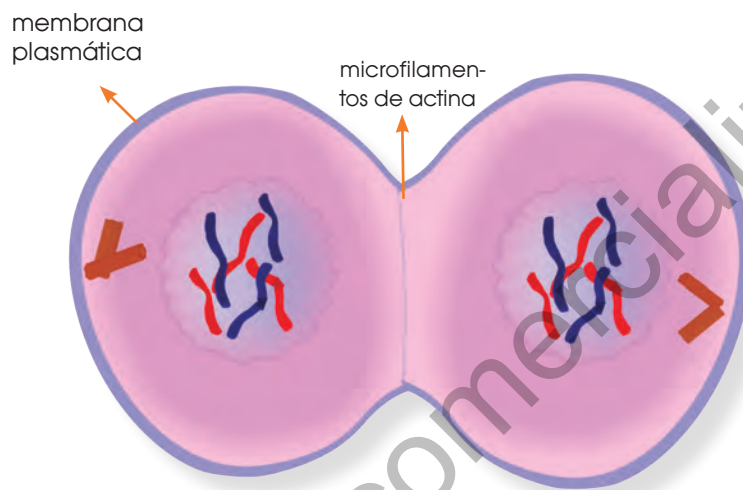
El proceso continúa adelante con la citocinesis.

Citocinesis

Consiste en la división del citoplasma, también llamada *segmentación*, y el reparto de orgánulos y el resto de componentes celulares entre las dos células hijas. Normalmente, podemos observar el inicio de este proceso hacia el final de la telofase.

Es un proceso que varía mucho según se trate de una célula animal o de una célula vegetal.

En la célula animal:



- La **membrana plasmática se estrecha** por la zona media. Esta estrechez va progresando desde el exterior hacia el interior de la célula.
- Podemos observar cómo la **comunicación entre las células** hijas se va **estrechando** y, finalmente, se produce la **separación**.

El estrechamiento se consigue gracias a un sistema de **microfilamentos de actina** que, unidos a la membrana plasmática, actúan como si se tratase de una lazada que constriñese la célula.

En la célula vegetal:

- El citoplasma se divide en dos partes mediante **vesículas** producidas por el aparato de Golgi que se sitúan en la zona media de la célula. Estas vesículas contienen **polisacáridos** diversos, principalmente pectina.
- Las vesículas crecen, se fusionan entre ellas y vierten su contenido al espacio que se va formando como separación entre las células. Los polisacáridos vertidos por las vesículas

constituyen un depósito semifluido llamado **lámina media**, que va separando las células.

- La separación entre las células hijas, denominada **fragmoplasto**, crece desde la **zona central hasta los extremos**.

- La lámina media se va reforzando con **aportaciones de celulosa** y se va transformando en la pared celular característica de las células vegetales. Al terminar la citocinesis, se obtienen dos células hijas más pequeñas que la célula madre, pero muy similares en aspecto, idénticas en dotación cromosómica y con una orientación definida.

A partir de este momento, las células hijas entran en el período de interfase celular.

Y TAMBIÉN:



Las células son normalmente uninucleadas, sin embargo, cuando se produce mitosis sin citocinesis, el resultado son células plurinucleadas.

La célula divide su núcleo varias veces, pero no se establecen tabiques citoplasmáticos y, por lo tanto, aparecen inmensas células plurinucleadas que no presentan membranas claras de separación intercelular.

1.5. Interfase celular

Es el período más largo del ciclo celular. Durante la interfase, podemos distinguir las siguientes etapas: G_1 , S y G_2 .

Etapa G_1

Es la etapa comprendida entre la división celular y el inicio de la duplicación de los cromosomas. A lo largo de la etapa G_1 la actividad celular, que había disminuido durante la división, se recupera, y todos los procesos metabólicos se desarrollan a la velocidad marcada por los requerimientos celulares. En la célula podemos observar importantes cambios morfológicos y funcionales:

- **Aumenta el tamaño de las células:** Cada célula hija crece hasta alcanzar el tamaño propio de su tipo celular, normalmente, el que tenía la célula madre.

En el caso de las células animales, el aumento de tamaño se produce por la síntesis de fragmentos de membrana y de otros componentes celulares. No obstante, en las células vegetales, la presencia de una pared rígida implica una serie de modificaciones, entre las que es fundamental un aumento de la turgencia celular.

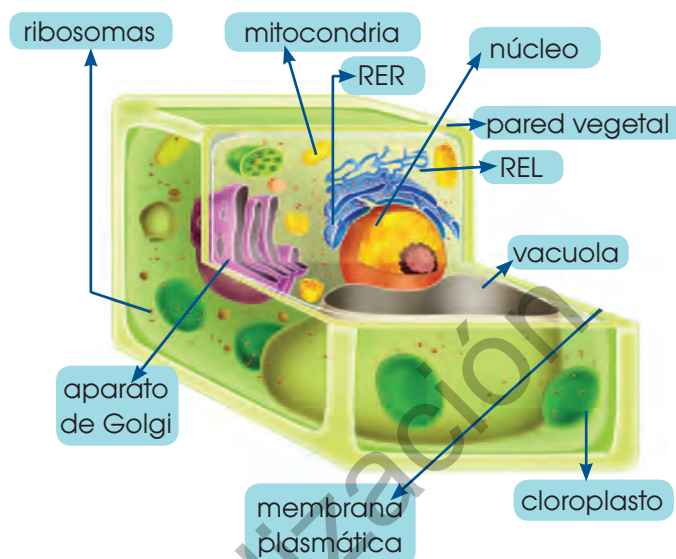
- El proceso se inicia con un reblandecimiento de la pared celular; a la vez, la célula incorpora agua al citoplasma.
- Esto provoca la expansión del citoplasma y un incremento de la turgencia.
- El citoplasma presiona sobre la pared reblandecida, la cual cede y permite el crecimiento de la célula.
- Cuando se ha completado la expansión, la pared celular se refuerza con nuevos depósitos de celulosa.

Y TAMBIÉN:



Sustitución de las neuronas

Las neuronas que mueren no son reemplazadas en el sentido estricto de la palabra. A menudo, las neuronas vecinas son capaces de ir asumiendo sus funciones. No se sabe exactamente cómo lo hacen, pero parece que, debido al hecho de que nacemos con un mayor número de neuronas de las que realmente necesitamos, poseemos una reserva a punto para entrar en acción en el momento que se requiera.



- **Aumenta el número de estructuras celulares:**

- Se duplican las mitocondrias, y los cloroplastos en los vegetales.
- El retículo endoplasmático aumenta de tamaño y da lugar al aparato de Golgi y a nuevos lisosomas y vacuolas.
- Se sintetizan proteínas que constituirán los ribosomas y el citoesqueleto, así como todas las proteínas enzimáticas que se necesitan para el control de estos procesos.

- **Se recupera la forma habitual de las células:**

Se «desmontan» las estructuras fibrosas que habían participado en el reparto de los cromosomas, y el citoesqueleto se reorganiza del modo habitual.

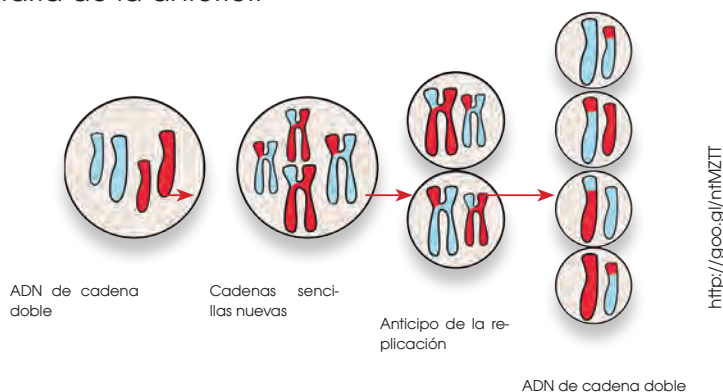
La etapa G_1 es la parte más larga del ciclo celular. Su duración es muy variable, pues oscila entre unas pocas horas y unos pocos días, y condiciona la duración del ciclo celular completo.

Cuando las células se desarrollan en un medio deficiente en alguna sustancia imprescindible para el crecimiento celular, detienen el ciclo celular en esta fase y no pasan ni a la replicación del ADN ni a la mitosis. En este caso, se dice que las células se mantienen en estadio G_0 .

También se mantienen en G_0 las células de los tejidos que se caracterizan por el hecho de no dividirse cuando llegan al estado adulto, por ejemplo, las neuronas.

Etapa S

Es una etapa clave en el ciclo celular, ya que en ella se produce la síntesis del ADN para la duplicación de los cromosomas. Cada cadena de ADN actúa como molde en la síntesis de una nueva cadena, la cual será complementaria de la anterior.



Al término de la etapa S, la duplicación de las dobles hélices origina la formación de **dos cromátidas** que se mantienen unidas por el **centrómero**.

Etapa G₂

Es la etapa que transcurre entre el final de la síntesis del ADN y el comienzo de la mitosis. Como etapa precursora de la mitosis, durante la G₂ tiene lugar una serie de acontecimientos preparatorios de este proceso:

- Se empiezan a condensar los cromosomas.
- Se duplica el par de centríolos y se disponen cerca del núcleo.
- Se inician las modificaciones del citoesqueleto necesarias para facilitar su intervención en la mitosis.

Al concluir la etapa G₂, los cromosomas se condensan y son visibles al microscopio óptico, de modo que pueden distinguirse fácilmente las dos cromátidas.

En el centrómero ya se observan los cinetocoros que se unirán a los microtúbulos encargados de la distribución del material hereditario.

La disfunción de las células cancerosas

La palabra **cáncer** es un término muy amplio que alcanza más de doscientos tipos de enfermedades (tumores malignos).

El cáncer se caracteriza por una división y un crecimiento descontrolado de las células. Estas células pueden invadir el órgano donde se originan o viajar por el torrente sanguíneo y el líquido linfático hasta otros órganos y crecer en ellos. Cuando los mecanismos de control de la división celular se alteran en una célula, esta y sus descendientes inician una división descontrolada, que con el tiempo dará lugar a un **tumor**. Si las células que constituyen el tumor no poseen la capacidad de invadir y destruir otros órganos, hablamos de **tumores benignos**.

Pero cuando estas células, además de crecer sin control, adquieren la facultad de invadir tejidos y órganos de su alrededor (infiltración), y de trasladarse y proliferar en otras partes del organismo (metástasis), denominamos **tumor maligno**, que es a lo que llamamos **cáncer** propiamente.

Duración del ciclo celular

La duración de los períodos G₁, S, G₂ y de la mitosis (M) depende del tipo de célula de que se trate. Así, en células del epitelio humano, la duración de un ciclo completo es de ocho horas, mientras que en otros tipos de células puede ser de varios días o incluso meses. También depende de las condiciones fisiológicas y de determinados factores, en particular, la temperatura. Un caso típico de duración de un ciclo celular es el de los cultivos de células *in vitro* del tipo HeLa, en las cuales, un ciclo celular dura veinte horas y cada fase tiene la duración siguiente: G₁ = ocho horas, S = seis horas, G₂ = cinco horas, M = una hora.

1. Define estos conceptos:

- cromatina
- ciclo celular
- mitosis
- citocinesis
- interfase celular

2. Resume los hechos principales que tienen lugar durante las etapas de la mitosis (profase, metafase, anafase y telofase).

3. Elabora una hipótesis para explicar qué pasaría si se alterase el ciclo celular en cada uno de los siguientes casos:

- Se frena el desarrollo de la etapa G₁ por falta de nutrientes.
- Una sustancia inhibidora impide la síntesis del ADN.

4. Dibuja la estructura de un cromosoma en metafase e indica las diferencias entre este y un cromosoma en telofase.

2. LA MEIOSIS

Meiosis y evolución

La principal ventaja de la reproducción sexual frente a la asexual es que la primera genera variabilidad en sus descendientes. Dicha variabilidad es producto de dos fenómenos clave que se producen durante la meiosis: la recombinación (intercambio de material genético entre cromosomas) y la combinación alélica (distribución diferencial de cromosomas homólogos entre los gametos). La variabilidad de una especie se mantiene hasta que un cambio en su entorno hace que la selección natural actúe, sobreviviendo así los mejor adaptados. Es por ello que la meiosis tiene un papel clave en la evolución de las especies con reproducción sexual.

La **meiosis** es un tipo de división celular que da como resultado la producción de células reproductoras o gametos. La meiosis tiene lugar, únicamente, en unas células determinadas de los organismos con reproducción sexual. Mediante dicho proceso, a partir de una célula diploide ($2n$), obtenemos cuatro células haploides (n).

La meiosis hace posible que se mantenga constante la dotación cromosómica de cada especie, de generación en generación. La reproducción sexual implica la fusión de dos gametos; si los gametos tuviesen tantos cromosomas como las células somáticas de los progenitores, el número de cromosomas se doblaría en cada generación. Por lo tanto, los gametos contienen la **mitad** de los cromosomas y la unión de estas células produce un cigoto con la dotación cromosómica correcta. Para que la información genética se transmita correctamente a los descendientes, la reducción a la mitad del número de cromosomas

no se produce al azar, sino con **un cromosoma de cada pareja**. Así, se reúnen en el cigoto las parejas características de la dotación en cada especie.

Es muy importante que el proceso de la meiosis transcurra correctamente, ya que si el nuevo individuo no recibe la dotación cromosómica adecuada, presentará graves alteraciones que pueden impedir su desarrollo.

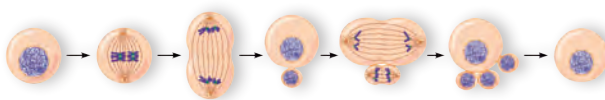
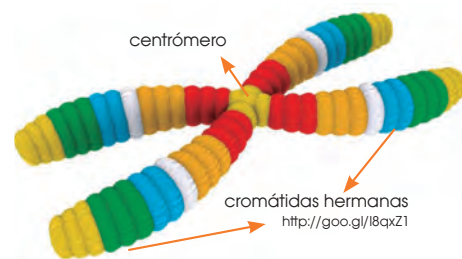
En la meiosis distinguimos dos partes:

- La **meiosis I** es la primera parte, en la que, a partir de una célula progenitora diploide, se obtienen dos células con la mitad de cromosomas.
- La **meiosis II** es la segunda parte, en la que se obtienen cuatro células haploides.

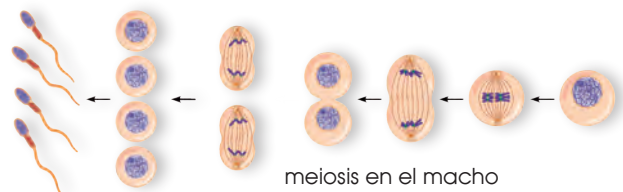
A continuación, describimos el proceso de la meiosis. Para facilitar la comprensión del proceso, partimos de una célula que tiene una dotación de seis cromosomas ($2n = 6$).

Interfase I

- Se duplica el ADN de cada cromosoma, y se obtienen dos **cromátidas** que permanecen unidas por el centrómero.
- Las dos cromátidas de cada cromosoma son iguales y las llamamos **cromátidas hermanas**.
- Al final de esta fase, las cromátidas comienzan a hacerse visibles, porque el ADN se empaqueta en torno a las histonas.



meiosis en la hembra



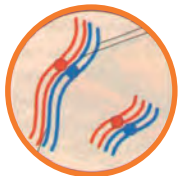
meiosis en el macho

<http://goo.gl/Tffn0l>

Una vez acabada la interfase, comienza la **primera parte** de la **meiosis**.

Profase I

Consta de cinco etapas que, por orden, son leptoteno, cigoteno, paquíteno, diploteno y diacinesis.

Leptoteno	Cigoteno	Paquíteno	Diploteno	Diacinesis
				
Los cromosomas se ven como unos filamentos largos y delgados.	Las dos cromátidas hermanas se aproximan a las cromátidas del cromosoma homólogo.	Se producen intercambios de fragmentos de cromosoma entre dos cromátidas homólogas (no hermanas). Es el entrecruzamiento o recombinación .	Después del entrecruzamiento, las cromátidas se mantienen unidas por los quiasmas , que son las zonas donde se ha producido el entrecruzamiento.	Las cromátidas llegan a su grado máximo de empaquetamiento. Se disgrega la envoltura nuclear y aparecen las fibras del huso a las que se unen las cromátidas.

Metafase I

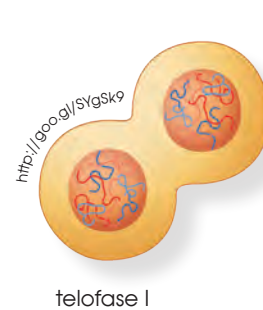
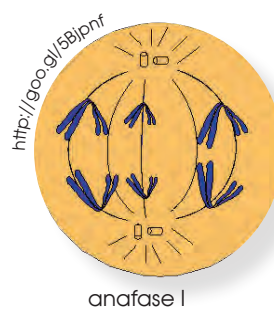
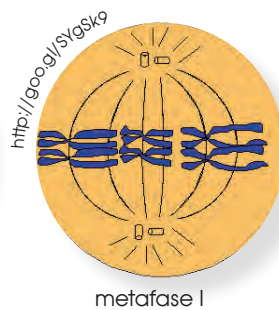
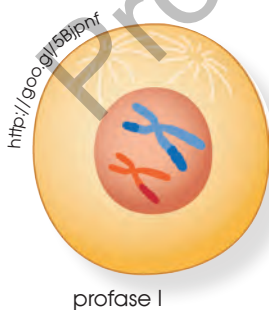
- Los quiasmas se desplazan por los cromosomas hasta que llegan a los extremos, y continúan uniendo los cromosomas homólogos.
- Los cromosomas se disponen formando la placa ecuatorial.

Anafase I

- Las cromátidas continúan unidas por el centrómero. Al haberse producido el entrecruzamiento, ya no son idénticas entre sí.
- Cada cromosoma se separa de su homólogo y se dirige hacia uno de los polos de la célula.

Telofase I

- Se constituyen las envolturas nucleares alrededor de cada grupo de cromosomas.



A continuación, los cromosomas entran en una breve interfase en la que, por lo general, la cromatina no se desempaqueta totalmente. Después, se inicia la **meiosis II**.

Profase II

—Cada par de cromátidas está unido por el centrómero y se desplaza hacia el ecuador de la célula.

Metafase II

—Las cromátidas se unen por el centrómero a las fibras del huso y se disponen en la placa ecuatorial.

Anafase II

—Se rompe el centrómero y cada cromátida se separa de su cromátida hermana, y es arrastrada hacia uno de los polos de la célula.

Telofase II

—Al final del proceso, en este ejemplo, se obtienen cuatro células que contienen tres

cromosomas, uno de cada pareja; estas células darán lugar a las células sexuales o gametos, que son haploides.

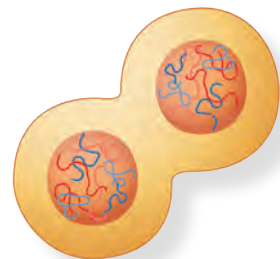
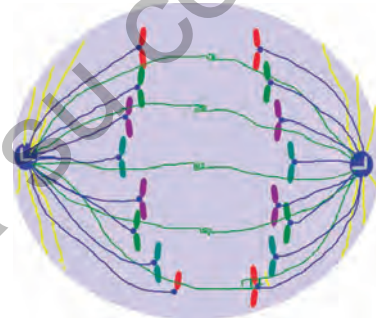
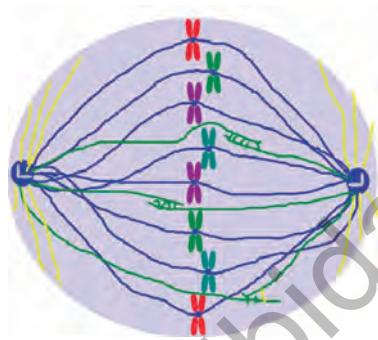
La meiosis puede presentar algunas variaciones. En algunas especies, entre la telofase I y la profase II se produce una división del citoplasma, y la meiosis continúa en cada una de las células hijas. En otros casos, la célula no se divide y el proceso sigue en los núcleos obtenidos en la telofase I.

A veces, la meiosis se desarrolla en un largo período. En la especie humana, las células precursoras de los óvulos (oocitos) detienen el proceso de meiosis en la profase durante la vida fetal y continúan en la pubertad.

Y TAMBIÉN:



El **cinetocoro** es una estructura proteica que forma parte de la zona centromérica de los cromosomas. Su función es facilitar la unión del huso acromático al centrómero del cromosoma permitiendo así la migración del material genético hacia cada uno de los polos celulares.

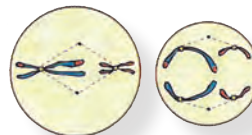


5. **Realiza** un informe sobre las diferencias entre la *meiosis* y la *mitosis*. **Fijate** en estos aspectos de cada proceso:

- ¿Cuántas veces se divide el núcleo?
- ¿Cómo son las células que se obtienen, comparadas con la célula madre?
- ¿Qué diferencias se observan entre las células hijas al compararlas entre sí?

—**Completa** el trabajo con otros detalles que observes.

6. **Indica** a qué fase de la meiosis corresponden estas imágenes.



<https://goo.gl/e3QnLP>

Solución:

Metafase II y Anafase II.

3. CONTROL DEL CICLO CELULAR

En los organismos pluricelulares, la sucesión de los ciclos celulares depende de las características de los diferentes tejidos. Así podemos encontrar diversas posibilidades:

- Tejidos en los cuales, a lo largo de la vida del individuo, se suceden siempre en ciclos celulares completos. Es el caso de las células de la médula ósea de los seres humanos, que todos los días producen un millón de eritrocitos o glóbulos rojos.
- Tejidos cuyas células se dividen en ciclos completos, pero solo cuando tiene lugar un cambio en las condiciones en que se encuentran. Es el caso de las células epiteliales, que, al producirse una herida en la piel, inician un proceso de división con el objetivo de regenerar el tejido; la capacidad de las células para reproducirse desaparece al completarse la cicatrización.
- Tejidos cuyas células no se dividen nunca, como en el caso de las neuronas adultas.

En los organismos pluricelulares no se persigue la supervivencia de las células, sino la del individuo. Por este motivo, los ciclos celulares de los diferentes tejidos están controlados por mecanismos diferentes, para que las células se dividan según el ritmo que más convenga

al organismo, globalmente considerado.

En la actualidad, el control del ciclo celular es objeto de numerosas líneas de investigación. Estos estudios permiten conocer mejor procesos celulares tan importantes como el envejecimiento.

Estudios sobre el control del ciclo celular

Para los estudios sobre el ciclo celular usamos cultivos *in vitro*. Estos cultivos se llevan a cabo mediante la extracción de células de un ser vivo y su posterior colocación en placas de plástico o de vidrio en las que se incluye un medio nutritivo con las sustancias necesarias para la vida de las células.

En el caso de células de mamífero, este medio suele contener unas proteínas especiales, llamadas **factores de crecimiento**, glucosa, aminoácidos, sales, vitaminas y algún antibiótico con el fin de evitar la proliferación de microorganismos.

In vivo, in vitro

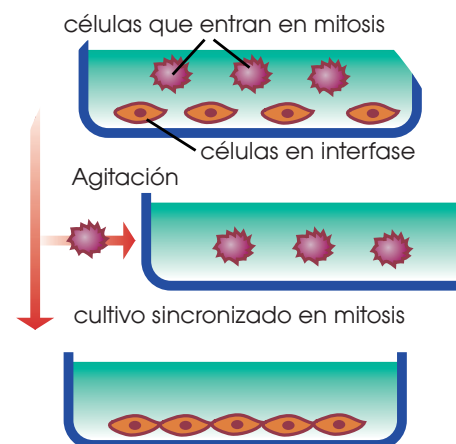
In vivo significa "que ocurre o tiene lugar en el interior de un organismo".

En el ámbito científico, se refiere a una experimentación efectuada en el tejido vivo de un organismo también vivo.

In vitro hace referencia a aquellas técnicas y/o experimentaciones realizadas en un ambiente controlado fuera del organismo vivo.

Las técnicas *in vitro* permiten un mayor control de las condiciones ambientales y, por tanto, una mejor estandarización del experimento.

No obstante, no siempre las condiciones conseguidas se corresponden con las que hay dentro del organismo, pudiendo dar como consecuencia resultados poco ajustados a la realidad.



Para poder estudiar los factores que regulan el ciclo celular, es preciso que las células estén sincronizadas; es decir, que se encuentren todas en el mismo momento del ciclo celular. Existen diversas técnicas para lograrlo; una muy sencilla se basa en los cambios de forma que experimentan las células cuando entran en mitosis.

Las células se vuelven más esféricas y se adhieren menos a la superficie de crecimiento, lo que permite que puedan desprenderse fácilmente con una ligera agitación.

Estas células se siembran en otra placa para su crecimiento y desarrollo, con lo que se consigue un cultivo de células sincronizadas al inicio de la mitosis.

A partir de los cultivos de las células sincronizadas se han diseñado diversos procedimientos de trabajo, uno de los cuales es la **fusión de células**.

Existen varias sustancias que permiten que las células de dos cultivos sincronizados en fases diferentes se fusionen y originen células con dos núcleos, llamadas **heterocariotes**.

En cuanto al desarrollo del ciclo celular, las células heterocariotes reaccionan de manera diferente según el tipo de núcleos que contienen.

El esquema siguiente representa algunos ejemplos del modo en que reaccionan diferentes células heterocariotes.

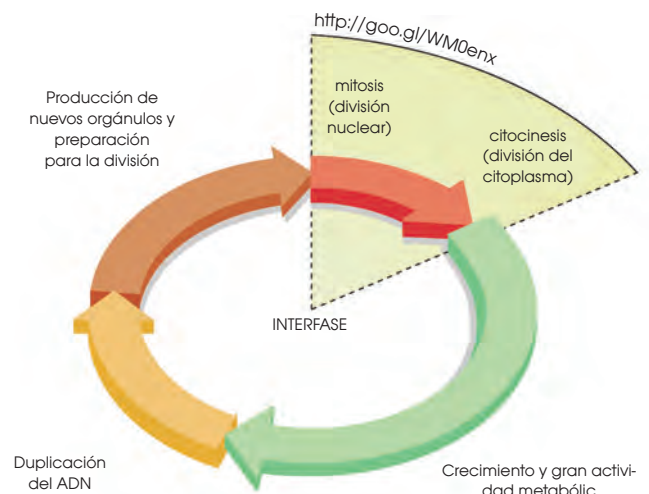
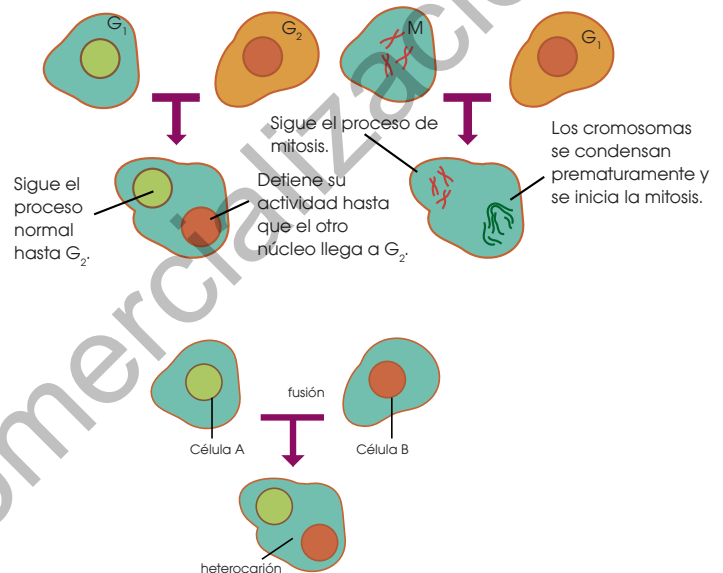
Por ejemplo, la fusión de una célula en G_1 con otra en G_2 da como resultado que el núcleo en G_2 retrase el paso a la mitosis, mientras que el núcleo en G_1 sigue el proceso normal hasta que llega a la etapa G_2 , en la que ambos núcleos siguen el mismo ritmo de actividad.

Mecanismos de control

Las investigaciones sobre el control del ciclo celular han revelado que la regulación del paso de una etapa a otra se ejerce desde el núcleo; es decir, mediante la síntesis de proteínas diversas que se activan en los diferentes momentos del ciclo.

Estas sustancias se encuentran en concentraciones muy pequeñas y, por el momento, son muy difíciles de aislar. Se trabaja con la hipótesis de que las sustancias que controlan el ciclo son numerosas y que se pueden agrupar en dos tipos:

- Un grupo de sustancias determina el **paso por el punto de arranque**. Este punto es un estadio del ciclo celular en el que la célula ha crecido y se ha desarrollado suficientemente como para iniciar la etapa S de síntesis del ADN.
- Otras sustancias actúan como **promotores de la mitosis**. Estas sustancias se detectan en las células en el momento en que comienza la mitosis.



Y TAMBIÉN:



En el caso de la fusión de una célula en mitosis y otra en G_1 , el núcleo de la primera seguirá con su mitosis, mientras que el núcleo de la segunda avanzará su mitosis condensando prematuramente sus cromosomas.

Y TAMBIÉN:

Las células somáticas y las sexuales

Las **células somáticas** son aquellas que forman el conjunto de tejidos y órganos de un ser vivo. Proceden de células originadas durante el desarrollo embrionario y sufren un proceso de proliferación y diferenciación celular.

Las células sexuales o gametos están especializadas para la reproducción y poseen la mitad de la información genética presente en cada una de las otras células del organismo, las somáticas. De esta forma, cuando se unen ambos gametos, el nuevo ser vivo tiene la cantidad de información genética característica de su especie.

La presencia y la ausencia de estas sustancias, y posiblemente de otras aún no identificadas, determinan la sucesión correcta de los diversos procesos.

De este modo, las células no pueden pasar a la etapa S hasta que no aparecen las sustancias que determinan el paso por el punto de arranque, y las sustancias promotoras de la mitosis no se activan hasta que no se completa la síntesis del ADN.

Este control es imprescindible para evitar situaciones que pondrían en peligro la supervivencia de las células y del individuo, ya que, por ejemplo, sería catastrófico que las células se divadiesen antes de finalizar la síntesis del ADN.

3.1. El envejecimiento y la muerte celulares

El **envejecimiento** es el proceso de degeneración, tanto morfológica como funcional, que experimentan las células antes de su muerte.

La **muerte** se caracteriza por la detención de todos los procesos vitales y por la dispersión de la materia que constituye las células.

Como ya hemos comentado, los seres unicelulares se dividen ilimitadamente; por ello, en tal caso, no puede hablarse de envejecimiento y muerte celulares. No obstante, el individuo como tal desaparece al dividirse la célula.

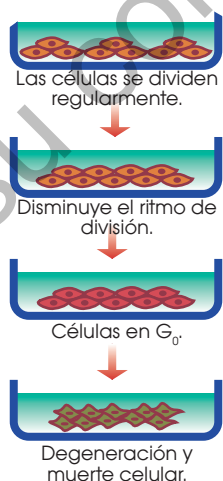
A la hora de tratar el envejecimiento y la muerte celulares en los seres pluricelulares, es preciso distinguir entre células somáticas y células sexuales.

Las **células somáticas** constituyen los diferentes órganos y partes del cuerpo y llevan a cabo varias funciones: digestión, transporte, percepción... Con el paso del tiempo, se degeneran y, finalmente, mueren.

En cambio, las **células sexuales** o **gametos**, tras la fecundación, originan un nuevo individuo al que transmiten el mensaje genético de sus progenitores; este nuevo individuo, a su vez, lo transmite a la generación siguiente. De este modo, puede decirse que la estirpe

de células que origina los gametos no envejece ni muere como las células somáticas.

Los experimentos *in vitro* demuestran que prácticamente todas las células somáticas tienen dificultades para dividirse un número indefinido de veces. Los cultivos evolucionan del modo siguiente:



—Tras la siembra, las células inician un período de divisiones consecutivas que se suceden regularmente.

—Después de un número determinado de divisiones, el ritmo de división disminuye.

—Posteriormente, las células ya no se dividen y entran en un estado G_0 .

—Por último, las células experimentan una serie de cambios degenerativos y mueren.

Aunque este proceso es común a los tejidos de la mayoría de los seres vivos, existen variaciones que dependen de dos factores:

- La **edad del individuo** del que se obtienen las células: Los cultivos que se siembran a partir de tejidos de individuos jóvenes se dividen más veces que los que provienen de individuos de más edad.

Por ejemplo, los fibroblastos obtenidos de fetos humanos se dividen *in vitro* unas cincuenta veces; los de un individuo de cuarenta años, unas cuarenta veces, y los de una persona de ochenta años, alrededor de treinta veces.

- La **duración normal de la vida** de los individuos: los cultivos de tejidos obtenidos de especies de vida corta se dividen menos veces que los de especies de vida larga. Por ejemplo, la duración máxima de vida del ratón es de unos tres años y las células de este animal cultivadas *in vitro* se duplican unas veinticinco veces; mientras que las células de la tortuga de las Galápagos, que tiene una duración máxima de vida de 170 años, se duplican *in vitro* hasta 125 veces.

Se ha comprobado que, si se congelan los cultivos en unas condiciones estrictas después de que se hayan dividido en varias ocasiones y se mantienen en este estado incluso durante años, cuando las células se descongelan y recuperan su actividad lo hacen exactamente en el mismo punto donde se habían detenido. A partir de este momento, se dividen el número de veces que les falta para llegar a su límite máximo de división.

Estos estudios parecen indicar que, de un modo inevitable, las células tienen **programado el número de divisiones celulares**, a partir del cual cesa la proliferación celular. Este hecho es complicado de explicar: ¿cómo puede la célula llevar la cuenta de las veces que se ha dividido? ¿Cómo identifica que ha llegado el momento de detener la proliferación y de morir?

Hasta ahora, no hay una explicación única para este fenómeno. Los científicos consideran diversas hipótesis:

- El ADN contiene la información que regula el envejecimiento y la muerte celular. Esto es posible porque el ADN controla la acción de enzimas que degradan los componentes celulares y provocan la destrucción de las células.

- Las células **acumulan errores** a lo largo de las sucesivas divisiones que se llevan a cabo a partir de las células embrionarias. Estos errores se pueden ir reparando hasta cierto límite. Cuando estos errores sobrepasan la capacidad de las células para repararlos, se producen la degeneración y la muerte.
- En los cromosomas existen muchos fragmentos de ADN repetidos que sirven para sustituir los fragmentos que van quedando dañados a lo largo de la vida. Pero cuando ya no es posible la sustitución, entonces aparecen deficiencias en la actividad celular que provocan la degeneración y la muerte.

Las tres posibilidades pueden actuar conjuntamente, y no se descarta que intervengan otros mecanismos. De hecho, parece ser que también participan otros dos tipos de sustancias:

- La **glucosa** puede actuar a lo largo de la vida como un agente que altera algunas proteínas.
- Los **radicales libres** son grupos funcionales muy reactivos que se obtienen como productos secundarios en numerosas reacciones metabólicas. Originan daños en los componentes celulares, especialmente en los ácidos grasos poliinsaturados de las membranas, en algunas proteínas y en los cromosomas.

Y TAMBIÉN:



El crecimiento indefinido de las células madre

A partir de las células madre se originan los 210 tipos de tejidos del cuerpo humano. Se cree que la introducción de células madre sanas en un paciente podría restablecer una función perdida de su organismo.

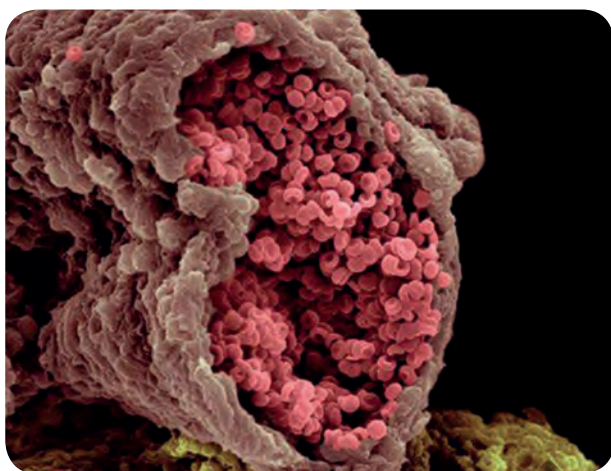
En 1998, dos equipos independientes de científicos de EE. UU. informaron que habían conseguido aislar y cultivar células madre obtenidas de embriones y fetos humanos.

Otros científicos han aislado la telomerasa, que podría permitir que los tejidos humanos crezcan casi indefinidamente. Los investigadores han podido usarlo de una forma controlada para «inmortalizar» tejido útil sin producir crecimientos cancerosos o de otros efectos colaterales nocivos. Por lo tanto, los cultivos de células madre no embrionarias pueden ser inducidos a crecer y desarrollarse casi de forma ilimitada para el uso clínico.

Necrosis y apoptosis

Al hablar de muerte celular, es preciso distinguir entre muerte por necrosis y muerte por apoptosis.

La muerte por **necrosis** se produce cuando las células sufren una lesión que sobrepasa su capacidad de reparación de los daños sufridos. Se produce necrosis debido a heridas, por infecciones o por agresiones de agentes químicos. También se produce necrosis cuando, por falta de irrigación sanguínea, un tejido deja de recibir oxígeno.



<http://goo.gl/jsFolp>

La muerte por **apoptosis**, también conocida como muerte celular programada o **suicidio celular**, es un proceso controlado por la célula misma: en un momento determinado activa una serie de enzimas que se encargan de su propia destrucción.

La apoptosis es un proceso que tiene lugar de forma natural a lo largo de la vida de los organismos; por ejemplo:

- En la especie humana, durante el desarrollo embrionario se produce la separación de los dedos por apoptosis del tejido que los mantiene unidos en las primeras fases del desarrollo.
- En la dermis se generan los queratinocitos, células que se desplazan hacia las capas superficiales de la piel. Durante este desplazamiento, las células sufren apoptosis

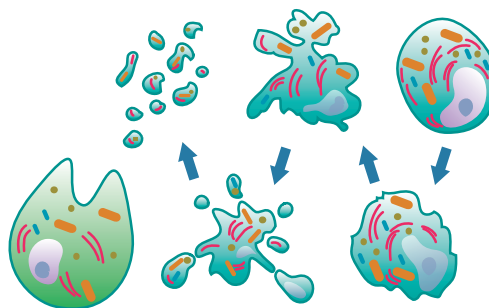
para llegar a la zona más superficial y formar una capa de células muertas que protege la piel.

En otros seres vivos se da este mismo tipo de reacciones: por apoptosis, los renacuajos pierden la cola y las plantas dejan caer las hojas muertas.

En los casos mencionados, la apoptosis se produce porque en el plan de especialización de estas células se incluye la muerte. Por ello, las células dejan de recibir las señales químicas que necesitan para el mantenimiento de la actividad y se desencadena la apoptosis.

También se produce apoptosis cuando las células han sufrido una alteración que hace que se comporten de un modo anormal y que perturben el funcionamiento de los tejidos, como en el caso de las células que se transforman en cancerosas.

En este ejemplo, la autodestrucción de las células es un mecanismo de seguridad que evita la proliferación de un tejido anormal, con el consiguiente trastorno para todo el organismo.



Y TAMBIÉN:



Otras causas de muerte celular provienen de errores en el funcionamiento del sistema inmunitario, el cual identifica las células propias del organismo como agentes extraños que es preciso eliminar. De este modo, se producen enfermedades degenerativas como, por ejemplo, la artritis reumatoide o la esclerosis múltiple.

4. FUNCIÓN DE REPRODUCCIÓN



<https://goo.gl/pSgzUG>

Los seres vivos intercambian materia y energía con el medio para llevar a cabo la función de nutrición; mediante la función de relación captan la información del entorno, la procesan y elaboran respuestas; y con la reproducción, se caracterizan por la formación de nuevos individuos.

La **función de reproducción** consiste en la formación de nuevos organismos semejantes a sus progenitores. Los descendientes compensan las pérdidas producidas por la muerte de individuos de la especie; por tanto, aunque la reproducción no es indispensable para la vida de un organismo, lo es para asegurar la supervivencia de su especie a través del tiempo. Los seres vivos han desarrollado diversos métodos de reproducción.

- En los **organismos unicelulares**, todo el ser participa en la reproducción; su única célula se divide para formar dos células hijas.
- En los **organismos pluricelulares**, la división de cada una de sus células permite al individuo crecer, renovar y reparar sus tejidos. Pero precisan de estrategias más complejas que los unicelulares para la formación de un nuevo ser vivo. Existen dos tipos de reproducción:
 - **Reproducción asexual:** A partir de un fragmento del progenitor o de unas células de este (espora), se genera el nuevo organismo.
 - **Reproducción sexual:** Para la formación del nuevo individuo se necesita la unión de dos células especializadas llamadas **células reproductoras** o **gametos**. El resto de las célu-

las que integran los organismos con reproducción sexual son las **células somáticas** o **vegetativas**, las cuales forman los distintos tejidos.

A continuación, vamos a describir los dos tipos de reproducción que tienen lugar en los organismos pluricelulares.

4.1. Reproducción asexual

Se basa en el desarrollo de un nuevo individuo a partir de una o varias células del progenitor; el descendiente es un individuo completo idéntico al progenitor. Existen dos tipos de reproducción asexual: la **reproducción asexual vegetativa** y la **reproducción asexual por esporas**.

Reproducción asexual vegetativa

En la reproducción asexual vegetativa, el descendiente se genera a partir de un grupo de células del progenitor. Comprende diferentes estrategias reproductivas:

- **Gemación:** En este tipo de reproducción un conjunto de células se diferencia sobre la superficie del organismo como un abultamiento y crece por repetidas divisiones celulares hasta formar otro individuo. El nuevo ser puede permanecer unido al progenitor formando una colonia o bien desprenderse.
- **Escisión:** En esta estrategia el individuo adulto se fragmenta longitudinalmente o transversalmente, dando lugar, al menos, a dos individuos. Se puede dar en cnidarios, en equinodermos y en anélidos. En los escifozoos, la escisión recibe el nombre de **estrobilación**.

- **Fragmentación:** Se basa en la generación de nuevos individuos a partir de un fragmento y se da en vegetales. En jardinería utilizamos la multiplicación por esquejes. A continuación, presentamos las formas más importantes de fragmentación:

Estolones	Son ramas que, debido a su crecimiento, llegan a tocar el suelo, y generan un nuevo individuo al enraizar.
Bulbos	Son tallos subterráneos de forma cónica que almacenan sustancias. En las hojas más cercanas al bulbo se originan nuevos bulbos, capaces de originar una planta nueva.
Rizomas	Son tallos alargados que crecen bajo el suelo en forma horizontal, generando cada cierta distancia un nuevo individuo de crecimiento vertical.
Tubérculos	Son tallos subterráneos que adoptan una forma algo esférica y almacenan en su interior sustancias de reserva. En su superficie, desarrollan yemas capaces de originar una nueva planta.

En ocasiones, estos mecanismos tienen otro tipo de finalidad además de la reproducción:

—La formación de yemas no siempre implica la reproducción del individuo. En las plantas, las yemas están constituidas por meristemas y son responsables del crecimiento en longitud del tallo y del desarrollo de ramas, hojas o flores.

—Por su parte, la escisión permite la regeneración de órganos o tejidos, y en estos casos no tiene finalidad reproductiva. A partir de fragmentos de raíces, tallos u hojas, algunas plantas pueden regenerar un organismo completo. Estos fragmentos reciben el nombre de **esquejes**. Aunque de modo natural no se considere una técnica reproductiva, esta capacidad ha sido utilizada por el ser humano para la multiplicación de plantas.

- **Regeneración:** No se considera un proceso de reproducción del individuo entero, porque solo se regenera una parte de los tejidos perdidos por los animales cuando se encuentran bajo una situación de peligro. Por ejemplo, los artrópodos pueden regenerar las patas y las antenas, los reptiles, la cola...

Reproducción asexual por esporas o esporulación

La **espora** es una estructura resistente, que puede ser haploide o diploide. En el caso de la esporulación asexual, las esporas se generan por mitosis y se llaman *mitósporas*. Las mitósporas pueden generar un nuevo individuo, idéntico al progenitor, por divisiones celulares sucesivas. Este tipo de reproducción se da en algunas algas, en pteridófitos, en briófitos y en algunos hongos.



Organismos	Dotación diploide	Dotación Haploide
Maíz	20	10
Pino	24	12
Patata	48	24
Perro	78	39
Mosquito	6	3
Humano	46	23

4.2. Reproducción sexual

Es la forma de reproducción más frecuente en los organismos pluricelulares. Se desarrolla en las siguientes etapas:

—**Gametogénesis:** Es el proceso de formación de las células reproductoras o gametos, que se caracterizan por contener la mitad de cromosomas que una célula somática.

Grupo taxonómico	Gametos femeninos	Gametos masculinos
Briófitos y pteridófitos	Ovocélula	Espermatozoide
Espermatófitos	Ovocélula	Célula espermática
Animales	Óvulo	Espermatozoide

Si el número de cromosomas de una célula somática se denomina **dotación diploide** y se representa $2n$, el de un gameto recibe el nombre de **haploide** y se representa por n . El número de cromosomas es característico de cada especie.

—**Fecundación:** Es la unión de gametos para formar una célula nuevamente diploide ($2n$) que recibe el nombre de **célula huevo** o **cigoto**.

—**Desarrollo embrionario:** Son las mitosis sucesivas del cigoto hasta transformarse en un individuo semejante a los progenitores.

Gametogénesis

Es el proceso de formación de las células reproductoras o gametos, que contienen la mitad de cromosomas que una célula somática.

Hablamos de **isogamia** cuando todos los gametos generados por los individuos de

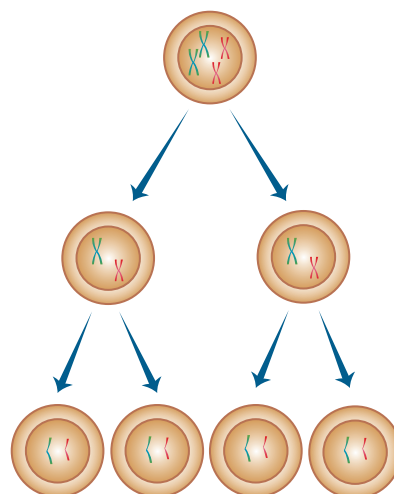
una especie son iguales entre sí. En la **anisogamia**, los gametos presentan diferente tamaño: los femeninos son mayores y se llaman *macrogametos*, y los masculinos son menores y se llaman *microgametos*. Finalmente, en la **oogamia**, los gametos presentan diferente tamaño y forma; su nombre varía según se trate de especies vegetales o animales.

La gametogénesis tiene lugar a partir de células precursoras presentes en los órganos sexuales; estas células, llamadas **células madre** o **precursoras de gametos**, entran en división por mitosis y dan lugar a los gametos por **meiosis**.

La **meiosis** es un proceso de división celular reduccional, ya que las células hijas tienen la mitad de la dotación cromosómica de la célula madre: pasan de células diploides a células haploides. Es una fuente de variabilidad genética.

La meiosis consta de dos divisiones: en la primera se separan los cromosomas homólogos, y se reduce el número de cromosomas a la mitad; la segunda división es muy similar a la mitosis.

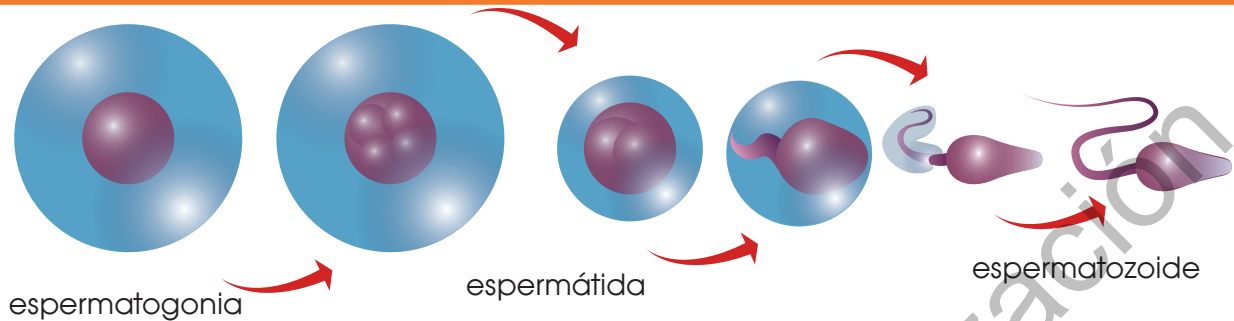
Los organismos que solo producen un tipo de gametos reciben el nombre de **unisexuales**. Se diferencia entre *machos* y *hembras*, que pueden ser morfológicamente parecidos o presentar diferencias externas considerables; en este último caso, hablamos de **dimorfismo sexual**.



Los organismos que producen ambos tipos de gametos son llamados **hermafroditas**. A continuación, describimos el proceso de

gametogénesis en los vertebrados, el cual se realiza con ligeras diferencias en testículos y ovarios.

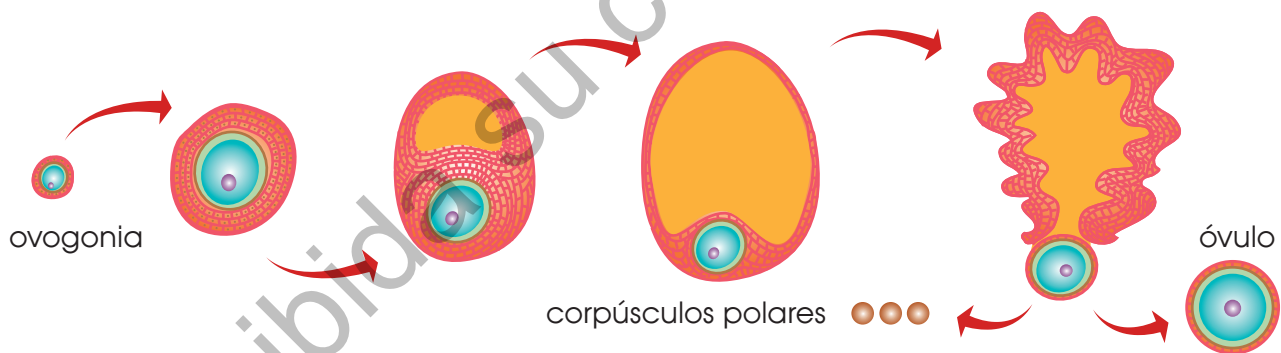
Espermatogénesis masculina en los vertebrados



- A las células precursoras las denominamos **espermatogonias** y son diploides ($2n$).
- Después de la meiosis obtenemos cuatro **espermatátidas** que son haploides.

- Cada espermatátida dará lugar a un espermatozoide después de un proceso de cambio morfológico llamado *diferenciación*.
- Por tanto, de cada espermatogonia se obtienen cuatro espermatozoides.

Gametogénesis femenina en los vertebrados



- A las células precursoras las denominamos **ovogonias** ($2n$).
- Cada ovogonia se divide por meiosis originando unas células intermedias denominadas **ovocitos**.

- Los **ovocitos** dan lugar al **óvulo** (n), que contiene la mayor parte del citoplasma, y otras tres células más pequeñas denominadas **corpúsculos polares** (n), que normalmente degeneran.

En los procesos de gametogénesis de los invertebrados encontramos algunas diferencias. Por ejemplo, en algunas especies, durante la gametogénesis femenina, las ovogonias dan lugar a los ovocitos y a unas células

denominadas **células nutritivas**, que envuelven a los ovocitos. La función de estas células es sintetizar proteínas, ácidos nucleicos, etc., para proporcionarlos al ovocito.

4.3. Fecundación

Es la fusión del gameto femenino con el gameto masculino y da lugar a la célula huevo o **cigoto**, el cual es diploide debido a la fusión de los dos núcleos haploides.

La fecundación se denomina **cruzada** cuando se unen un gameto femenino y uno masculino procedentes de dos individuos distintos. Para que se pueda producir la fecundación cruzada en los organismos hermafroditas, estos poseen mecanismos que evitan la **autofecundación** como sucede en los siguientes casos:

- Los órganos productores de gametos maduran en momentos distintos. Por ejemplo, en los lirios, los granos de polen maduran antes que los sacos embrionarios.
- En otros casos, la situación de los órganos sexuales impide la autofecundación. Así ocurre en algunos anélidos que tienen los órganos reproductores masculinos y femeninos en segmentos sucesivos.

Respecto a los animales, distinguimos entre **fecundación externa** o **interna** según el lugar donde se produzca la unión de los gametos masculinos y los femeninos.

- **En la fecundación externa**, óvulos y espermatozoides son liberados en el agua y se requiere la formación de miles de gametos para asegurar que unos pocos se fecunden. Es un tipo de fecundación propio de invertebrados acuáticos y de los peces.

Los anfibios, a pesar de presentar fecundación externa, realizan acoplamiento, para favorecer la sincronización en la expulsión de los gametos; de esta forma, se asegura el mayor número posible de fecundaciones.

- **La fecundación interna** supone la fusión de los gametos en el interior del cuerpo de un individuo progenitor, frecuentemente la hembra. En este caso el macho deposita los espermatozoides en las vías genitales de la hembra, proceso que tiene lugar durante la cópula.

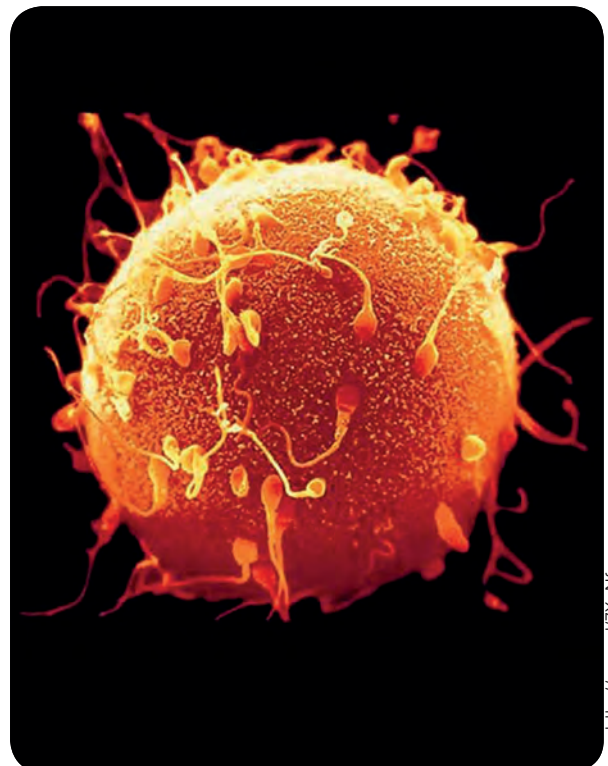
La fecundación interna es el recurso más utilizado por los animales adaptados al medio terrestre, donde la falta de agua no posibilita ni la dispersión ni el encuentro de los gametos, y provoca su desecación.

En algunos moluscos y artrópodos no se produce la cópula, y el macho deposita sus espermatozoides dentro de un estuche protector o **espermatóforo**, que la hembra recoge e introduce en su cuerpo.

La fecundación interna tiene más ventajas que la fecundación externa y, por tanto, ofrece mayores posibilidades de éxito reproductivo.

Las ventajas que presenta son las siguientes:

- La producción de pocos gametos, en comparación con los que se producen en la fecundación externa, supone un ahorro de energía.
- La supervivencia de estos gametos es mayor, ya que no están expuestos a condiciones ambientales desfavorables o a depredadores.
- Las probabilidades de encuentro de los gametos y, por tanto, de que se produzca la fecundación son muy altas.



<http://goo.gl/ZXaNU>

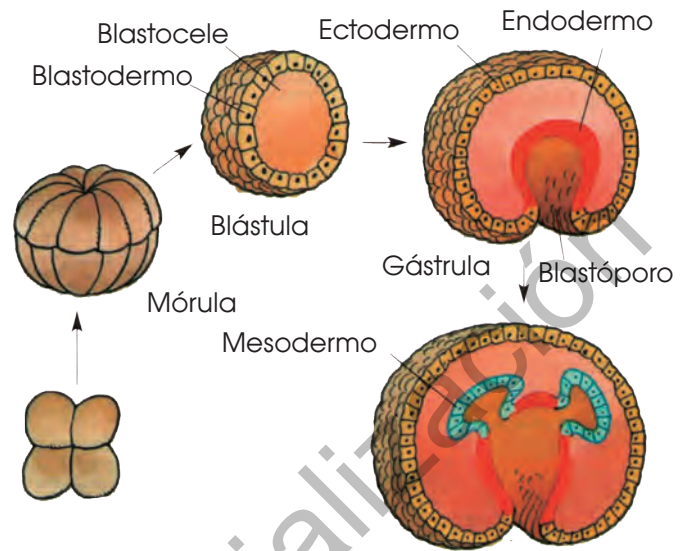
Desarrollo embrionario

Una vez que se ha llevado a cabo la fecundación, el cigoto inicia una serie de divisiones mitóticas y de posteriores diferenciaciones celulares hasta constituir un organismo pluricelular similar a sus progenitores.

En las primeras fases después de la fecundación, las sustancias contenidas en el citoplasma del óvulo que se ha fecundado nutren a las células descendientes de este, hasta el momento en que se implanten en la estructura encargada de proteger y alimentar al embrión.

Por esta razón, en la mayoría de las especies, el óvulo contiene una gran cantidad de sustancias nutritivas y es una célula de tamaño mucho mayor que el espermatozoide.

Según dónde tiene lugar el desarrollo del embrión, los animales se clasifican en:



<http://googl/wfZuoV>

Tipos	Características
Ovíparos	- El desarrollo embrionario se produce en el interior de un huevo gracias a las sustancias nutritivas que este contiene y que forman el vitelo nutritivo. Estas sustancias nutren al embrión durante su desarrollo. - En el caso de los animales acuáticos, para evitar que los huevos sean desplazados por el agua, estos poseen mecanismos de flotación, o bien, filamentos. Los huevos depositados en el medio terrestre están recubiertos de una envoltura protectora para evitar su desecación. - Son ovíparos los insectos, algunos peces, los anfibios, algunos reptiles, las aves y un único mamífero: el ornitorrinco.
Vivíparos	- El embrión se desarrolla en el interior del útero materno, donde la placenta le proporciona protección y alimento. La placenta es un tejido formado durante el embarazo y sirve para intercambiar nutrientes y material de desecho entre la sangre materna y la fetal. - Son vivíparos ciertos reptiles, algunos peces cartilaginosos y todos los mamíferos con excepción del ornitorrinco.
Ovovivíparos	- El desarrollo embrionario se produce dentro de un huevo, que a su vez es protegido en el cuerpo de la madre. - Son ovovivíparos algunos peces y algunos reptiles como la serpiente.

Existen algunos ovíparos, como los insectos y los anfibios, cuyos huevos no contienen suficiente vitelo nutritivo para alimentar al embrión durante todo el proceso de desarrollo. Por ello, el embrión abandona el huevo antes de completar dicho proceso y nace en estadio larvario. La larva se alimenta de sustancias del medio para seguir su proceso de metamorfosis hasta convertirse en adulto.

Prohibida su reproducción

Reproducción alternante

Las dos estrategias de reproducción presentan ventajas o inconvenientes en función de las características de cada especie y de las condiciones ambientales. Como has visto en el apartado de los ciclos biológicos, algunos organismos alternan ambos tipos de reproducción. Un caso especialmente interesante es el ciclo biológico de las abejas.

Estos insectos viven en sociedad y, en condiciones normales, la colonia o enjambre consta de una reina que es la hembra reproductora, diploide; de miles de obreras o hembras no reproductoras, diploides; y de centenares de zánganos o machos, haploides.

A continuación, mostramos el ciclo biológico, en el que intervienen los tres tipos de individuos de un enjambre:



- La reina se aparea con un **zángano** de otra colmena y almacena los espermatozoides, que son haploides, en la espermateca, una cavidad de su cuerpo encargada de recibir y almacenar estos gametos.
- Los óvulos, también haploides, son fecundados diariamente a medida que pasan por la espermateca, y dan lugar a **cigotos** diploides.
- Por sucesivas divisiones mitóticas, los cigotos originan las **larvas**, que son diploides.

- Las larvas son alimentadas por las obreras hasta el momento en que sufren la metamorfosis. Esta dura unos doce días, después de los cuales se convierten en adultos.
- Los adultos serán una **reina** o a una **abeja obrera** según la alimentación que reciban durante la fase larvaria.
- No todos los óvulos de la reina son fecundados; de los óvulos no fecundados surgen los **zánganos**.
- Las **abejas obreras** presentan los órganos reproductores inhibidos, pero en ciertas ocasiones producen óvulos, aunque la anatomía de su aparato reproductor no permite la cópula. En situaciones excepcionales, el desarrollo de estos óvulos también puede dar lugar a **zánganos**.

En las abejas, como en otros invertebrados, se produce la **partenogénesis**, es decir, el desarrollo de un individuo adulto a partir de una célula sexual no fecundada. La combinación de esta variante reproductiva con la reproducción sexual es la causa de la determinación del sexo.

Técnicas de reproducción

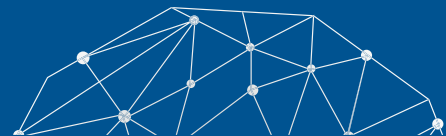
Desde hace miles de años, el ser humano ha mostrado gran interés por obtener el máximo rendimiento de las especies que cultivaba y criaba.

Por ello, ha intentado conseguir variedades de plantas de crecimiento rápido, que producen frutos grandes o con un contenido nutritivo mayor, y de la misma manera ha intentado obtener especies ganaderas más dóciles o que proporcionan más leche o mejor carne.

Así pues, la intervención humana en la reproducción de las especies que tienen interés económico es muy antigua, pero en los últimos años se han desarrollado intensamente diversas técnicas para aumentar el rendimiento de dichas especies.



Experimento



Tema: Mitosis en células de raíz de cebolla



Investigamos:

Las células del tejido meristemático del extremo apical de la raíz de la cebolla se dividen constantemente; esto facilita la observación de células en diferentes fases del proceso de reproducción celular conocido como *mitosis*.



Objetivo:

- Realizar preparaciones para observar células eucariotas mediante el microscopio óptico.
- Reconocer el proceso de la mitosis y distinguir sus diferentes fases.



Materiales:

- un microscopio
- un papel de filtro
- un portaobjetos
- un cubreobjetos
- una lanceta
- una aguja enmangada
- pinzas de madera
- palillos
- tijeras
- un mechero
- un vaso de precipitados
- vidrio de reloj
- orceína A
- orceína B
- bulbos de cebolla



Proceso:

1. Antes de realizar la práctica, **llena** un vaso de precipitados con agua y **coloca** un bulbo de cebolla sujeto con dos o tres palillos.

El bulbo debe situarse de manera que la parte inferior esté en contacto con el agua. Transcurridos tres o cuatro días, aparecerán numerosas raíces de unos 3 o 4 cm de longitud.

2. **Corta** con las tijeras de 2 a 3 mm del extremo de las raíces, ya que en esta zona se encuentran las células en división.
3. **Vierte** en un vidrio de reloj 2-3 ml de orceína A y **deposita** en él los trozos de las raíces.
4. **Sujeta** el vidrio de reloj con las pinzas y **calientalo** suavemente con el mechero (es importante que se evite la ebullición retirando, si es necesario, el vidrio del reloj) hasta que se desprendan vapores tenues.
5. **Coloca** con la aguja enmangada uno de los extremos de las raíces en un portaobjetos, **añade** una gota de orceína B y **deja** actuar un minuto.
6. Con la lanceta, **corta** los extremos. **Coloca** encima el cubreobjetos y, con la ayuda de un papel de filtro, **realiza** una suave presión en la zona del cubreobjetos para que las raíces queden extendidas. Esta técnica es conocida como *squash*. Se ha de evitar que el cubreobjetos resbale, limpiando el exceso de colorante con el papel de filtro.
7. **Quita** el papel de filtro y **observa** al microscopio.



Cuestiones:

8. **Dibuja** las características morfológicas de las células vegetales.
9. **Indica** el porcentaje de células que se encuentran en mitosis.
10. **Dibuja** las diferentes fases de la mitosis que puedas identificar con el microscopio.
 - ¿Qué color presentan los cromosomas que observas?



Resumen

1. Ciclo celular
2. Meiosis
3. Mitosis
4. Fecundación

La **célula**, a lo largo de su tiempo de vida, pasa por distintas etapas dentro de lo que conocemos como el **ciclo celular**. Las dos fases fundamentales son

la **interfase** y la **división celular**.

La **interfase** es el período más largo y consta de tres etapas: **G₁**, **S** y **G₂**. Durante la etapa **G₁** de la interfase, la célula aumenta su tamaño y también aumenta su cantidad de orgánulos y estructuras celulares. Esto ocurre hasta que la relación superficie-volumen de la célula no puede mantenerse por lo que la célula debe entrar en división. Durante la etapa **S**, el ADN se duplica y en la etapa **G₂** la célula comienza a prepararse para la división.

Después de esto, la célula puede entrar en división. Si se divide por **mitosis**, la célula pasará por cuatro etapas de división del núcleo y luego por **citocinesis**, o división del citoplasma. La primera fase se denomina **profase** y en ella se condensan los cromosomas y desaparece la membrana nuclear. Los centriolos se empiezan a separar hacia los polos.

La segunda fase de la mitosis es la **metafase**, en la que los centriolos, ya migrados en los polos de la célula, han creado el **huso mitótico**, al cual se anclan los cromosomas alineados en el centro y forman la placa ecuatorial.

Después, en la tercera fase o **anafase**, las cromátidas hermanas de los cromosomas se separan debido a la contracción de las

hebras. Por último, en **telofase**, los cromosomas se descondensan y se vuelven a formar las envolturas nucleares que envuelven a las cadenas de ADN.

Tras la división del material genético, tiene lugar la división del resto de la célula por el proceso denominado **citocinesis**. En células animales, ocurre una invaginación en la membrana plasmática que origina la citocinesis por estrangulación mientras que en las células vegetales se forman tabiques que separan las dos células.

Existe otro tipo de división celular llamado, **meiosis** en el que, en lugar de originarse dos células idénticas a la madre, se originan cuatro células diferentes y con la mitad de la información. Estas células son **gametos** y son necesarias para la reproducción sexual.

La meiosis ocurre como dos divisiones seguidas. La segunda división de la meiosis es muy similar a la mitosis. En la primera, sin embargo, existe un proceso de emparejamiento de cromosomas homólogos y recombinación, que permite que cada célula tenga distinta información genética al final de la división.

La reproducción sexual ocurre por la unión de dos gametos en un fenómeno conocido como **fecundación**, en el que se forma un cigoto. Este **cigoto** tiene un juego de información completa como resultado de la unión de la media información del gameto masculino y el femenino. El cigoto comenzará a dividirse por **mitosis**, dando lugar a un embrión que terminará convirtiéndose en un organismo adulto.



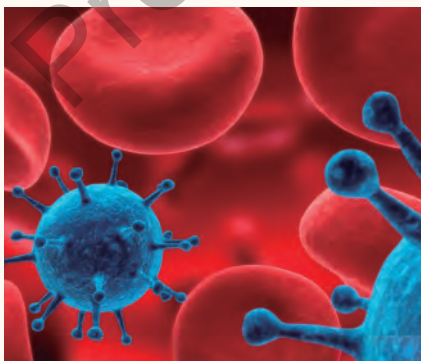
BLOG

Una triple barrera protege las células de convertirse en cancerosas

Un equipo de expertos ha descrito por primera vez un triple mecanismo que detiene la mitosis cuando la integridad de los cromosomas está amenazada. La activación de cualquiera de las tres vías de control detiene el proceso que podría dar lugar a una transformación maligna. La investigación se ha publicado en Plos Genetics.

Investigadores de la Universidad Autónoma de Barcelona (UAB) han identificado por primera vez el triple mecanismo que detiene la separación de los cromosomas en respuesta a situaciones que comprometen la integridad de la información genética. La pérdida de esta capacidad de respuesta es característica de las células cancerosas.

—Lee la noticia completa en el siguiente *link*: <http://goo.gl/nl4r2V>.



<http://goo.gl/440nOG>

SOCIEDAD

Serpiente en cautividad se reproduce sin aparearse con un macho

Una serpiente de agua de vientre amarillo se reprodujo por sí misma en 2014 y de nuevo este verano, indicaron los responsables del Centro de Conservación de Naturaleza del cabo Girardeau, dependiente del Departamento de Conservación de Misuri. La serpiente vive en cautividad y sin un compañero macho desde hace casi ocho años. Un becario que cuida de la serpiente encontró las cápsulas con las crías recién puestas en julio.

Estos nacimientos son poco comunes, señaló el herpetólogo del Departamento de Conservación Jeff Briggler, pero pueden producirse en algunas especies a través de un proceso llamado *partenogénesis*. Ocurre en algunos insectos, peces, anfibios, pájaros y reptiles, incluidas algunas serpientes, pero no en mamíferos.

—Lee este artículo en su totalidad en el siguiente enlace: <https://goo.gl/P4G4TZ>.

SENTIDO CRÍTICO

Película

En el siguiente vínculo podrás encontrar un documental sobre posibilidades de la reproducción asexual en humanos: <http://goo.gl/RkFqHs>.

SI YO FUERA



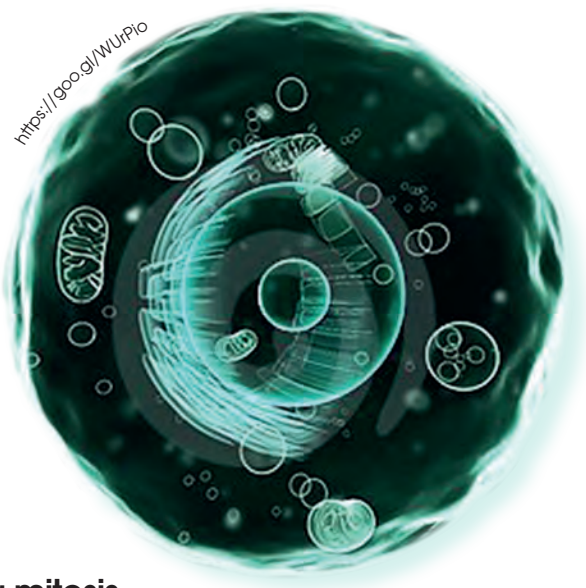
<http://goo.gl/6TV6K0>

Un **citogenetista**, analizaría los cambios en las células somáticas, que constituyen los diferentes órganos y partes de nuestro cuerpo, que llevan al envejecimiento y la muerte celular para prevenir enfermedades.

Prohibida su reproducción

Para finalizar

1. **Lee** este texto sobre la división celular y **responde** las actividades que se plantean a continuación.



La mitosis

Cuando alguien se corta, la herida sana; cuando se siembra una semilla, crece una planta; un organismo unicelular que vive en un charco puede producir tantos descendientes que el agua cambia de color en pocos días. ¿Qué tienen en común estos sucesos? En todos ellos las células se reproducen: las células forman nuevas células.

Todos los seres vivos estamos formados por células que provienen, a su vez, de otras células. Estas nuevas células se producen mediante un proceso llamado *división celular*. Cuando una célula se divide, lo hace también el núcleo y el resto de ella; es decir, el citoplasma. La célula que se divide se llama *célula madre*, y las células que se forman a partir de ella se llaman *células hijas*. Este tipo de división celular constituye la *mitosis*.

La **mitosis** provee células nuevas para el crecimiento, para curar heridas y para reemplazar partes dañadas del cuerpo; todas estas células reciben el nombre de *células somáticas*. En cambio, las células reproductoras o los gametos (el óvulo y el espermatozoide en el ser humano) se forman por otro tipo de división

celular llamado *meiosis*. Todas las células que poseen un núcleo definido por una membrana (células eucariotas) tienen en su interior los cromosomas, que contienen la información necesaria para el control de las actividades celulares. Durante la división celular, las nuevas células reciben el mismo material hereditario propio de la célula originaria.

Muchos tipos de organismos están formados por células que contienen un determinado número de pares de cromosomas. Estos pares de cromosomas iguales se llaman *homólogos*, y de la célula que los contiene, decimos que es diploide y representamos con el símbolo $2n$. Los humanos contamos con 23 pares de cromosomas homólogos, por lo tanto, $2n = 46$. Algunos otros ejemplos son: gato, 38, vaca, 60, perro, 78, mosca de la fruta, 8, mosca, 12, chimpancé, 48, cebolla, 16, pez rojo, 94 y arroz, 34.

Las células no crecen indefinidamente. Cuando una célula llega a cierto tamaño, se divide por mitosis. Este proceso se describe en términos de posición y movimiento de los cromosomas, y puede observarse con la ayuda de un microscopio. Para facilitar su estudio, los científicos dividen la mitosis en fases, aunque, de hecho, la mitosis constituye una serie de eventos consecutivos.

Hugo Gómez Cerón

(Extraído de: benitobios.blogspot.com/2007/11/mitosis.html)

- Realiza** un resumen de cada una de ellas.
- Indica** cuál es el valor de n y $2n$ en los organismos que se mencionan en el texto.
- A partir de una célula inicial, ¿cuántas células se forman después de diez mitosis sucesivas?
- ¿En qué fase de la división celular se encuentra la célula diploide de la mosca de la fruta que se describe a continuación?
«...tiene ocho cromosomas, con dos cromátidas cada uno, colocados en el ecuador del huso acromático...».

—En un tejido vegetal de cebolla hay un 70% de células en fase G_1 , un 5% en fase S y un 9% en fase G_2 .

a. ¿En qué situación se encontrarán las células restantes?

b. ¿Qué puede deducirse sobre la duración de las diferentes etapas de la interfase?

2. **Indica** el número de cromosomas y de cromátidas que habrá en las siguientes células de gato:

- Célula nerviosa al término de la profase
- Célula hepática en anafase
- Célula intestinal en período G_1
- Célula del epitelio bucal en período G_2
- Gameto masculino (espermatozoide)

c. ¿Son genéticamente iguales todas las células de un mismo individuo? Razona la respuesta.

ma, núcleo y nucleosoma.

6. **Dibuja** una célula con dos pares de cromosomas en anafase mitótica y **responde**: ¿Cuántas cromátidas se observan?, y ¿cuántos centrómeros?

7. En un organismo diploide, ¿se puede dar el caso de células somáticas con un número impar de cromosomas?

8. **Razona** en qué fase del ciclo celular se encontraría el cromosoma de esta microfotografía.



—**Describe** su morfología. ¿Cuál crees que es la función de los cromosomas en la célula?

9. **Clasifica** los veintidós cromosomas humanos, más el par X e Y, según la posición del centrómero.

10. Las células animales y vegetales son eucariotas, comparten muchas similitudes, pero también algunas diferencias. ¿Qué diferencias existen en la división celular de ambos tipos celulares?

11. **Explica** cuáles son las posibles causas que provocan la apoptosis de una célula.

12. La muerte de una célula puede ser por apoptosis o por necrosis. ¿Qué diferencia existe entre los dos procesos? ¿Tiene la apoptosis algún aspecto positivo para el organismo?

3. Determinado organismo posee dos billones (2×10^{12}) de células somáticas, de las cuales el 60% se encuentra en mitosis, el 30% en fase G_1 , el 4% en fase S y el 6% en fase G_2 . Sabiendo que las células en fases S y G_2 tienen 60 pg de ADN (recuerda que 1 pg = 1 picogramo = 10^{-12} g), **calcula** la cantidad de ADN nuclear existente en este organismo.

4. **Confecciona** un gráfico de barras en el que se refleje el número de cromosomas por célula según las especies que se mencionan en el texto. ¿Crees que el número de cromosomas está directamente relacionado con la complejidad de un organismo? **Razona** tu respuesta.

5. **Explica** las diferencias entre estos conceptos: *mitosis* y *citocinesis*, *cromosoma metafásico* y *cromosoma telofásico*, *cromatina* y *cromoso-*

AUTOEVALUACIÓN

Reflexiona y **autoevalúate** en tu cuaderno:

• Trabajo personal

¿Qué tema me ha resultado más fácil y cuál más difícil de comprender?

¿He cumplido mis tareas?

¿Qué aprendí en esta unidad?

• Trabajo en equipo

¿He compartido con mis compañeros y compañeras?

¿He respetado las opiniones de los demás?

• **Escribe** la opinión de tu familia.

• **Pide** a tu profesor o profesora sugerencias para mejorar y **escríbelas**.

⚠ Caracteres estudiados por Mendel en *Pisum sativum*

Características	Variantes	
	Rasgo dominante	Rasgo recesivo
Textura de la semilla	Lisa 	Rugosa 
Color de la semilla	Amarilla 	Verde 
Color de los pétalos de la flor	Púrpura 	Blanco 
Aspecto general de la vaina	Hinchada 	Comprimida 
Color de la vaina inmadura	Verde 	Amarillo 
Posición de la flor	Axial 	Terminal 
Longitud del tallo	Largo 	Corto 

FÍSICA



Prohibida su comercialización

PRESIDENTE DE LA REPÚBLICA
Lenín Moreno Garcés

MINISTRA DE EDUCACIÓN
Monserrat Creamer Guillén

Viceministra de Educación
Susana Araujo Fiallos

Viceministro de Gestión Educativa
Vinicio Baquero Ordóñez

Subsecretaria de Fundamentos Educativos
María Fernanda Crespo Cordovez

Subsecretario de Administración Escolar
Mariano Eduardo López

Directora Nacional de Currículo
Graciela Mariana Rivera Bilbao la Vieja

Director Nacional de Recursos Educativos
Ángel Gonzalo Núñez López

Directora Nacional de Operaciones y Logística
Carmen Guagua Gaspar

Primera impresión
Marzo 2020

Impreso por:

EDITORIAL DON BOSCO
OBRAS SALESIANAS DE COMUNICACIÓN

Marcelo Mejía Morales
Gerente general

Paúl F. Córdova Guadamud
Dirección editorial

María Leonor Moyano
Editor de área

Luis Felipe Sánchez
Coordinación de estilo

Luis Felipe Sánchez
Revisión de estilo

Pamela Cueva Villavicencio
Coordinación gráfica

Pamela Cueva Villavicencio
Diagramación

Darwin Parra O.
Ilustración

En alianza con

Grupo edebé
Proyecto: Física 2
Bachillerato

Antonio Garrido González
Dirección general

José Luis Gómez Cutillas
Dirección editorial

María Banal Martínez
Dirección de edición
de Educación Secundaria

Santiago Centelles Cervera
Dirección pedagógica

Juan López Navarro
Dirección de producción



ISBN 978-9942-23-285-4

Primera impresión: Agosto 2016
Este libro fue evaluado por la
Escuela Politécnica Nacional, y
obtuvo su certificación curricular
el 7 de 2016.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN

© Ministerio de Educación del Ecuador
Av. Amazonas N34-451 y Av. Atahualpa
Quito-Ecuador
www.educacion.gob.ec

La reproducción parcial o total de esta publicación, en cualquier forma y por cualquier medio mecánico o electrónico, está permitida siempre y cuando sea por los editores y se cite correctamente la fuente autorizada.

DISTRIBUCIÓN GRATUITA PROHIBIDA SU VENTA

ADVERTENCIA

Un objetivo manifiesto del Ministerio de Educación es combatir el sexismo y la discriminación de género en la sociedad ecuatoriana y promover, a través del sistema educativo, la equidad entre mujeres y hombres. Para alcanzar este objetivo, promovemos el uso de un lenguaje que no reproduzca esquemas sexistas, y de conformidad con esta práctica preferimos emplear en nuestros documentos oficiales palabras neutras, tales como las personas (en lugar de los hombres) o el profesorado (en lugar de los profesores), etc. Sólo en los casos en que tales expresiones no existan, se usará la forma masculina como genérica para hacer referencia tanto a las personas del sexo femenino como masculino. Esta práctica comunicativa, que es recomendada por la Real Academia Española en su Diccionario Panhispánico de Dudas, obedece a dos razones: (a) en español es posible <referirse a colectivos mixtos a través del género gramatical masculino>, y (b) es preferible aplicar <la ley lingüística de la economía expresiva> para así evitar el abultamiento gráfico y la consiguiente ilegibilidad que ocurriría en el caso de utilizar expresiones como las y los, os/as y otras fórmulas que buscan visibilizar la presencia de ambos sexos.

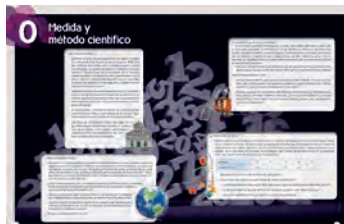
Lenín



0 unidad temática

Medidas y método científico

Contenidos



1. El método científico (12 - 13)
2. Medida: magnitudes y unidades (14 - 15)
3. Instrumentos de medida (16 - 17)
4. Análisis de los datos (18 - 19)

1 unidad temática

El movimiento

Contenidos



1. Movimiento y sistemas de referencia (24 - 26)
2. Trayectoria, posición y desplazamiento (27 - 28)
3. Velocidad (29 - 30)
4. Aceleración (31 - 33)
5. Movimiento rectilíneo uniforme (34 - 35)
6. Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (36 - 39)
7. Composición de movimientos (40 - 43)
8. Movimiento circular (44 - 46)

2 unidad temática

Fuerzas en la naturaleza

Contenidos



1. La naturaleza de las fuerzas (66 - 67)
2. Composición y descomposición de fuerzas (68 - 70)
3. Momento de una fuerza (71 - 72)
4. Equilibrio (73)
5. Leyes de la dinámica (74 - 77)
6. Interacciones de contacto (78 - 81)
7. Dinámica del movimiento circular uniforme (82 - 83)
8. Dinámica de rotación (84 - 86)
9. Leyes de Kepler (87 - 89)
10. Interacción gravitatoria (90 - 93)
11. Interacción electrostática (94 - 96)
12. Semejanzas y diferencias entre las interacciones gravitatoria y electrostática (97)

Objetivos:

- Comprender que el desarrollo de la física está ligado a la historia de la humanidad y al avance de la civilización y apreciar su contribución en el progreso socioeconómico, cultural y tecnológico de la sociedad.
- Comprender que la física es un conjunto de teorías cuya validez ha tenido que comprobarse en cada caso, por medio de la experimentación.
- Comunicar información con contenido científico, utilizando el lenguaje oral y escrito con rigor conceptual, interpretar leyes, así como expresar argumentaciones y explicaciones en el ámbito de la física.
- Describir los fenómenos que aparecen en la naturaleza, analizando las características más relevantes y las magnitudes que intervienen y progresar en el dominio de los conocimientos de física, de menor a mayor profundidad, para aplicarlas a las necesidades y potencialidades de nuestro país.
- Reconocer el carácter experimental de la física, así como sus aportaciones al desarrollo humano, por medio de la historia, comprendiendo las discrepancias que han superado los dogmas, y los avances científicos que han influido en la evolución cultural de la sociedad.
- Describir los fenómenos que aparecen en la naturaleza, analizando las características más relevantes y las magnitudes que intervienen y progresar en el dominio de los conocimientos de física, de menor a mayor profundidad, para aplicarlas a las necesidades y potencialidades de nuestro país.
- Integrar los conceptos y leyes de la física, para comprender la ciencia, la tecnología y la sociedad, ligadas a la capacidad de inventar, innovar y dar soluciones a la crisis socioambiental.
- Diseñar y construir dispositivos y aparatos que permitan comprobar y demostrar leyes físicas, aplicando los conceptos adquiridos a partir de las destrezas con criterios de desempeño.

- Describir los fenómenos que aparecen en la naturaleza, analizando las características más relevantes y las magnitudes que intervienen y progresar en el dominio de los conocimientos de física, de menor a mayor profundidad, para aplicarlas a las necesidades y potencialidades de nuestro país.
- Integrar los conceptos y leyes de la física, para comprender la ciencia, la tecnología y la sociedad, ligadas a la capacidad de inventar, innovar y dar soluciones a la crisis socioambiental.
- Comprender la importancia de aplicar los conocimientos de las leyes físicas para satisfacer los requerimientos del ser humano a nivel local y mundial, y plantear soluciones a los problemas locales y generales a los que se enfrenta la sociedad.
- Diseñar y construir dispositivos y aparatos que permitan comprobar y demostrar leyes físicas, aplicando los conceptos adquiridos a partir de las destrezas con criterios de desempeño.
- Comunicar resultados de experimentaciones realizadas, relacionados con fenómenos físicos, mediante informes estructurados, detallando la metodología utilizada, con la correcta expresión de las magnitudes medidas o calculadas.
- Comunicar información con contenido científico, utilizando el lenguaje oral y escrito con rigor conceptual, interpretar leyes, así como expresar argumentaciones y explicaciones en el ámbito de la física.
- Diseñar y construir dispositivos y aparatos que permitan comprobar y demostrar leyes físicas, aplicando los conceptos adquiridos a partir de las destrezas con criterios de desempeño, desarrollo del entorno social, natural y cultural.
- Comunicar resultados de experimentaciones realizadas, relacionados con fenómenos físicos, mediante informes estructurados, detallando la metodología utilizada, con la correcta expresión de las magnitudes medidas o calculadas.

Destrezas con criterios de desempeño:

Unidades

- Determinar la posición y el desplazamiento de un objeto (considerado puntual) que se mueve, a lo largo de una trayectoria rectilínea, en un sistema de referencia establecida y sistematizar información relacionada al cambio de posición en función del tiempo, como resultado de la observación de movimiento de un objeto y el empleo de tablas y gráficas.
- Explicar, por medio de la experimentación de un objeto y el análisis de tablas y gráficas, que el movimiento rectilíneo uniforme implica una velocidad constante.
- Elaborar gráficos de velocidad versus tiempo, a partir de los gráficos posición versus tiempo; y determinar el desplazamiento a partir del gráfico velocidad versus tiempo.
- Analizar gráficamente que, en el caso particular de que la trayectoria sea un círculo, la aceleración normal se llama *aceleración central* (centrípeta) y determinar que en el movimiento circular solo se necesita el ángulo (medido en radianes) entre la posición del objeto y una dirección de referencia, mediante el análisis gráfico de un punto situado en un objeto que gira alrededor de un eje.
- Diferenciar, mediante el análisis de gráficos el *movimiento circular uniforme* (MCU) del *movimiento circular uniformemente variado* (MCUV), en función de la comprensión de las características y relaciones de las cuatro magnitudes de la cinemática del movimiento circular (posición angular, velocidad angular, aceleración angular y el tiempo).
- Resolver problemas de aplicación donde se relacionen las magnitudes angulares y las lineales.
- Indagar los estudios de Aristóteles, Galileo y Newton, para comparar sus experiencias frente a las razones por las que se mueven los objetos y despejar ideas preconcebidas sobre este fenómeno, con la finalidad de conceptualizar la primera ley de Newton (ley de la inercia) y determinar por medio de la experimentación que no se produce aceleración cuando las fuerzas están en equilibrio, por lo que un objeto continúa moviéndose con rapidez constante o permanece en reposo (primera ley de Newton o principio de inercia de Galileo).
- Explicar la segunda ley de Newton mediante la relación entre las magnitudes: aceleración y fuerza que actúan sobre un objeto y su masa, mediante experimentaciones formales o no formales.
- Explicar la tercera ley de Newton en aplicaciones reales.
- Reconocer que la fuerza es una magnitud de naturaleza vectorial, mediante la explicación gráfica de situaciones reales para resolver problemas donde se observen objetos en equilibrio u objetos acelerados.
- Analizar que las leyes de Newton no son, exactas pero dan muy buenas aproximaciones cuando el objeto se mueve con muy pequeña rapidez, comparada con la rapidez de la luz o cuando el objeto es suficientemente grande para ignorar los efectos cuánticos, mediante la observación de videos relacionados.
- Reconocer que la velocidad es una información insuficiente y que lo fundamental es la vinculación de la masa del objeto con su velocidad a través de la cantidad de movimiento lineal, para comprender la ley de conservación de la cantidad de movimiento y demostrar analíticamente que el impulso de la fuerza que actúa sobre un objeto es igual a la variación de la cantidad de movimiento de ese objeto.
- Explicar que la *fuerza* es la variación de momento lineal en el transcurso del tiempo, mediante ejemplos reales, y determinar mediante la aplicación del teorema del impulso, la cantidad de movimiento y de la tercera ley de Newton que para un sistema aislado de dos cuerpos, no existe cambio en el tiempo de la cantidad de movimiento total del sistema.
- Explicar que la intensidad del campo gravitatorio de un planeta determina la fuerza del peso de un objeto de masa (m), para establecer que el peso puede variar pero la masa es la misma.
- Explicar el fenómeno de la aceleración cuando un cuerpo que cae libremente alcanza su rapidez terminal, mediante el análisis del rozamiento con el aire.
- Describir el movimiento de proyectiles en la superficie de la Tierra, mediante la determinación de las coordenadas horizontal y vertical del objeto para cada instante del vuelo y de las relaciones entre sus magnitudes (velocidad, aceleración, tiempo); determinar el alcance horizontal y la altura máxima alcanzada por un proyectil y su relación con el ángulo de lanzamiento, a través del análisis del tiempo que se demora un objeto en seguir la trayectoria, que es el mismo que emplean sus proyecciones en los ejes.
- Determinar que la fuerza que ejerce un resorte es proporcional a la deformación que experimenta y está dirigida hacia la posición de equilibrio (ley de Hooke), mediante prácticas experimentales y el análisis de su modelo matemático y de la característica de cada resorte.
- Explicar que el movimiento circular uniforme requiere la aplicación de una fuerza constante dirigida hacia el centro del círculo, mediante la demostración analítica y/o experimental.
- Deducir las expresiones cinemáticas a través del análisis geométrico del movimiento armónico simple (MAS) y del uso de las funciones seno o coseno (en dependencia del eje escogido), y que se puede equiparar la amplitud A y la frecuencia angular ω del MAS con el radio y la velocidad angular del MCU.
- Determinar experimentalmente que un objeto sujeto a un resorte realiza un movimiento periódico (llamado *movimiento armónico simple*) cuando se estira o se comprime, generando una fuerza elástica dirigida hacia la posición de equilibrio y proporcional a la deformación.
- Identificar las magnitudes que intervienen en el movimiento armónico simple, por medio de la observación de mecanismos que tienen este tipo de movimiento y analizar geoméricamente el movimiento armónico simple como un componente del movimiento circular uniforme, mediante la proyección del movimiento de un objeto en MAS sobre el diámetro horizontal de la circunferencia.

1	2	3	4	5	6
✓					
✓					
✓					
✓					
✓					
	✓				
	✓				
	✓				
	✓				
	✓				
	✓				
	✓				
✓					
	✓				
	✓				
					✓
					✓
					✓

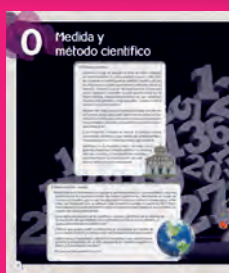
Unidades

1	2	3	4	5	6
					✓
				✓	
	✓				
	✓				
		✓			
	✓		✓		
				✓	
				✓	
				✓	
		✓			
		✓			
		✓			
			✓		
			✓		
			✓		
			✓		
			✓		
			✓		
✓					

- Describir que si una masa se sujeta a un resorte, sin considerar fuerzas de fricción, se observa la conservación de la energía mecánica, considerando si el resorte está en posición horizontal o suspendido verticalmente, mediante la identificación de las energías que intervienen en cada caso.
- Explicar que se detecta el origen de la carga eléctrica, partiendo de la comprensión de que esta reside en los constituyentes del átomo (electrones o protones) y que solo se detecta su presencia por los efectos entre ellas, comprobar la existencia de solo dos tipos de carga eléctrica a partir de mecanismos que permiten la identificación de fuerzas de atracción y repulsión entre objetos electrificados, en situaciones cotidianas y experimentar el proceso de carga por polarización electrostática, con materiales de uso cotidiano.
- Conceptualizar la ley de Coulomb en función de cuantificar con qué fuerza se atraen o se repelen las cargas eléctricas y determinar que esta fuerza electrostática también es de naturaleza vectorial.
- Explicar el principio de superposición mediante el análisis de la fuerza resultante sobre cualquier carga, que resulta de la suma vectorial de las fuerzas ejercidas por las otras cargas que están presentes en una configuración estable.
- Explicar que la presencia de un campo eléctrico alrededor de una carga puntual permite comprender la acción de la fuerza a distancia, la acción a distancia entre cargas a través de la conceptualización de *campo eléctrico* y la visualización de los efectos de las líneas de campo en demostraciones con material concreto, y determinar la fuerza que experimenta una carga dentro de un campo eléctrico, mediante la resolución de ejercicios y problemas de aplicación.
- Establecer que el trabajo efectuado por un agente externo al mover una carga de un punto a otro dentro del campo eléctrico se almacena como energía potencial eléctrica e identificar el agente externo que genera diferencia de potencial eléctrico, el mismo que es capaz de generar trabajo al mover una carga positiva unitaria de un punto a otro dentro de un campo eléctrico.
- Conceptualizar la *corriente eléctrica* como la tasa a la cual fluyen las cargas a través de una superficie *A* de un conductor, mediante su expresión matemática y establecer que cuando se presenta un movimiento ordenado de cargas corriente eléctrica se transfiere energía desde la batería, la cual se puede transformar en calor, luz o en otra forma de energía.
- Describir la relación entre *diferencia de potencial* (voltaje), *corriente* y *resistencia eléctrica*, la ley de Ohm, mediante la comprobación de que la corriente en un conductor es proporcional al voltaje aplicado (donde *R* es la constante de proporcionalidad).
- Comprobar la ley de Ohm en circuitos sencillos a partir de la experimentación, analizar el funcionamiento de un circuito eléctrico sencillo y su simbología mediante la identificación de sus elementos constitutivos y la aplicación de dos de las grandes leyes de conservación (de la carga y de la energía) y explicar el calentamiento de Joule y su significado mediante la determinación de la potencia disipada en un circuito básico.
- Definir el *trabajo mecánico* a partir del análisis de la acción de una fuerza constante aplicada a un objeto que se desplaza en forma rectilínea, considerando solo el componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento.
- Demostrar analíticamente que la variación de la energía mecánica representa el trabajo realizado por un objeto, utilizando la segunda ley de Newton y las leyes de la cinemática y la conservación de la energía, a través de la resolución de problemas que involucren el análisis de sistemas conservativos donde solo fuerzas conservativas efectúan trabajo.
- Determinar el concepto de *potencia* mediante la comprensión del ritmo temporal con que ingresa o se retira energía de un sistema.
- Determinar que la temperatura de un sistema es la medida de la energía cinética promedio de sus partículas, haciendo una relación con el conocimiento de que la energía térmica de un sistema se debe al movimiento caótico de sus partículas y, por tanto, a su energía cinética.
- Describir el proceso de transferencia de calor entre y dentro de sistemas por conducción, convección y/o radiación, mediante prácticas de laboratorio.
- Analizar que la variación de la temperatura de una sustancia que no cambia de estado es proporcional a la cantidad de energía añadida o retirada de la sustancia y que la constante de proporcionalidad representa el recíproco de la capacidad calorífica de la sustancia.
- Explicar mediante la experimentación el equilibrio térmico usando los conceptos de *calor específico*, *cambio de estado*, *calor latente*, *temperatura de equilibrio*, en situaciones cotidianas.
- Reconocer que un sistema con energía térmica tiene la capacidad de realizar trabajo mecánico deduciendo que, cuando el trabajo termina, cambia la energía interna del sistema, a partir de la experimentación (máquinas térmicas).
- Reconocer mediante la experimentación de motores de combustión interna y eléctricos, que en sistemas mecánicos, las transferencias y transformaciones de la energía siempre causan pérdida de calor hacia el ambiente, reduciendo la energía utilizable, considerando que un sistema mecánico no puede ser ciento por ciento eficiente.
- Establecer la ley de gravitación universal de Newton y su explicación del sistema copernicano y de las leyes de Kepler, para comprender el aporte de la misión geodésica francesa en Ecuador, con el apoyo profesional de don Pedro Vicente Maldonado en la confirmación de la ley de gravitación, identificando el problema de acción a distancia que plantea la ley de gravitación newtoniana y su explicación a través del concepto de *campo gravitacional*.

El proyecto de Física 2

Unidad 0



- Una unidad inicial para facilitar los nuevos aprendizajes.

Para empezar



Activa tu conocimiento con el gráfico.

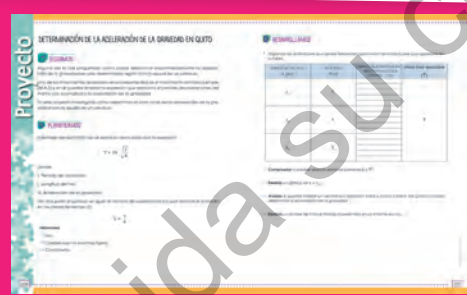
- Tu unidad arranca con noticias y temas que te involucran en los contenidos.

Contenidos



- Aprendemos física a través de actividades.

Proyecto



- Propuesta de actividades interdisciplinarias, que promueven el diálogo y el deseo de nuevos conocimientos.

Ejercicios y problemas



Un alto en el camino



- Y, además, se incluye una evaluación quimestral con preguntas de desarrollo y de base estructurada.

Experimento



- Te convertirás en un joven físico.

Zona Wifi



- Aprenderás la física en relación con la sociedad.



Evaluando tus destrezas.

Para finalizar



Autoevaluación

Resumen



- Síntesis de lo aprendido.

¿Qué significan estos iconos?

Y TAMBIÉN:



ANÁLISIS Y RESOLUCIÓN:



TRABAJO MINGENIO:



EN GRUPO:



CALCULADORA:



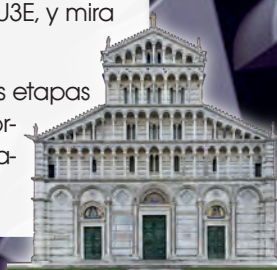
EN EN CUENTA QUE:



O Medida y método científico

1. El método científico

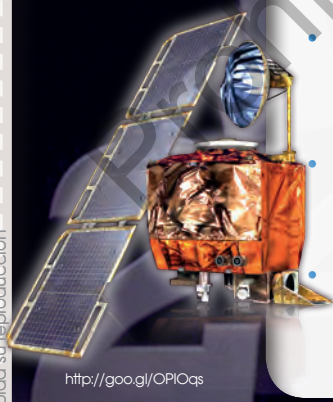
- Durante un viaje de estudios a Italia, se hallan visitando la catedral de Pisa. El guía les explica que, en 1583, Galileo Galilei se encontraba en la catedral cuando una de las lámparas de aceite que pendían del techo atrajo su atención. Observó que en el balanceo de la lámpara cada oscilación completa ocurría exactamente en el mismo tiempo, independientemente de que describiera arcos más grandes o más pequeños. Galileo midió el tiempo con su propio pulso.
- Realicen en clase una lluvia de ideas para crear una lista de los factores de los que podría depender el período de oscilación de la lámpara, seleccionen las que les parezcan más probables y discutan de qué forma podrían comprobar si esto es así.
- A continuación, consulta el artículo «El péndulo simple y el método científico», que hallarás en el enlace <http://goo.gl/CJhU3E>, y mira el video que contiene.
- Identifica, en la situación inicial y el video, las siguientes etapas del método científico: a. observación de un hecho; b. formulación de hipótesis; c. experimentación (comprobación de hipótesis); d. extracción de conclusiones.



<http://goo.gl/T45VE1>

2. Medida: magnitudes y unidades

- En el mundo científico-tecnológico, es muy importante adoptar un lenguaje común para posibilitar la interrelación entre científicos o técnicos de diferentes países. En este contexto, utilizar con rigor y coherencia las unidades de medida de las distintas magnitudes es imprescindible, ya sea mediante el uso de un sistema de unidades común o aplicando los factores de conversión necesarios entre distintas unidades.
- Para que comprendas su importancia, en el siguiente enlace puedes informarte sobre lo que ocurrió en 1999 con la nave Mars Climate Orbiter:
<http://links.edebe.com/vsd>
- Explica brevemente lo que sucedió y el motivo del incidente. A continuación, trata de dar respuesta a la siguiente cuestión: ¿Todos utilizamos las mismas medidas o hay medidas diferentes en cada país?
- Investiga acerca de los orígenes del sistema internacional de unidades y su relación con el sistema métrico decimal. ¿Cuándo se estableció? ¿Con qué finalidad? ¿Cuáles fueron las primeras unidades básicas que se definieron y cómo las definieron?



<http://goo.gl/OPIQqs>

3. Instrumentos de medida

- Esta noche te ha despertado un pequeño temblor de tierra. La cama vibra y algunos objetos sobre los muebles también se movían ligeramente. Ciertamente, el suceso te ha dejado inquieto, por lo que has buscado información sobre los terremotos y, entre otros, has tropezado con un artículo sobre el sismo ocurrido en Japón en 2011: <http://goo.gl/RzEQL2>. Este temblor llegó a modificar el eje terrestre, lo que conlleva un cambio en la duración del día.
- ¿Qué observas respecto de los resultados iniciales y definitivos de la medida de la desviación del eje terrestre y del acortamiento en la duración del día? ¿A qué puede deberse esta diferencia?
- ¿Piensas que puede existir incertidumbre en el proceso de medida de una magnitud física? ¿Cuáles pueden ser las fuentes de incertidumbre?
- ¿Qué te preguntas respecto a la forma de expresar una medida experimental o el resultado de un cálculo basado en medidas experimentales? ¿Cómo debería hacerse?
- Pongan sus respuestas en común.



4. Análisis de los datos

- Mientras observas embelesado a tu hermana en su cuna, ella juega con un muñeco que cuelga de un muelle. Entonces, recuerdas de tus clases de Ciencias que el alargamiento del muelle es proporcional a la fuerza ejercida, por lo que decides comprobar si esta ley se cumple con el juguete de tu hermana, colocando en el extremo del muelle diferentes masas. En la siguiente tabla, se muestran los resultados que has obtenido:

Masa (kg)	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5
Alargamiento (cm)	0,8	1,6	2,4	3,2	4,0

- Representa los valores de la tabla en una gráfica.
- ¿Cuáles son las variables que intervienen en el experimento?
- ¿Qué masa necesitarías colgar del muelle para que se alargara exactamente 2,0 cm?
- ¿Qué valor estimas que se estiraría el muelle al colgarle una masa de 3,0 kg?
- ¿Qué ley matemática se cumple? Formúlala con palabras.



<http://goo.gl/WzOUeR>

<http://goo.gl/nFxd2r>

Y TAMBIÉN:



Según el Diccionario de Inglés de Oxford el método científico es: «un método o procedimiento que ha caracterizado a la ciencia natural desde el siglo XVII, que consiste en la observación sistemática, medición, experimentación, la formulación, análisis y modificación de las hipótesis». Sin embargo desde el siglo XX, la física vanguardista crea condiciones especiales para observar fenómenos que no pueden estudiarse en condiciones normales, tales como la amplificación de la luz. Esto ha permitido el avance vertiginoso de la física teórica, dentro de la cual no todas las leyes son fundamentales, es decir aquellas que sirven como base y que se articulan para formar un sistema coherente al cual llamamos teoría física. Encontrar las leyes fundamentales en una teoría es lo que permite dar un salto en la comprensión de un fenómeno físico.

Un ejemplo de ello es la ley de Ohm, que pese a no ser fundamental, es parte de un sistema de leyes que llamamos Teoría Electromagnética.

Y TAMBIÉN:



Las teorías científicas están siempre en proceso de revisión crítica. La aparición de nuevos hechos experimentales no explicados por la teoría, o la aparición de nuevas teorías que expliquen mayor número de fenómenos observados y de forma más precisa, deben conducirnos a cuestionar la validez de la teoría preexistente.

TEN EN CUENTA QUE:

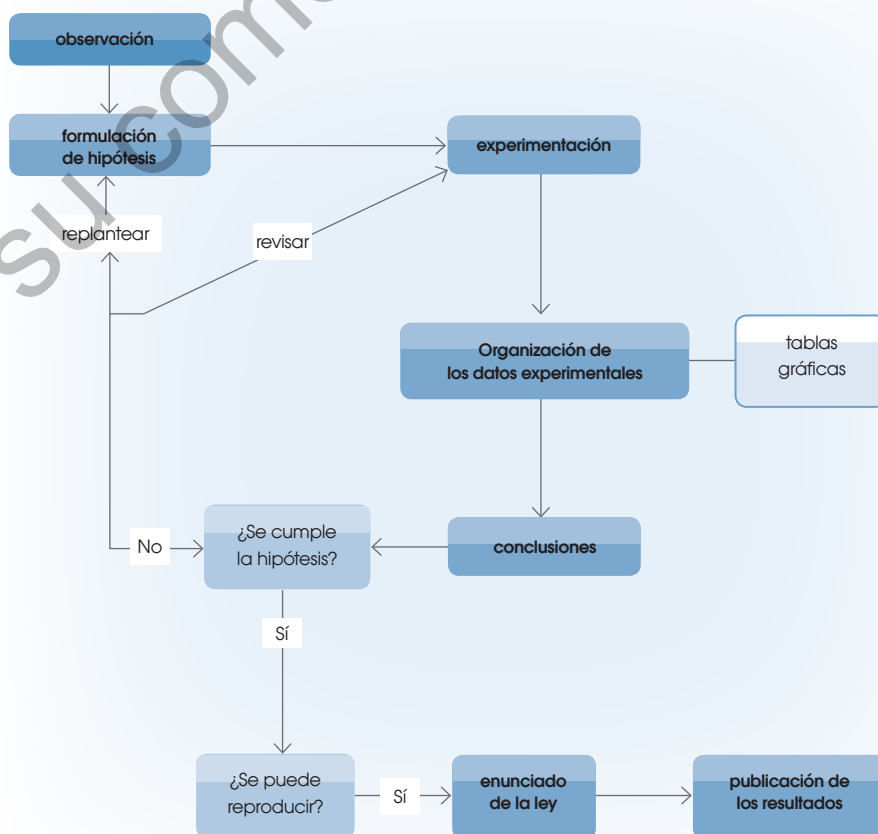


La ciencia es el conjunto de conocimientos, sistemáticamente estructurados, que se han adquirido a partir de un método objetivo, basado en la observación, el razonamiento y la experimentación.

I. EL MÉTODO CIENTÍFICO

Los seres humanos siempre hemos intentado entender y explicar los fenómenos que se observan en la naturaleza. A veces, nos parece que ya está todo descubierto; sin embargo, sabemos que esto no es así. Aún nos queda un largo recorrido en la comprensión de nuestro mundo. Los antiguos griegos observaban la naturaleza y predecían leyes que justificaran su comportamiento. Mucho más tarde, en el siglo XVI, se desarrolló en toda su extensión lo que hoy conocemos como método científico.

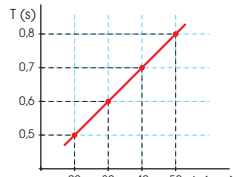
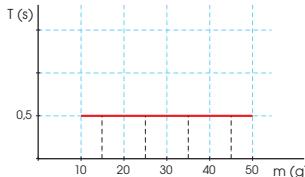
Como has podido ver en la página 10, en 1583, Galileo Galilei estudió el comportamiento del péndulo. La lámpara que le sirvió de inspiración sigue en la catedral de Pisa, se llama *lámpara de Galileo*. Galileo podría haberse hecho más preguntas relacionadas con el movimiento pendular de la lámpara: ¿Tardaría lo mismo en hacer una oscilación si el cable fuera más corto? ¿Y si la lámpara pesara más? Podemos tratar de resolver estas preguntas siguiendo las etapas del método científico.



Este método es la base de la ciencia como la conocemos actualmente.

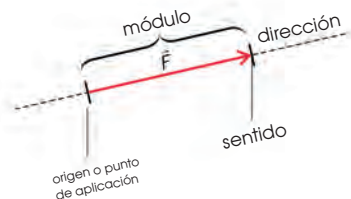
1.1. Etapas del método científico

Aunque la investigación científica no siempre sigue un proceso tan detallado, resulta útil establecer una serie de etapas.

Etapas	Ejemplo																														
0. Para formular una teoría nos debemos basar en las leyes fundamentales, encontradas con anterioridad experimentalmente. Adicionalmente, antes de proceder a establecer una hipótesis sobre las relaciones cuantitativas de las variables analizadas, debemos caracterizar con magnitudes medibles a los fenómenos estudiados.	Nos basamos en las leyes inferidas anteriormente en cinemática. Para la magnitud longitud, usamos la unidad internacional, metro. Para la magnitud masa, usamos la unidad internacional kilogramo. Para la magnitud tiempo usamos la unidad internacional tiempo.																														
1. Observación de un hecho o fenómeno: Para poder observar con mayor precisión, los científicos han desarrollado instrumentos de observación, como telescopios, microscopios...	El período de oscilación no depende de la amplitud de la oscilación ni de la masa, sino únicamente de la longitud del hilo. 																														
2. Formulación de hipótesis: Una hipótesis es una suposición sobre el fenómeno observado, propuesta por el científico para explicarlo. La hipótesis tendrá que ser demostrada experimentalmente. 3. Experimentación: Experimentar es provocar un fenómeno en condiciones controladas, de manera que se pueda repetir y modificar. El experimento que diseñemos para comprobar la hipótesis tiene que ser reproducible por otros. Debemos tener en cuenta qué variables vamos a estudiar: • Variable independiente: La que nosotros vamos a elegir para cambiar su valor a nuestra voluntad. • Variable dependiente: Aquella en la que tratamos de averiguar la influencia de la anterior. • Es importante ser muy minucioso y metódico en la recogida de datos para minimizar los errores.	Construimos un péndulo colgando una tuerca de un hilo. Variamos el ángulo inicial de la oscilación, la masa de la tuerca y la longitud del hilo. 																														
4. Organización de los datos experimentales: Lo más habitual es organizarlos en tablas de datos y gráficas. En la tabla, organizamos los datos en filas (para las medidas) y columnas (para las variables). La tabla debe incluir las unidades de medida. Las gráficas pueden ser de varios tipos: de puntos en ejes de coordenadas, de barras, de sectores... En el apartado 4, ampliaremos la información sobre este punto. Además debemos hacer una comprobación con otros experimentos.	En todos los casos, la variable dependiente es el período T. Las variables independientes son θ, m y L, respectivamente, para cada uno de los tres experimentos. <table><tr><th>θ (°)</th><th>T (s)</th><th>m (g)</th><th>T (s)</th></tr><tr><td>15</td><td>0.5</td><td>15</td><td>0.5</td></tr><tr><td>25</td><td>0.5</td><td>25</td><td>0.5</td></tr><tr><td>35</td><td>0.5</td><td>35</td><td>0.5</td></tr><tr><td>45</td><td>0.5</td><td>45</td><td>0.5</td></tr></table> <table><tr><th>L (cm)</th><th>T (s)</th></tr><tr><td>20</td><td>0.5</td></tr><tr><td>30</td><td>0.6</td></tr><tr><td>40</td><td>0.7</td></tr><tr><td>50</td><td>0.8</td></tr></table> 	θ (°)	T (s)	m (g)	T (s)	15	0.5	15	0.5	25	0.5	25	0.5	35	0.5	35	0.5	45	0.5	45	0.5	L (cm)	T (s)	20	0.5	30	0.6	40	0.7	50	0.8
θ (°)	T (s)	m (g)	T (s)																												
15	0.5	15	0.5																												
25	0.5	25	0.5																												
35	0.5	35	0.5																												
45	0.5	45	0.5																												
L (cm)	T (s)																														
20	0.5																														
30	0.6																														
40	0.7																														
50	0.8																														

Y TAMBIÉN:

Un **vector** es un segmento orientado, que consta de:



- El **módulo** indica la longitud del vector, y se expresa con un valor numérico y su unidad correspondiente.
- La **dirección** es la recta sobre la que se encuentra el vector, es decir, sobre la que se aplica la magnitud vectorial.
- El **sentido** indica la orientación y se representa mediante la punta de la flecha.
- El **punto de aplicación** es el lugar donde comienza el vector, y se aplica la magnitud vectorial.

TIC

Aunque el SI de unidades es el más utilizado por la comunidad científica, no es el único; hay otras magnitudes que no están incluidas.

Describe que otros sistemas de unidades existen, para lo cual puedes usar el siguiente link.
<https://goo.gl/NGLXBQ>

2. MEDIDA: MAGNITUDES Y UNIDADES

Las ciencias experimentales miden las relaciones entre magnitudes, que caracterizan a los fenómenos físicos.

La **magnitud** es toda propiedad física que se puede medir o cuantificar; por ejemplo, la presión, el volumen, la temperatura, la masa.

Medir una magnitud física consiste en compararla con otra magnitud conocida, la cual tiene asignada una unidad patrón, elegida por convención.

2.1. Tipos de magnitudes y sistema de unidades

Las magnitudes pueden clasificarse en *escalares* y *vectoriales*.

Una **magnitud es escalar** si queda perfectamente determinada mediante un número y su correspondiente unidad. Por ejemplo, el tiempo, la temperatura y la masa son magnitudes escalares.

Una **magnitud es vectorial** si, para su completa determinación, además de una cantidad numérica y su unidad correspondiente, son necesarios otros elementos, como su dirección y su sentido. Por ejemplo, la velocidad y la fuerza son magnitudes vectoriales.

En 1960, científicos de todo el mundo se reunieron en Ginebra para acordar el llamado *sistema internacional de unidades* (SI), basado en el sistema métrico decimal. El SI establece siete magnitudes fundamentales, a partir de las cuales se pueden expresar todas las demás, llamadas *derivadas*, mediante expresiones matemáticas. De igual forma, la unidad de una magnitud cualquiera puede expresarse en función de las unidades de las magnitudes fundamentales.

La relación que se establece entre una magnitud derivada y las magnitudes fundamentales recibe el nombre de *ecuación de dimensión*. La dimensión de cualquier magnitud se representa indicando dicha magnitud entre corchetes.

Magnitudes fundamentales		Unidades SI	
Longitud	L	metro	m
Tiempo	T	segundo	s
Masa	M	kilogramo	kg
Intensidad de corriente	I	amperio	A
Temperatura	θ	kelvin	K
Cantidad de sustancia	N	mol	mol
Intensidad luminosa	I_v	candela	cd

Si, por ejemplo, queremos determinar la ecuación de dimensión de la velocidad, haríamos: $v = s / t$; $[v] = [L / T] = [L \cdot T^{-1}]$.

2.2. Notación científica

Para manejar cómodamente números de diferentes órdenes de magnitud (muy grandes o muy pequeños), se recurre a la notación científica, que consiste en expresar cada número mediante una parte entera con una sola cifra no nula y tantos decimales como se desee o se acuerde, acompañado de una potencia de 10 de exponente entero.

Si, por ejemplo, queremos expresar el radio medio de la Tierra, que es de 6 370 000 m, en notación científica, tendríamos $6,37 \times 10^6$ m.

2.3. Cambios de unidades. Factores de conversión

Para cambiar unidades, es muy útil emplear factores de conversión.

Un **factor de conversión** es una fracción en la que el numerador y el denominador expresan la misma cantidad, pero en distintas unidades.

Por lo tanto, al multiplicar una cantidad, con unas unidades, por un factor de conversión, esta pasa a estar expresada en las unidades que nos interese. Podemos usar tantos factores de conversión como unidades queramos cambiar.

Ejemplo 1

Considerando la Tierra como una esfera homogénea, calculemos:

- las dimensiones y unidades en el SI de su densidad media;
- el valor de su densidad media en notación científica.

DATOS. masa promedio de la Tierra, $5,98 \times 10^{24}$ kg; radio medio de la Tierra, 6370 km.

COMPRESIÓN. Una vez determinadas las dimensiones de la densidad y sus unidades en el SI, deberemos expresar el radio medio de la Tierra en metros (SI), mediante un factor de conversión, para hallar el volumen y, a continuación, la densidad.

DATOS. $m = 5,98 \times 10^{24}$ kg; $R_T = 6370$ km.

RESOLUCIÓN.

- Determinamos las dimensiones de la densidad a partir de la ecuación de dimensión:

$$d = \frac{m}{V}; \quad [d] = \frac{M}{L^3} = M \cdot L^{-3}$$

Y, por tanto, su unidad en el SI es el $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

- En primer lugar, hacemos el cambio de unidades del radio de la Tierra, para después calcular su volumen, suponiéndola esférica, y finalmente la densidad media:

$$R_T = 6370 \text{ km} \cdot \frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$V_T = \frac{4}{3} \pi R_T^3 = \frac{4}{3} \pi (6,37 \cdot 10^6 \text{ m})^3$$

$$d = \frac{m}{V} = \frac{5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{1,08 \cdot 10^{21} \text{ m}^3} = 5,54 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

COMPROBACIÓN. Las dimensiones y las unidades en el SI del resultado son coincidentes con lo determinado en el apartado a., que debe corresponder a una densidad.

Y TAMBIÉN: ?

Además de las unidades mencionadas, existen múltiplos y submúltiplos decimales aceptados por el SI, cuyos prefijos se recogen aquí:

Múltiplos		
Factor	Prefijo	Símbolo
10^{18}	exa	E
10^{15}	peta	P
10^{12}	tera	T
10^9	giga	G
10^6	mega	M
10^3	kilo	k
10^2	hecto	h

Submúltiplos		
Factor	Prefijo	Símbolo
10^{-1}	deci	d
10^{-2}	centi	c
10^{-3}	mili	m
10^{-6}	micro	μ
10^{-9}	nano	n
10^{-12}	pico	p
10^{-15}	femto	f
10^{-18}	atto	a

TIC



Leonardo da Vinci, en *El hombre de Vitrubio*, trata el tema de la medida, desvelando la proporción entre todas las partes del cuerpo humano. Para profundizar más en el análisis de este dibujo o en los logros de este polifacético personaje, **visita:**

<http://goo.gl/STwZ6h>



- Balanza digital de laboratorio. Una balanza con una resolución de centésimas de gramo nos dará una medida con incertidumbre de $\pm 0,01$ g.

TIC



En el siguiente enlace puedes consultar la clasificación de las fuentes de error, lee y escribe un breve resumen sobre dicha clasificación. <https://goo.gl/rX65Xs>.

Y TAMBIÉN:



Error absoluto: $\varepsilon_i = |x_i - \bar{x}|$

Error absoluto medio (desviación media):

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\sum \varepsilon_i}{n} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n}$$

Error relativo (en %):

$$\varepsilon_r = \frac{\bar{\varepsilon}_{abs}}{\bar{x}} \cdot 100$$

3. INSTRUMENTOS DE MEDIDA

Para medir las magnitudes, utilizamos instrumentos de medida, como, una regla o un metro para medir longitud, un cronómetro para medir tiempo, un amperímetro para medir intensidad de corriente eléctrica... Para poder hacer buenas medidas experimentales, es importante conservar los instrumentos de medida en buenas condiciones.

3.1. Características de los instrumentos

Hay tres términos que nos dan una idea de la bondad de un instrumento de medida y, por lo tanto, de la propia medida.

- **Exactitud:** Grado de coincidencia del valor tomado con el valor real de la medida.
- **Precisión:** Está relacionada con la reproducibilidad de las medidas, y representa la cercanía entre los valores que se han obtenido al repetir una medida varias veces. Un instrumento puede ser preciso, pero no exacto, o al revés.
- **Sensibilidad o resolución:** Nos indica la imprecisión del aparato; es decir, la mínima variación de la magnitud medida que detecta el instrumento.

3.2. Errores en la medida

Todas las mediciones tienen asociada una incertidumbre o error, que puede deberse a los siguientes factores: la naturaleza de la magnitud que se mide, el instrumento de medición, el observador y las condiciones externas.

Cuando una medida es reproducible, se le asigna una incertidumbre debida a la resolución del instrumento de medida, la cual se conoce como *error de resolución*. Así, con una pipeta que mide hasta décimas de mililitro, el error de resolución sería de $\pm 0,1$ ml.

Sin embargo, para determinar la incertidumbre de las medidas experimentales, debemos tener en cuenta de qué forma se han obtenido estas.

- Si se realiza una única medición de cierta magnitud, la incertidumbre en la medida será igual al error de resolución del instrumento.
- Si se realizan varias medidas, se toma como medida exacta la media de los valores obtenidos, y se calcula el error absoluto medio o error de dispersión.

El **error absoluto medio**, o **error de dispersión** $\bar{\varepsilon}$, es la media de los valores absolutos de la diferencia entre cada medida obtenida y su valor considerado como exacto.

En este caso, el error cometido (la incertidumbre) será el valor mayor de las dos cantidades siguientes: la resolución del aparato y el error absoluto medio.

El problema es que el error absoluto no nos da ninguna idea de la calidad de la medida (no es igual cometer un error de 1 s en la medida de un minuto que en la de un día completo). Para ello, se utiliza el error relativo medio.

4. ANÁLISIS DE LOS DATOS

Una vez obtenidos los datos experimentales, es importante llevar a cabo un tratamiento de estos que nos permita extraer conclusiones. Para ello, disponemos de dos herramientas muy útiles: tablas, para ordenar los datos, y gráficas, para observar las relaciones entre ellos.

4.1. Tablas

Cuando se clasifican los datos obtenidos en un experimento, es útil ordenarlos y clasificarlos construyendo una tabla, en la que se disponen las variables en filas o columnas. Es importante que en la cabecera de la tabla se indique qué variable se recoge en cada fila o columna, y en qué unidades está expresada. Generalmente, se indica en primer lugar la variable independiente y después la variable dependiente.

Es frecuente que estas tablas se utilicen posteriormente para representar los valores obtenidos en una gráfica, cuyo impacto visual es mayor y nos ayuda a observar más fácilmente la relación entre las variables. fuerza, $F = (F_x, F_y, F_z)$.

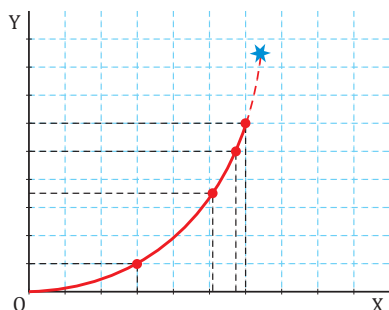
4.2. Gráficas

Cuando transferimos los datos a una gráfica, podemos comprobar la relación matemática entre las variables, viendo si la gráfica se ajusta a alguna función matemática, como una recta, una hipérbola, una parábola... Según este aspecto, la relación puede ser:

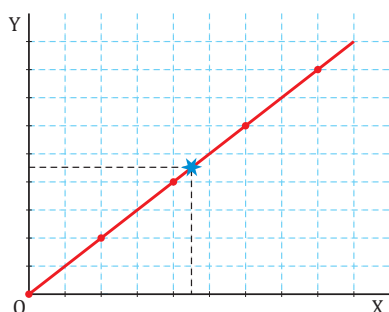
- **De proporcionalidad directa:** Corresponde a aquellas funciones cuya representación gráfica es una recta. En este caso, la función es del tipo $y = m x$ (función afín) o $y = m x + n$ (función lineal).
- **De proporcionalidad inversa:** Cuando dos magnitudes son inversamente proporcionales, al unir sus puntos, obtenemos una hipérbola. La expresión matemática de estas funciones es del tipo $y = k / x$.
- **Cuadrática:** Corresponde a aquellas funciones donde la dependencia es con el cuadrado de x ; ($y = ax^2 + bx + c$), y cuya representación gráfica es una parábola.

A la hora de representar los datos en una gráfica, es importante adaptar la escala para que esta quede proporcionada. Hay que indicar en el extremo de cada eje la magnitud que se representa y la unidad en que está medida, representando la variable independiente en el eje de abscisas y la variable dependiente en el de ordenadas.

Finalmente, para unir los puntos, hay que hacerlo ajustándolos a la línea que mejor representa al conjunto de todos ellos; es decir, en ocasiones será necesario descartar algún punto, ya que al tratarse de resultados experimentales, alguna medida puede haber salido distorsionada y hay que ser capaz de discriminarla.



■ Extrapolación



■ Interpolación

Y TAMBIÉN:



Interpolación y extrapolación

En ocasiones, nos puede interesar conocer el valor de un punto intermedio entre los que hemos medido. A partir de la gráfica, podemos estimar el valor de un punto; este proceso se llama interpolación.

Análogamente, cuando el valor que nos interesa conocer se encuentra fuera del rango que hemos representado, podemos prolongar la gráfica para estimar dicho valor; este proceso se llama extrapolación.

4.3. Extracción de conclusiones

Una vez que hemos confirmado una hipótesis mediante el diseño y la ejecución de un experimento científico, y después de comprobar que nuestro experimento es repetible, debemos transformar nuestras conclusiones en una ley, expresada generalmente en lenguaje matemático.

Es importante también dar a conocer el trabajo experimental a la comunidad científica mediante la elaboración de un informe de investigación, la publicación de nuestros resultados en una revista científica o su presentación en un congreso para su divulgación.

En un experimento, se ha estudiado la relación entre el volumen que ocupa un gas y la presión que ejerce, y se han obtenido los resultados que aparecen en la siguiente tabla:

Presión (10^5 Pa)	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
Volumen (L)	62	30	19	14	12	10

- a. Representemos los valores obtenidos en una gráfica y deduzcamos la relación que existe entre las variables. b. ¿Qué presión se espera que ejerza el gas cuando ocupe un volumen de 25 litros? c. ¿Qué volumen ocupará el gas cuando ejerza una presión de 4×10^5 Pa?

COMPRENSIÓN. A partir de los datos de la tabla, comprobamos que al aumentar la presión del gas disminuye su volumen, y viceversa, por lo que aparentemente las variables guardan una relación de proporcionalidad inversa. Si multiplicamos presión por volumen en cada caso, observamos que esta relación permanece constante.

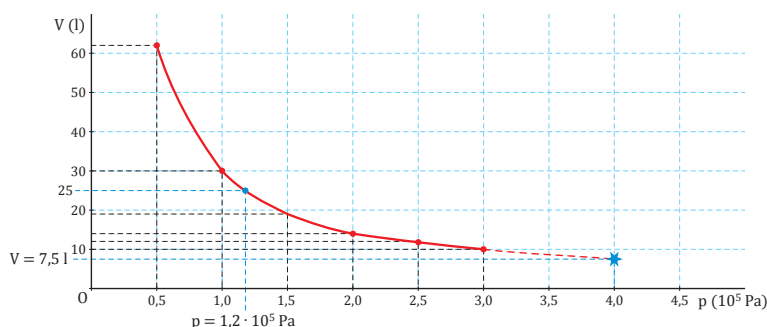
DATOS. Los incluidos en la tabla del enunciado.

RESOLUCIÓN.

- a. Completamos la tabla con los valores del producto de la presión y el volumen:

Presión (10^5 Pa)	Volumen (L)	$p \times V$ (10^5 Pa $\times$ L)	Presión (10^5 Pa)	Volumen (L)	$p \times V$ (10^5 Pa $\times$ L)
0,5	62	31	2,0	14	28
1,0	32	30	2,5	12	30
1,5	19	29	3,0	10	30

- El producto $p \times V$ permanece constante, por lo que la relación entre ambas magnitudes es de proporcionalidad inversa: $V = k / p$.
- Representamos los pares de valores en una gráfica. A partir de esta, constatamos la relación inversa entre las variables, obteniendo una hipérbola.



- b. Podemos estimar, a partir de la gráfica, que para un volumen de 25 litros corresponde un valor de presión de $1,2 \times 10^5$ Pa. Este valor lo hemos obtenido por interpolación.
- c. Para estimar el volumen del gas cuando la presión sea de 4×10^5 Pa, tenemos que salir del rango de la gráfica. Así, extrapolamos un valor de 7,5 litros.

COMPROBACIÓN. Podemos comprobar que los valores que hemos estimado por interpolación y extrapolación se ajustan a la misma relación de proporcionalidad inversa.

TIC



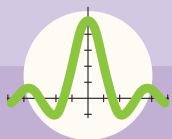
Puedes simular un experimento análogo al del Ejemplo 3 en el siguiente enlace:

<http://goo.gl/csPIOd>

TIC



Visita el siguiente enlace y escribe el esquema de la forma de realizar un informe científico. <https://goo.gl/fTCw3M>



Ejercicios y problemas

1 El método científico

- Señala cuáles de las siguientes afirmaciones relacionadas con el método científico son correctas. Justifica tu respuesta.
 - Las teorías científicas son hipótesis que parten de la observación.
 - El experimento pone a prueba la validez de la hipótesis.
 - Las hipótesis deben ser ciertas; de lo contrario, no serían hipótesis.
- En el siguiente caso, indica cuáles son las variables dependiente, independiente y controlada:
—En un experimento, se mide la variación en la presión de un gas al modificar la temperatura. Se realiza el experimento en un recipiente cerrado.
- En los siguientes supuestos, formula las hipótesis; diseña un experimento que te permita verificarlas; indica cuál sería la variable independiente, la dependiente y las variables controladas, y explica también cómo organizarías los datos obtenidos:
 - ¿Cómo varía la solubilidad del azúcar en agua al variar la temperatura? ¿Influye la presencia de otra sustancia disuelta en dicha solubilidad?
 - ¿Influye la rugosidad de la superficie de los cuerpos en la fuerza de rozamiento?

2 Medida: magnitudes y unidades

- Indica cuáles de las siguientes magnitudes son fundamentales o derivadas, y cuáles son escalares o vectoriales: longitud, aceleración, temperatura, volumen, presión, cantidad de sustancia.
- Redondea los siguientes números a tres cifras significativas y escríbelos utilizando notación científica:
 - 0,0652 m
 - 38,258 s
 - 1 352 cm
 - 122,45 km · h⁻¹

- Indica cuál de las siguientes expresiones es dimensionalmente incorrecta:

a. $v^2 = 2 a x$

b. $x = \frac{v^2}{a}$

c. $F = m \frac{\Delta v}{\Delta t}$

d. $m g h = \frac{1}{2} \cdot m v^2$

- Busca en Internet los siguientes datos y observa su orden de magnitud, expresando su valor en unidades del SI y notación científica: masa de un electrón, carga de un protón, distancia entre la Tierra y la Luna, antigüedad del universo, temperatura media del Sol.
- Expresa en notación científica:
 - La capacidad de una computadora es de quinientos doce millones de bytes.
 - El radio de un átomo de litio es de 0,123 milmillonésimas de metro.
- Las ondas electromagnéticas se caracterizan por su amplitud y por su frecuencia. Cuanto mayor es su frecuencia, más peligrosas son para la salud. De acuerdo con ello, ordena las siguientes ondas electromagnéticas, según su peligrosidad creciente: rayos X (1018 PHz); ondas de radio AM (1000 kHz); luz visible (500 THz); microondas (1011 MHz); ultravioleta (900 THz).
- Efectúa los siguientes cambios de unidades:
 - 45 cm · min⁻¹ a km · semana⁻¹
 - 0,11 cal · g⁻¹ · °C⁻¹ a J · kg⁻¹ · K⁻¹
 - 2,59 g · l⁻¹ a kg · m⁻³
 - 65 ml · cm⁻² a l · m⁻²
- Investiga sobre las siguientes unidades de medida y expresa su equivalencia en unidades del SI:
 - yarda
 - legua marina
 - año luz
 - libra
 - galón inglés

3 Instrumentos de medida

12. Razona mediante un ejemplo si una medida puede ser muy precisa, pero muy poco exacta. ¿Y al contrario?
13. Halla la incertidumbre de las siguientes medidas y escríbelas a continuación acompañadas de esa incertidumbre:
- 2,04 g
 - 18,15 m
 - 5,4 °C
 - 16,5 atm
14. Se ha medido el radio de una circunferencia y ha resultado ser de 4,22 cm. Expresa el valor de la longitud de la circunferencia con el número adecuado de cifras significativas.
15. Razona si tiene el mismo significado físico indicar que un objeto pesa 15,5 g que 15,500 g. ¿En qué se diferencian las dos medidas? ¿Qué relación guarda con la sensibilidad del aparato? ¿Cómo se expresaría cada una de las medidas con su grado de incertidumbre?
16. Una persona que utiliza para pesarse una báscula que aprecia kilogramos, dice que su masa es de 65,2 kg. ¿Qué ha hecho mal? ¿Qué debería haber dicho? Expresa su masa con su grado de incertidumbre.
17. Los valores obtenidos al medir la longitud de un objeto siete veces son: 28,3 cm, 27,9 cm, 28,2 cm, 28,4 cm, 28,0 cm, 28,3 cm, 28,1 cm. Calcula: a. El valor considerado como valor real de la medida. b. El error relativo porcentual que se comete en las dos primeras medidas.
18. Con una balanza que aprecia hasta centigramos, se ha determinado la masa de dos muestras de mármol, y se han obtenido 3,42 g y 2,56 g. Determina la masa conjunta de las muestras y el error relativo que se comete.
- Selecciona la opción correcta en cada caso:
19. La unidad de medida de masas en el sistema internacional es:
- g
 - kg
 - lb
 - oz
20. El sistema internacional se puede identificar también por las siglas de su predecesor sistema:
- CGS
 - FPS
 - MKS
 - Ninguna es correcta
21. Convierte a las unidades que se indica:
- 20 ft → yd
 - 15 yd → ft
 - 30 in → ft
 - 4600 yd → mi
 - 15 000 lb → T
 - 5 qt → oz
 - 3 T → lb
 - 15 in → m
 - 1 a → min
 - 5 min → s
- a. El límite de velocidad en una autopista de Quito es de 75 mi/h. Conociendo que un conductor viaja a 40 m/s, investiga si rebasó el límite de velocidad.
- b. Las medidas de un terreno rectangular son 150 yd por 200 yd. Calcula el área de este terreno en metros cuadrados.
- c. Un tanque de agua de 55 gal demora en llenarse 10 min. Determina la rapidez a la que se llena el tanque en metros cúbicos por segundo.

CONTENIDOS:

1. **Movimiento y sistemas de referencia**
 - 1.1. Sistemas de referencia inerciales y no inerciales
 - 1.2. Principio de relatividad de Galileo
2. **Trayectoria, posición y desplazamiento**
3. **Velocidad**
 - 3.1. Velocidad media
 - 3.2. Velocidad instantánea
4. **Aceleración**
 - 4.1. Aceleración media
 - 4.2. Aceleración instantánea
 - 4.3. Componentes intrínsecas de la aceleración
5. **Movimiento rectilíneo uniforme (MRU)**
 - 5.1. Ecuación del movimiento
 - 5.2. Representación gráfica
6. **Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA)**
 - 6.1. Ecuaciones del movimiento
 - 6.2. Representación gráfica
 - 6.3. Movimiento vertical de los cuerpos
7. **Composición de movimientos**
 - 7.1. Composición de movimientos en la misma dirección
 - 7.2. Composición de movimientos perpendiculares
8. **Movimiento circular**
 - 8.1. Movimiento circular uniforme (MCU)
 - 8.2. Movimiento circular uniformemente acelerado (MCUA)



Noticia:

Las 41 zancadas de Bolt

El campeón olímpico de los 100 metros de Pekín alcanzó los $43,902 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ y los mantuvo 30 m.

La carrera de 100 metros se divide en tres fases: aceleración (hasta los 50-60 metros), velocidad máxima (de los 50 a los 70-80 m) y desaceleración. Su importancia relativa en el crono se ha medido, respectivamente, en el 64%, 18% y 12%. El tiempo de reacción al disparo apenas significa un 1% del resultado final.

Los primeros 30 metros de Bolt fueron los más veloces jamás logrados durante la conquista de un récord mundial. No irguió el tronco hasta la zancada número 13 (25 metros) y cruzó los 30 metros en 3,78 segundos.

Adaptado de: El Periódico de Aragón,
15/10/2008.
<http://goo.gl/7YtGBH>

Película:

Con los aviones hipersónicos y los trenes de levitación magnética, el ser humano intenta conseguir velocidades cada vez mayores. En el video «Aviación extrema 1/5», <https://goo.gl/tft2Ko>, se muestran detalles del avión X-43, capaz de alcanzar los $11\,000 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, y de otros prototipos que han conseguido récords de velocidad.

EN CONTEXTO:

a. Lee la noticia completa sobre Bolt en la web de *El Periódico de Aragón*. 3

- Anota la palabra que más te haya llamado la atención, una idea que sea significativa para ti y una frase que te haya ayudado a comprender el texto.
- En pequeños grupos, pongan en común sus palabras, ideas y frases, y expliquen por qué las han escogido.

Respondan: ¿Qué temas hay en común? ¿Qué interpretaciones o implicaciones se pueden extraer? ¿Qué aspectos no se han tenido en cuenta en la discusión grupal?

- ¿Qué es el *tiempo de reacción*? Investiga cómo se mide en la salida de los 100 m lisos y cómo podrías medir de un modo sencillo tu tiempo de reacción.
- b. En el video del apartado *Películas*, has visto la evolución de los aviones hipersónicos:
- Busca y explica el concepto de *mach*. En 2004, el X-43 alcanzó la velocidad de *mach*7. ¿A cuántos $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ equivale?

TEN EN CUENTA QUE:



- **Móvil:** Cuerpo en movimiento respecto a un sistema de referencia.
- **Móvil puntual:** Cuerpo, reducido a un solo punto, cuyas dimensiones son mucho más pequeñas que la distancia que recorre.
- **Sistema de coordenadas:** En general, las más utilizadas son las cartesianas, que en el plano se representan con dos ejes perpendiculares, el eje X o eje de abscisas y el eje Y o eje de ordenadas.

Y TAMBIÉN:



Para hacer un estudio completo del movimiento de un cuerpo, es necesario conocer en cada instante su posición respecto a un sistema de referencia dado.

I. MOVIMIENTO Y SISTEMAS DE REFERENCIA

La **cinemática** es la parte de la física que estudia el movimiento de los cuerpos sin tener en cuenta la causa que lo produce. Para simplificar su estudio, se considera que los móviles son puntuales, es decir, con la masa concentrada en un punto y de volumen despreciable. Esta simplificación es válida para movimientos de traslación con cualquier trayectoria, sea rectilínea o no.

Imaginemos la siguiente situación: un pasajero se encuentra en el interior de un tren, mira a través de la ventana y observa cómo los bancos del andén se mueven hacia la cola del tren. ¿Podemos afirmar que realmente se están moviendo? Para responder la pregunta, podemos considerar dos puntos de vista:

- Si estamos en el andén, veremos que los bancos **NO** se mueven.
- Si estamos en el tren, veremos que los bancos **SÍ** se mueven.

Así pues, podemos definir el movimiento de la siguiente forma:

El **movimiento** es el cambio de posición de un cuerpo en un tiempo determinado respecto a un punto de observación elegido.

Por lo tanto, para saber si un objeto se mueve, necesitamos un **sistema de referencia**.

Un **sistema de referencia** es un sistema de coordenadas cartesianas, más un reloj, respecto a los cuales describimos el movimiento de los cuerpos.

Siguiendo con el caso anterior, según el sistema de referencia escogido, el tren se moverá o no. Así, si elegimos como sistema de referencia los bancos del andén, el tren se mueve. Sin embargo, si escogemos como sistema de referencia los asientos del tren, este no se mueve. Por eso, decimos que el movimiento es relativo y depende del sistema de referencia utilizado.

Sistema de referencia		
En una dimensión	Para determinar la posición de un móvil sobre una recta, bastará con un solo eje de coordenadas, OX. La posición del punto queda determinada por una coordenada, x.	
En dos dimensiones	Para determinar la posición de un móvil en el plano, se necesita un sistema de dos ejes de coordenadas, OX y OY. La posición del punto queda determinada por dos coordenadas, x, y.	
En tres dimensiones	Para determinar la posición de un móvil en el espacio, se necesita un sistema de tres ejes de coordenadas, OX, OY y OZ. La posición del punto queda determinada por las coordenadas x, y, z.	

Tabla 1

1.1. Sistemas de referencia inerciales y no inerciales

Si viajamos de pasajeros en un auto y el conductor frena bruscamente, tendremos la sensación de ser empujados hacia adelante. Según un sistema de referencia fijo en los asientos del auto, cuando el conductor pisa el pedal del freno, los ocupantes, en reposo según este referencial, empiezan a moverse.

En cambio, para un sistema de referencia fijo en la carretera, el auto y sus ocupantes están en movimiento antes de que el conductor frene. Y cuando frena, el auto se detiene mientras que sus ocupantes **mantienen su movimiento** un breve instante. Este sistema de referencia fijo o solidario a la carretera es un ejemplo de sistema de referencia inercial:

Un **sistema de referencia inercial** es aquel en el que se cumple la **ley de la inercia**. Respecto a este sistema de referencia, todo cuerpo mantiene su estado de reposo o movimiento rectilíneo uniforme si sobre él no se realiza ninguna acción externa.

En caso contrario, hablamos de un sistema de referencia no inercial. Es el supuesto del sistema de referencia fijo en los asientos de un auto que está frenando. Respecto a este sistema, los pasajeros empiezan a moverse sin que actúe una fuerza.

Los sistemas de referencia inerciales están en **reposo** o bien **se mueven en línea recta y a velocidad constante** con respecto a cualquier otro sistema de referencia inercial.

Sabemos que la Tierra tiene un movimiento de rotación alrededor de su eje y un movimiento de traslación en torno al Sol. Sin embargo, en la mayoría de los casos, la **Tierra** se puede considerar como un sistema de referencia inercial.

El **sistema de referencia del laboratorio** es el sistema de referencia fijo, en el lugar donde se lleva a cabo un experimento físico determinado. En consecuencia, las magnitudes cinemáticas del experimento se miden con respecto a este sistema de referencia.

TEN EN CUENTA QUE:

- Referencial: Sistema de referencia.
- Mecánica: Parte de la física que estudia el movimiento de los cuerpos y la influencia de las fuerzas sobre el movimiento.
- Inercia: Propiedad de los cuerpos de no modificar su estado de reposo o de movimiento, si no es por la acción de una fuerza.

Y TAMBIÉN:

Después del frenado, los ocupantes del auto siguen en movimiento durante un instante, pero acaban deteniéndose debido a la acción de los cinturones de seguridad y de los asientos. A este fenómeno se les denomina

Como estudiaremos en la unidad 2

TEN EN CUENTA QUE:

Un sistema de referencia en reposo con respecto a las denominadas *estrellas fijas*, objetos celestes que parecen no moverse en relación con el resto de las estrellas del firmamento, puede considerarse como un sistema de referencia inercial. De hecho, este fue el referencial que Isaac Newton utilizó en el siglo XVII para el desarrollo de la mecánica clásica.

Ejemplo 1

Indiquemos si estos móviles constituyen un sistema de referencia inercial o no inercial:

- a. Una camioneta que circula en un tramo recto de autopista a $87 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.
- b. Una rueda moscovita que gira a velocidad constante.

COMPRENSIÓN. Los sistemas de referencia inerciales son los que están en reposo o bien se mueven a velocidad constante y en línea recta con respecto a otro sistema de referencia inercial.

DATOS. a. trayectoria recta; $v = 87 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$; b. giro; v constante.

RESOLUCIÓN. Consideramos la Tierra como un sistema de referencia inercial.

- a. Los ejes de coordenadas fijos a la camioneta constituyen un sistema de referencia inercial, porque esta se mueve en línea recta y a velocidad constante con respecto a la Tierra.
- b. Los ejes de coordenadas fijos a la periferia de la noria constituyen un sistema de referencia no inercial, ya que estos ejes no siguen un movimiento rectilíneo con respecto a la Tierra, sino que describen circunferencias.



Busca en la web sobre el valor de la aceleración de la gravedad y escríbela en las siguientes líneas.

TEN EN CUENTA QUE:



El principio de relatividad de Galileo fue generalizado por A. Einstein (1879 - 1955) a todas las leyes de la física, y no solo a las de la mecánica.

Esto le llevó a desarrollar su teoría de la relatividad, en la que la medida del tiempo y de las longitudes depende del sistema de referencia.

En la mecánica clásica de Newton, válida para cuerpos macroscópicos que no se mueven a velocidades próximas a las de la luz, todos los sistemas de referencia inerciales coinciden en la medida del tiempo y de las longitudes.

1.2. Principio de relatividad de Galileo

Volvamos de nuevo al tren que circula al lado de un andén. Consideremos que el tren se mueve a velocidad constante en un tramo de vía recto. Si un pasajero, en reposo con respecto al tren, deja caer un objeto macizo, observará que este cae en línea recta en la dirección perpendicular al suelo del tren.

Lo mismo sucede para una persona quieta en el andén. Al soltar un objeto macizo en reposo, la persona del andén lo ve caer en línea recta en la dirección perpendicular al suelo del andén.

Según el sistema de referencia fijo en el tren, el movimiento causado por la fuerza peso sobre un objeto que se suelta en reposo es el mismo que según el sistema de referencia situado en el andén.

Este hecho es generalizable a todos los sistemas de referencia inerciales y a todas las leyes de la mecánica. Es el **principio de relatividad de Galileo**:

En todos los sistemas de referencia inerciales se cumplen las mismas leyes de la mecánica.

De acuerdo con este principio, el movimiento de un móvil es descrito de distinta forma desde dos **sistemas de referencia inerciales diferentes** (miden valores de posición y velocidad distintos), pero ambos referenciales **miden la misma aceleración del móvil**. En el apartado 4, estudiaremos la magnitud aceleración.

La persona del andén no ve caer el objeto del tren en línea recta, ya que el objeto, además de caer, se mueve con el tren. Lo mismo le sucede al pasajero del tren con respecto al objeto que cae en el andén. Sin embargo, ambos observadores miden la misma aceleración de caída del objeto soltado por el otro observador.

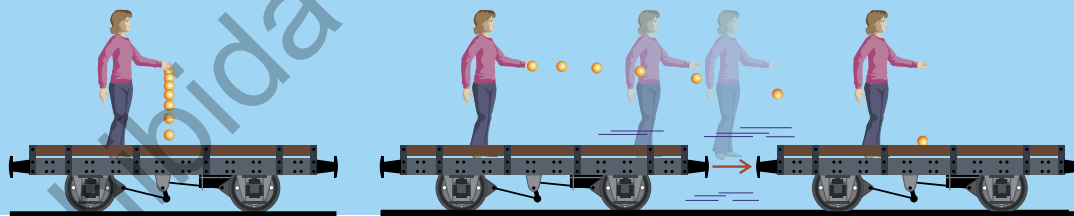


Fig. 1

Observador en reposo relativo

Observador en el andén

Según el principio de relatividad de Galileo, todos los sistemas de referencia inerciales son equivalentes entre sí, y es imposible distinguir mediante experimentos físicos si un sistema de referencia inercial se mueve o está en reposo. Es decir, **no se puede medir el movimiento absoluto**.

Así, en un tren que se mueve en línea recta y a velocidad constante, un pasajero no podría saber que el tren avanza por el resultado de ningún experimento físico. Muchos han observado que cuando el tren coincide junto a otro en la estación, al mirar por la ventana no es posible distinguir cuál de los dos se mueve. Solo puede asegurarse que existe un movimiento relativo entre ambos.

En la práctica, el traqueteo debido a las imperfecciones de la vía altera la dirección y la velocidad del tren, por lo que percibimos que nos estamos moviendo. Cuando el tren toma una curva, también notamos su movimiento. No obstante, en este caso, al variar la dirección de su velocidad, el tren ya no es un sistema de referencia inercial.

2. TRAYECTORIA, POSICIÓN Y DESPLAZAMIENTO

Las marcas que dejamos al caminar en la playa, las de un esquiador en la nieve o las estelas de un avión nos indican el camino seguido por la persona, el esquiador o el avión, respectivamente. Si visualizamos el rastro que el móvil deja por donde pasa, este rastro será la trayectoria.

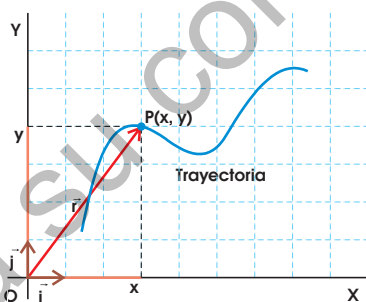
Así, a lo largo del tiempo, el móvil ocupa diferentes posiciones.

La **posición** de un móvil es el punto del espacio donde se encuentra en un instante determinado, es decir, respecto a un sistema de referencia.

Si el objeto se mueve en el plano, para describir la posición de cada punto de la trayectoria, necesitamos un sistema de referencia con los ejes OX y OY.

Dado un punto P de la trayectoria, este determina el vector $\vec{OP}$ con inicio en el origen de coordenadas y extremo en el punto P. El vector $\vec{OP}$ se llama *vector de posición* del punto P, y se simboliza por $\vec{r}$. Si la trayectoria está en un plano, se cumple:

$$\vec{OP} = \vec{r} = (x, y) = x\vec{i} + y\vec{j}$$



■ Fig. 2

Fíjate en que las componentes de $\vec{r}$ son x e y , que son las proyecciones del vector sobre cada uno de los ejes de coordenadas, y coinciden con las coordenadas del punto P en el sistema de referencia que hemos tomado, mientras que $\vec{i}$ y $\vec{j}$ son los vectores unitarios correspondientes a cada eje.

El módulo del vector de posición es: $|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2}$. Y la unidad del módulo del vector de posición en el SI es el **metro (m)**.

En general, podemos expresar el vector de posición en función del tiempo que es la ecuación del movimiento.

$$\vec{r} = \vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j}$$

Las ecuaciones de las componentes del vector de posición en función del tiempo, $x = x(t)$, $y = y(t)$, son las **ecuaciones paramétricas** de $\vec{r}$.

Finalmente, si en una de las ecuaciones paramétricas se despeja la variable tiempo y se sustituye en la otra, resulta una función de x y de y . Es decir, se obtiene $F(x, y) = 0$, que es la **ecuación de la trayectoria**.

Y TAMBIÉN:



Trayectoria, posición y desplazamiento son conceptos relacionados, pero no idénticos. Es importante emplear correctamente y de forma habitual la terminología científica, pero también ser capaz de explicarla en un lenguaje cotidiano.

TEN EN CUENTA QUE:



Del siguiente gráfico observa y completa la información.

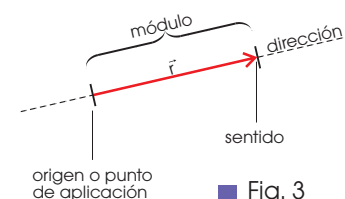
Un vector es un segmento orientado, que consta de los siguientes elementos:

El módulo _____

La dirección _____

El sentido _____

El punto de aplicación _____



■ Fig. 3

Y TAMBIÉN:



En Física, se utilizan mucho las letras griegas. El símbolo Δ (letra griega delta mayúscula) se lee como incremento, e indica la diferencia entre el estado final y el estado inicial.

TIC



Observa la diferencia entre *distancia* y *vector desplazamiento* y escribe al menos dos de ellas.

<https://goo.gl/BeoM1W>

Desplazamiento

Consideremos dos puntos, P_0 y P , correspondientes a dos posiciones de un móvil a lo largo de su trayectoria. Si unimos estos dos puntos de la trayectoria mediante un vector, obtenemos el vector desplazamiento: $\Delta \vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0$.

El **vector desplazamiento**, $\Delta \vec{r}$ entre dos puntos, P_0 y P , es el vector con origen en P_0 y extremo en P .

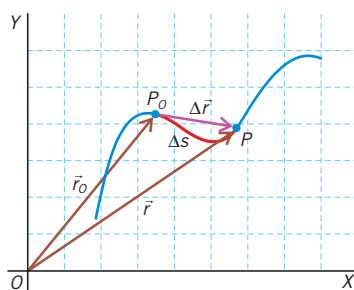


Fig. 4

Cuando la trayectoria es una línea recta y no hay cambios de sentido, el módulo del vector desplazamiento $\Delta \vec{r}$ coincide con la **distancia recorrida** por el móvil **sobre la trayectoria** (Δs). En cualquier otro caso, la distancia recorrida, Δs , es mayor que el módulo del vector desplazamiento, $\Delta \vec{r}$.

Ejemplo 2

El vector posición de una pelota que se ha lanzado a canasta viene dado, en función del tiempo, por la expresión $\vec{r} = 3t\vec{i} + (6t - 5t^2)\vec{j}$, en unidades del SI.

- Determinemos la posición del móvil en los instantes $t = 0$ s, $t = 0,50$ s y $t = 1,0$ s.
- Calculemos la distancia del móvil respecto al origen de coordenadas en $t = 1,0$ s.
- Calculemos el vector desplazamiento entre los instantes de $t = 0,50$ s y $t = 1,0$ s.
- Determinemos la ecuación de la trayectoria y dibujémosla.

COMPRESIÓN. Para hallar el valor del vector de posición en un instante dado, basta con sustituir el valor del tiempo en la ecuación del movimiento. La distancia al origen será el módulo del vector de posición, mientras que el desplazamiento entre dos instantes es la diferencia entre los vectores de posición.

DATOS. $\vec{r} = 3t\vec{i} + (6t - 5t^2)\vec{j}$, en unidades del SI.

RESOLUCIÓN.

- Hallamos el vector de posición en los instantes propuestos:

Tiempo	Vector posición	Posición
$t = 0$	$\vec{r}(0s) = 0$	$P_0(0; 0)$
$t = 0,50$	$\vec{r}(0,50s) = 1,5\vec{i} + 1,8\vec{j}$	$P_{0,5}(1,5; 1,8)$
$t = 1,0$	$\vec{r}(1,0s) = 3,0\vec{i} + 1,0\vec{j}$	$P_1(3,0; 1,0)$

- Calculamos la distancia del móvil respecto al origen de coordenadas cuando $t = 1,0$ s:

$$|\vec{r}(1,0 \text{ s})| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(3,0 \text{ m})^2 + (1,0 \text{ m})^2} = 3,2 \text{ m}$$

- Obtenemos el vector desplazamiento entre los 0,50 y 1,0 s:

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}(1,0 \text{ s}) - \vec{r}(0,50 \text{ s}) = (1,5\vec{i} - 0,8\vec{j}) \text{ m}$$

$$\text{Su módulo es: } |\Delta \vec{r}| = \sqrt{(1,5 \text{ m})^2 + (0,8 \text{ m})^2} = 1,7 \text{ m}$$

- Determinamos la trayectoria a partir de las ecuaciones paramétricas del movimiento:

$$x(t) = 3t \rightarrow t = \frac{x}{3}; \text{ reemplazamos } t \text{ en } y(t);$$

$$y(t) = 6t - 5t^2 = 2x - \frac{5x^2}{9}$$

La ecuación de la trayectoria es una parábola:

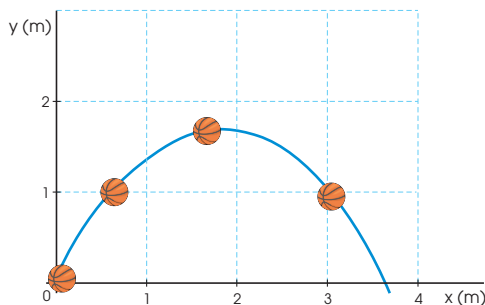


Fig. 5

COMPROBACIÓN. La trayectoria es una parábola, como corresponde al lanzamiento de una pelota de baloncesto.

3. VELOCIDAD

Considera un autobús que efectúa el trayecto entre dos poblaciones, A y B, invirtiendo en el viaje un tiempo determinado. Según sea la relación entre el desplazamiento y el tiempo empleado, el autobús se mueve a mayor o menor velocidad.

La **velocidad** es una magnitud vectorial porque viene determinada por su módulo, dirección y sentido. Su unidad en el SI es el $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

3.1. Velocidad media

Analicemos los 100 metros lisos de Usain Bolt en las olimpiadas de Pekín 2008. Esta tabla muestra el tiempo marcado por el atleta cada 10 metros recorridos:

Posición (m)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Tiempo (s)	0	1,85	2,87	3,78	4,65	5,50	6,32	7,14	7,96	8,79	9,69

■ Tabla 2

Ante estos datos, podemos preguntarnos: ¿En qué tramos fue más veloz? ¿Durante cuánto tiempo? ¿A qué velocidad corrió de promedio? Para responder estas preguntas, definiremos las magnitudes velocidad media y rapidez media.

Consideremos el sistema de ejes coordenados de la figura de la derecha. En el instante t_0 , el móvil está en la posición P_0 de vector de posición $\vec{r}_0$, y en el instante t , el móvil está en el punto P de vector de posición $\vec{r}$.

La **velocidad media**, $\vec{v}_m$, es el cociente entre el vector desplazamiento, $\Delta\vec{r}$, y el tiempo transcurrido en ese desplazamiento, Δt :

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r} - \vec{r}_0}{t - t_0}$$

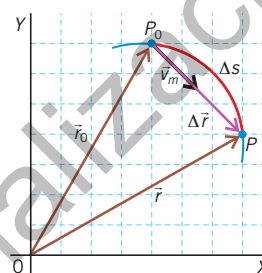
Por otra parte, la magnitud escalar rapidez media se define de la siguiente manera:

La **rapidez media** es el cociente entre la distancia recorrida sobre la trayectoria y el intervalo transcurrido, $\Delta s / \Delta t$.

En un movimiento rectilíneo sin cambios de sentido, el vector desplazamiento y la longitud recorrida sobre la trayectoria coinciden, por lo que: $|\vec{v}_m| = \frac{\Delta s}{\Delta t}$.



■ Bolt gana los 100 m planos en Pekín 2008.



■ Fig. 6

- Velocidad media entre P_0 y P. La velocidad media tiene la misma dirección y sentido que $\Delta\vec{r}$.

TIC



Observa un ejemplo de la diferencia entre rapidez media y velocidad media en:

Visita:

<https://goo.gl/C9XwYB>

Ejemplo 3

Una moto se desplaza 120 km hacia el norte en 2 horas, y luego 180 km hacia el este en 4 horas. Determinemos el vector velocidad media en:

a. El primer tramo; b. El recorrido total.

COMPRENSIÓN. Para calcular la velocidad media, solo nos interesan las posiciones final e inicial de nuestro móvil.

DATOS. $P_0(0, 0)$; $t_0 = 0 \text{ h}$; $\vec{r}_0 = (0, 0)$; $P_1(0, 120 \text{ km})$; $t_1 = 2 \text{ h}$; $\vec{r}_1 = (0, 120)$
 $P_2(180 \text{ km}, 120 \text{ km})$; $t_2 = 6 \text{ h}$; $\vec{r}_2 = (180, 120)$

RESOLUCIÓN. a. La velocidad media del primer tramo es: $\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_0}{t_1 - t_0} = \frac{120\vec{j} \text{ km}}{2 \text{ h}} = 60\vec{j} \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$

b. En el recorrido total es: $\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_0}{t_2 - t_0} = \frac{(180\vec{i} + 120\vec{j}) \text{ km}}{6 \text{ h}} = (30\vec{i} + 20\vec{j}) \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$



Uno de los retos del ser humano es conseguir mayor velocidad. En las carreras de Formula 1, se han alcanzado los $300 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Y, en Japon, los trenes de levitación magnética alcanzan velocidades mucho mayores.

En el siguiente enlace puedes encontrar más información sobre estos trenes y luego escribe a que velocidad pueden llegar los trenes de levitación magnética.
<https://goo.gl/LHEj2W>

3.2. Velocidad instantánea

Si consideramos de nuevo nuestro viaje en autobús, su velocidad no es la misma en cualquier instante ni es igual a su velocidad media: circula a mayor o menor velocidad según las características de la carretera y del tráfico.

Para calcular la velocidad en un instante, el intervalo considerado debe hacerse cada vez más pequeño ($\Delta t \rightarrow 0$). En la imagen, vemos que al tomar un punto P de la trayectoria, cada vez más próximo a P_0 , se cumple:

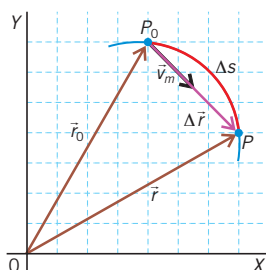


Fig. 7

■ Velocidad instantánea. El vector velocidad instantánea es tangente a la trayectoria.

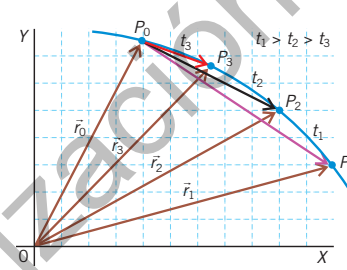


Fig. 8

- El vector desplazamiento, $\Delta \vec{r}$, se aproxima cada vez más a la trayectoria. En el límite, $\Delta \vec{r}$ es tangente a la trayectoria.
- El módulo del vector desplazamiento, $(\Delta \vec{r})$, se aproxima al valor de la distancia recorrida.
- El vector velocidad media se aproxima al vector velocidad en un instante de tiempo, t . Este vector recibe el nombre de *velocidad instantánea*.

El **vector velocidad instantánea** es el cociente entre el vector desplazamiento y el incremento de tiempo cuando Δt tiende a cero:
$$= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}.$$

Es tangente a la trayectoria y su módulo recibe el nombre de *rapidez*.

El módulo del vector velocidad instantánea, v , es la **rapidez**:
$$= |\vec{v}| = \left| \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \right| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Ejemplo 4

La ecuación del movimiento de un móvil es:

$$\vec{r} = 10t\vec{i} + (100 - 4t^2)\vec{j}$$

en unidades del SI. Calculemos su vector velocidad instantánea y su rapidez cuando $t = 2 \text{ s}$.

COMPRENSIÓN. Para hallar la velocidad instantánea, consideramos un instante, t , y otro muy cercano, $t + \Delta t$.

DATOS. $\vec{r} = 10t\vec{i} + (100 - 4t^2)\vec{j}$, en unidades del SI.

RESOLUCIÓN. En primer lugar, hallamos el vector desplazamiento entre los instantes t y $t + \Delta t$:

$$\begin{aligned} \Delta \vec{r} &= \vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t) = \\ &= 10(t + \Delta t)\vec{i} + (100 - 4(t + \Delta t)^2)\vec{j} - 10t\vec{i} - (100 - 4t^2)\vec{j} \\ &= 10 \Delta t\vec{i} - 8t \Delta t\vec{j} - 4(\Delta t)^2\vec{j} \end{aligned}$$

Para obtener la velocidad instantánea en función del tiempo, dividimos $\Delta \vec{r}$ por Δt y calculamos el límite para $\Delta t \rightarrow 0$:

$$\begin{aligned} \vec{v} &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{10\Delta t\vec{i} - 8t \Delta t\vec{j} - 4(\Delta t)^2\vec{j}}{\Delta t} = \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (10\vec{i} - 8t\vec{j} - 4\Delta t\vec{j}) = 10\vec{i} - 8t\vec{j} \end{aligned}$$

En $t = 2 \text{ s}$:

$$\vec{v}(t = 2 \text{ s}) = 10\vec{i} - 8 \cdot 2\vec{j} = (10\vec{i} - 16\vec{j}) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Y la rapidez en ese mismo instante es su módulo:

$$|\vec{v}(t = 2 \text{ s})| = \sqrt{10^2 + 16^2} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 19 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

COMPROBACIÓN. Debemos ser rigurosos en los cálculos y la expresión de los resultados obtenidos.

4. ACELERACIÓN

Volvamos a los 100 metros planos de Usain Bolt. En la siguiente tabla, se han registrado los valores de su velocidad media cada 10 metros:

Posición inicial (m)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
Posición final (m)	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Velocidad (km · h ⁻¹)	19,5	35,3	39,6	41,4	42,3	43,9	43,9	43,9	43,7	40,0

■ Tabla 3

En los diez primeros metros, la velocidad era de 19,5 km · h⁻¹, y ha aumentado considerablemente en los siguientes 10 metros a 35,3 km · h⁻¹. Esta **variación del módulo** de la velocidad en un período determinado nos indica que el atleta ha adquirido una cierta **aceleración**.

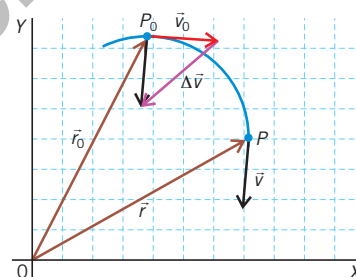
En el caso de un automóvil que traza una curva, el vector velocidad **cambia de dirección** en cada instante. También tiene **aceleración**.

La **aceleración** es una **magnitud vectorial** porque viene determinada por su dirección y sentido, que coinciden con los de $\Delta \vec{v}$. La **unidad** de la aceleración en el SI es el m · s⁻².

4.1. Aceleración media

Si observamos el esquema de la derecha, vemos que un móvil que está en el punto P_0 , de vector posición $\vec{r}_0$, en el instante t_0 , se mueve con una velocidad $\vec{v}_0$. En un instante posterior, t , el móvil está en el punto P , con un vector de posición $\vec{r}$ y con una velocidad $\vec{v}$.

Podemos calcular la variación de velocidad, $\Delta \vec{v}$, del móvil en un intervalo dado, Δt (en el esquema anterior, $\Delta \vec{v}$ se ha calculado gráficamente, trasladando el vector $\vec{v}$ al punto P).



■ Fig. 9

- **Aceleración media**
La aceleración media tiene la misma dirección y sentido que $\Delta \vec{v}$.

El vector **aceleración media**, $\vec{a}_m$, es el cociente entre el incremento del vector velocidad, $\Delta \vec{v}$, y el intervalo transcurrido, Δt :

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t - t_0}$$

Y TAMBIÉN: ¿?

Las leyes de la cinemática nos permiten interpretar el entorno cotidiano, y son parte de una formación científica básica.

Ejemplo 5

La velocidad de un auto en un instante determinado es de $(2, -6) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, mientras que 2 décimas de segundo más tarde es de $4 \vec{j} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Calculemos la aceleración media.

COMPRENSIÓN. Para calcular la aceleración media, solo necesitamos conocer las velocidades inicial y final del auto.

DATOS. $\vec{v}_0 = (2, -6) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $\vec{v}_f = (0, 4) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $\Delta t = 0,2 \text{ s}$

RESOLUCIÓN. Determinamos la aceleración media:

$$\begin{aligned} \vec{a}_m &= \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{(0, 4) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} - (2, -6) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{0,2 \text{ s}} = \\ &= \frac{(-2, 10) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{0,2 \text{ s}} = (-10, 50) \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \end{aligned}$$

COMPROBACIÓN. Podemos comprobar que hemos obtenido un vector, con la misma dirección y sentido que $\Delta \vec{v}$, y que sus unidades son las correctas en el SI.



- **Aceleración instantánea**
La aceleración instantánea, igual que la aceleración media, se debe a la variación en el módulo y/o en la dirección del vector velocidad.

4.2. Aceleración instantánea

En la Fórmula 1, los autos experimentan notables variaciones de velocidad en intervalos de tiempo muy cortos. Para calcular la aceleración en un instante determinado, podemos seguir el mismo proceso utilizado en la obtención de la velocidad instantánea.

El vector **aceleración instantánea**, o simplemente aceleración, es el cociente entre el incremento del vector velocidad y el incremento de tiempo cuando Δt tiende a cero:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

La dirección y el sentido de la aceleración instantánea son los que marca el vector $\Delta \vec{v}$, y su unidad en el SI es el $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

A diferencia del vector velocidad instantánea, la dirección del vector aceleración no tiene por qué ser tangente a la trayectoria. Solo lo es cuando la dirección del vector velocidad es constante; es decir, cuando $\Delta \vec{v}$ es tangente a la trayectoria.

Ejemplo 6

La velocidad de un pequeño robot de juguete aumenta con el tiempo, según la ecuación $\vec{v} = t\vec{i} + 5\vec{j}$ en unidades del SI, por lo que describe un movimiento rectilíneo acelerado en el eje X y uniforme en el eje Y. Hallemos su aceleración en el instante $t = 1\text{s}$.

COMPRENSIÓN. Para hallar la aceleración instantánea, consideramos un instante, t , y otro muy próximo, $t + \Delta t$.

DATOS. $\vec{v}(t) = t\vec{i} + 5\vec{j}$ en unidades del SI.

RESOLUCIÓN. Para calcular la aceleración instantánea, hallamos primero la variación de la velocidad entre los instantes t y $t + \Delta t$:

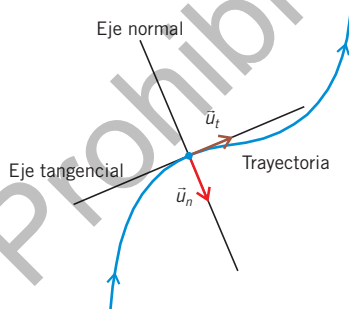
$$\Delta \vec{v} = \vec{v}(t + \Delta t) - \vec{v}(t) = (t + \Delta t)\vec{i} + 5\vec{j} - t\vec{i} - 5\vec{j} = \Delta t\vec{i}$$

Y, a continuación, determinamos el límite del cociente entre Δt , cuando $\Delta t \rightarrow 0$:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta t\vec{i}}{\Delta t} = 1\vec{i} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

La aceleración de este móvil es constante en el tiempo.

COMPROBACIÓN. Solo existe aceleración según el eje X, lo cual concuerda con que el movimiento es acelerado en el eje X y uniforme en el eje Y.



■ Fig. 10

- **Sistema de referencia intrínseco**

Los ejes varían según el punto de la trayectoria. En cada punto, un eje es tangente a la trayectoria y el otro es perpendicular a ella.

4.3. Componentes intrínsecas de la aceleración

La **velocidad** de un móvil puede sufrir un **cambio en el módulo**, como sucede en la carrera de los cien metros planos, un **cambio de dirección**, lo cual ocurre cuando se toma una curva, o ambos.

En función de lo que varíe, podemos distinguir dos componentes de la aceleración: la **aceleración normal** o **centrípetra**, que expresa la variación en la dirección, y la aceleración tangencial, que expresa la variación en el módulo.

Se trata de los componentes de la aceleración en un **sistema de referencia intrínseco** asociado a un punto de la trayectoria. Este sistema está formado por un eje tangente a la trayectoria y otro perpendicular o normal a ella.

Así, en cualquier punto A de la trayectoria, podemos definir los vectores unitarios $\vec{u}_n$ y $\vec{u}_t$. El vector $\vec{u}_n$ tiene dirección perpendicular a la trayectoria y sentido hacia el centro de curvatura. El vector $\vec{u}_t$ es tangente a la trayectoria y con el mismo sentido que $\vec{v}$. En este punto, A, y en un instante, t, el vector aceleración instantánea, $\vec{a}$, se puede dividir en sus componentes intrínsecas: una tangencial, $\vec{a}_t$, y otra normal, $\vec{a}_n$.

De esta manera, usando el teorema de Pitágoras, el módulo de la aceleración instantánea es:

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}$$

Aceleración normal o centrípeta

Supongamos que un bólido de Fórmula 1 va a una determinada velocidad, $\vec{v}$. Al tomar una curva, la velocidad va cambiando de dirección, por lo que definimos a la aceleración normal o centrípeta de la siguiente manera:

La **aceleración normal** o **centrípeta** es la aceleración que refleja el cambio en la dirección de la velocidad a lo largo de la trayectoria.

Su expresión matemática es: $\vec{a}_n = a_n \vec{u}_n = \frac{v^2}{R} \vec{u}_n$, donde v es el módulo de la velocidad y R es el radio de curvatura de la trayectoria, $\vec{u}_n$ es el vector unitario normal, por lo que a_n siempre es positiva.

La dirección de la aceleración normal es perpendicular a la trayectoria y su sentido es hacia el centro del tramo de curva descrita.

Aceleración tangencial

Cuando se inicia la carrera de Fórmula 1 y el bólido arranca, el módulo de su velocidad cambia. La definimos de la siguiente manera:

La **aceleración tangencial** es la aceleración que refleja la variación del módulo de la velocidad.

Su expresión matemática es: $\vec{a}_t = a_t \vec{u}_t = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} \vec{u}_t$.

Si el módulo de la velocidad aumenta, el sentido de la aceleración $\vec{a}_t$ coincide con el sentido de la velocidad. En cambio, si el módulo de la velocidad disminuye, el sentido de $\vec{a}_t$ es contrario al de la velocidad.

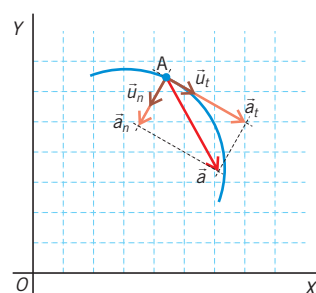


Fig. 11

■ Aceleración normal y aceleración tangencial

TIC



Observa, en el siguiente enlace, cómo la aceleración normal implica un cambio en la dirección de la velocidad:

Visita:

<https://goo.gl/FsAHLz>

Ejemplo 7

En una competición de ciclismo en pista, un ciclista describe una curva de 30 m de radio. Calculemos su aceleración total en un instante en el que el ciclista se encuentra acelerando uniformemente y su velocidad ha pasado de $14,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ a $15,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ en 0,5 s.

COMPRESIÓN. En este caso, varían tanto la dirección como el módulo de la velocidad. Por lo tanto, el ciclista tiene aceleración normal y aceleración tangencial. La aceleración total es la suma de ambas: $\vec{a} = a_t \vec{u}_t + a_n \vec{u}_n$.

DATOS. $R = 30 \text{ m}$; $v_0 = 14,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$;
 $v_f = 15,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $\Delta t = 0,5 \text{ s}$

Calculamos los valores de a_n y a_t :

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(15,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})^2}{30 \text{ m}} = 7,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(15,0 - 14,5) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{0,5 \text{ s}} = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

El módulo de la aceleración total es:

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = \sqrt{7,5^2 + 1^2} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = 7,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$



- Vehículos que circulan a velocidad constante en un tramo de carretera

TIC



Busca en la web videos sobre las características del MRU y describe cuales son:

Y TAMBIÉN:



En el MRU podemos hacer coincidir la dirección del movimiento con el eje OY. Entonces, la ecuación del movimiento es: $y = y_0 + v(t - t_0)$.

5. MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME (MRU)

En ocasiones, encontramos cuerpos cuya trayectoria es una línea recta y que no varían su velocidad. Es el caso, por ejemplo, de un vehículo que se mueve en línea recta a la velocidad constante de $80 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

Otro ejemplo es el de una pequeña esfera metálica que dejáramos caer en un recipiente mucho mayor que la bola y lleno de aceite. A partir de cierta distancia recorrida, la velocidad de la bola es constante y esta recorre espacios iguales en intervalos iguales, como puede comprobarse experimentalmente con los datos de la posición de la bola en diferentes instantes de tiempo:

t (ms)	90	94	98	102	106	110	150
y (mm)	134	140	146	152	158	164	224

■ Tabla 4

Estos casos son ejemplos de **movimiento rectilíneo uniforme**:

En el MRU no hay aceleración, ya que el vector velocidad es constante.

El **movimiento rectilíneo uniforme** es el movimiento que tiene como trayectoria una línea recta y cuya velocidad es constante en módulo, dirección y sentido.

5.1. Ecuación del movimiento

En el estudio de cualquier movimiento se debe buscar la relación matemática entre todas sus magnitudes. Como hemos visto, el MRU se caracteriza por tener un vector velocidad constante, independiente del tiempo tanto en módulo como en dirección y sentido, e igual en todo momento a la velocidad media:

$$\vec{v} = \vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r} - \vec{r}_0}{t - t_0} = \text{cte}$$

Si despejamos la posición final $\vec{r}$, obtenemos la **ecuación vectorial del movimiento**:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}(t - t_0)$$

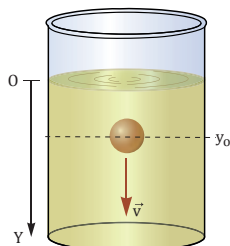
Al ser un movimiento en una recta, podemos hacer coincidir su dirección con el eje OX. La ecuación del movimiento es, entonces: $x = x_0 + v(t - t_0)$

Ejemplo 8

Hallamos la ecuación del movimiento de la esfera sumergida en aceite, a partir de los datos de la tabla de esta misma página.

COMPRENSIÓN. Al sumergirse en el aceite, la esfera cae con una trayectoria rectilínea en la dirección del eje OY. Habrá que comprobar si su velocidad es constante.

DATOS. Los de la tabla anterior. Tomamos:
 $t_0 = 90 \text{ ms} = 0,090 \text{ s}$;
 $y_0 = 134 \text{ mm} = 0,134 \text{ m}$



RESOLUCIÓN. Si calculamos la velocidad de la esfera en distintos tramos, siempre obtenemos el mismo valor:

$$v = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{140 - 134}{94 - 90} = \frac{146 - 140}{98 - 94} = \dots = \frac{224 - 164}{150 - 110} = 1,5 \text{ mm} \cdot \text{ms}^{-1} = 1,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Por tanto, se trata de un MRU y su ecuación del movimiento en unidades del SI es:

$$y = y_0 + v(t - t_0) = 0,134 + 1,5(t - 0,090)$$

COMPROBACIÓN. Si sustituimos los valores de tiempo de la tabla en la ecuación del movimiento, obtenemos los correspondientes valores de la posición.

5.2. Representación gráfica

Si en cualquier MRU dibujas las gráficas correspondientes a la posición y a la velocidad en función del tiempo, obtendrás figuras similares a las siguientes, que son las gráficas características de un MRU:

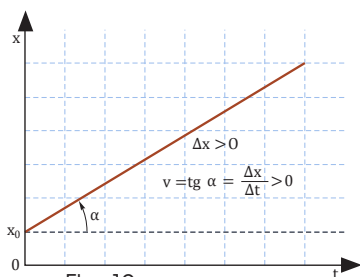


Fig. 12

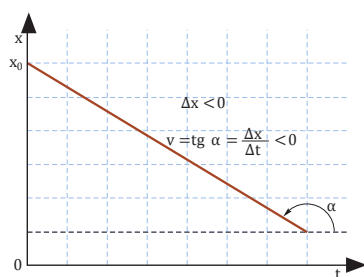


Fig. 13

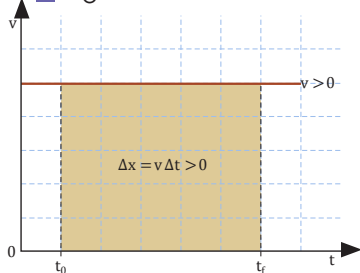


Fig. 14

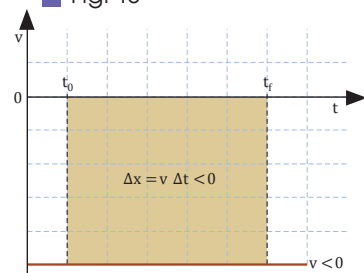


Fig. 15

Del análisis de las gráficas deducimos:

- **Gráfica x - t:** Es una recta cuya ordenada en el origen nos indica la posición inicial x_0 . La pendiente de la recta es el valor de la tangente del ángulo α y coincide con el valor de la velocidad.
- **Gráfica v - t:** La velocidad es una línea paralela al eje de abscisas, puesto que es constante. El área limitada por la recta de la velocidad y el eje de abscisas entre t_0 y t_f es la distancia recorrida.

Y TAMBIÉN: ¿?

Si en la gráfica x - t la pendiente es positiva ($\text{tg } \alpha > 0$), esto significa que la velocidad es positiva.

Si la pendiente es negativa ($\text{tg } \alpha < 0$), la velocidad es negativa. Es el caso en que la velocidad tiene el sentido negativo del eje X (el móvil se mueve hacia la izquierda).

TIC

Observa la grafica velocidad-tiempo en el MRU:

<https://goo.gl/Xjhaqr>

Y luego escribe la diferencia entre las dos gráficas.

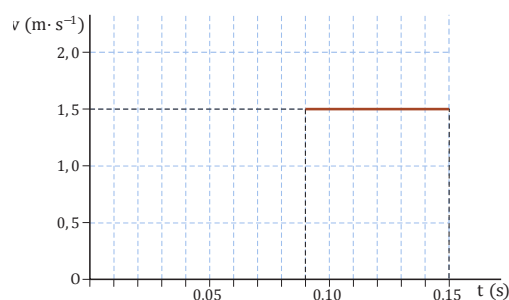
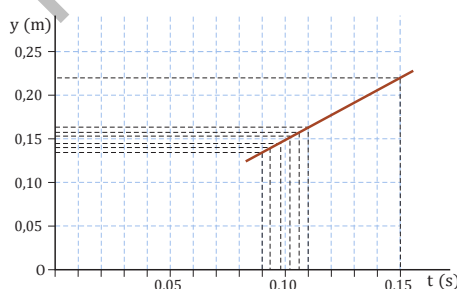
Ejemplo 9

Dibujemos las gráficas de la posición y de la velocidad en función del tiempo en el caso de la esfera del ejemplo 8 de la página anterior.

COMPRENSIÓN. A partir de los datos y de la ecuación del movimiento representamos las gráficas de la posición y la velocidad.

DATOS. $y_0 = 134 \text{ mm} = 0,134 \text{ m}$; $t_0 = 90 \text{ ms} = 0,090 \text{ s}$; $v = 1,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $y = 0,134 + 1,5 (t - 0,090)$ en unidades del SI.

RESOLUCIÓN.



COMPROBACIÓN. Las gráficas corresponden a las esperadas para un MRU.

Y TAMBIÉN:



En general, los movimientos más habituales son aquellos en los que la aceleración no es constante.

Es el caso de una carrera de 100 metros lisos: en los primeros metros, la aceleración es máxima gracias al impulso suministrado por los tacos de salida; después, esta aceleración va disminuyendo hasta que el atleta consigue su máxima velocidad; y a partir de los 80 metros, se produce una desaceleración (disminución del módulo de la velocidad).

<http://google/CzZq57>



Y TAMBIÉN:



Al ser un movimiento rectilíneo, si hacemos coincidir su dirección con el eje OX, entonces la ecuación del movimiento es:

$$x = x_0 + v_0 (t - t_0) + \frac{1}{2} a (t - t_0)^2$$

Finalmente, sustituimos el vector $\vec{v}$ por su expresión según la ecuación de la velocidad en el MRUA y obtenemos:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \frac{\Delta t (\vec{v} + \vec{v}_0)}{2} = \vec{r}_0 + \frac{\Delta t (\vec{v}_0 + \vec{a} \Delta t + \vec{v}_0)}{2} = \vec{r}_0 + \frac{\Delta t (2\vec{v}_0 + \vec{a} \Delta t)}{2}$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 \Delta t + \frac{1}{2} \vec{a} (\Delta t)^2$$

Esta es la **ecuación de la posición** del MRUA.

6. MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE ACELERADO (MRUA)

En la naturaleza es posible encontrar movimientos en que la velocidad cambia con el tiempo, pero la aceleración se mantiene constante. Pueden ser, por ejemplo, un objeto que rueda por una superficie plana con rozamiento o un objeto sometido a una fuerza constante, como la fuerza eléctrica o la gravitatoria.

Consideremos ahora que dejamos rodar por un plano inclinado una pequeña bola y cronometramos el tiempo en que alcanza diferentes posiciones. El resultado de esta experiencia podría ser el que se indica en la tabla:

x (cm)	0	20	40	60	80	100	120	140
t (s)	0	1,2	2,8	3,5	4,3	4,9	5,2	5,5

■ Tabla 5

Vemos que la relación entre la posición y el tiempo no obedece a la fórmula del MRU, sino que se trata de un movimiento con aceleración. La velocidad varía en cada tramo pero de forma regular. Por lo tanto, se trata de un **movimiento rectilíneo uniformemente acelerado**:

El **movimiento rectilíneo uniformemente acelerado** es el movimiento cuya trayectoria es una línea recta y en el que se mantiene una aceleración constante.

6.1. Ecuaciones del movimiento

Como hemos visto, el MRUA se caracteriza por tener un vector aceleración constante, independiente del tiempo, y que, por lo tanto, coincide en todo momento con la aceleración media. Así, de la definición de la aceleración media deducimos la **ecuación de la velocidad**:

$$\vec{a} = \vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{\Delta t}; \quad \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a} \Delta t$$

Esta expresión nos servirá para deducir la ecuación de la posición. Para ello, primero hallamos la expresión de la velocidad media en el intervalo Δt como la semisuma de la velocidad en los instantes t y t_0 :

Y la igualamos con la definición del vector velocidad media para despejar el vector de posición en el instante t :

$$\vec{v}_m = \frac{\vec{v} + \vec{v}_0}{2} = \frac{\vec{r} - \vec{r}_0}{\Delta t}; \quad \vec{r} = \vec{r}_0 + \frac{\Delta t (\vec{v} + \vec{v}_0)}{2}$$

6.2. Representación gráfica

De la misma forma que en el caso del MRU, las **gráficas** de la posición, la velocidad y la aceleración en función del tiempo de un **MRUA** tienen unas características concretas:

- **Gráfica $x - t$:** La gráfica de la posición del móvil frente al tiempo es una parábola. La ordenada en el origen corresponde a la posición inicial.

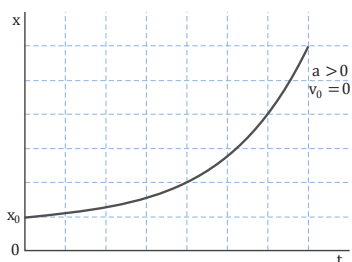


Fig. 16

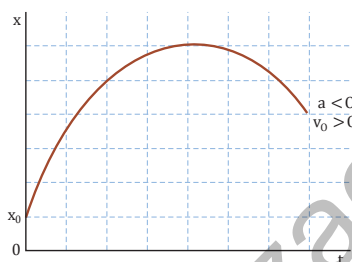


Fig. 17

- **Gráfica $v - t$:** Es una recta cuya pendiente nos da el valor de la aceleración. Si la pendiente es negativa, significa que el móvil acelera negativamente; y si es positiva, significa que acelera.

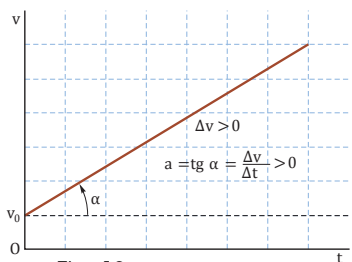


Fig. 18

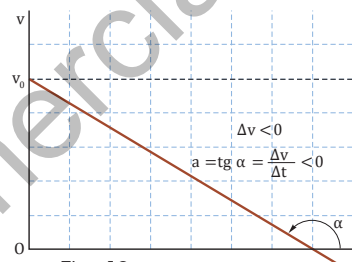


Fig. 19

- **Gráfica $a - t$:** Es una recta paralela al eje de abscisas, que nos indica que durante todo el trayecto la aceleración es constante. El área limitada por la recta de la aceleración y el eje de abscisas entre t_0 y t_f es igual al incremento de la velocidad.

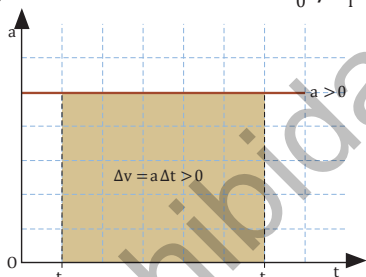


Fig. 20

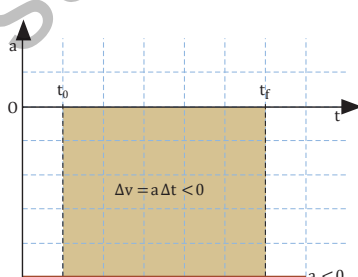


Fig. 21

- **Gráfica $x - t^2$:** En los casos en que la velocidad inicial es nula, la gráfica de la posición respecto del cuadrado del tiempo es una recta cuya ordenada en el origen es la posición inicial.

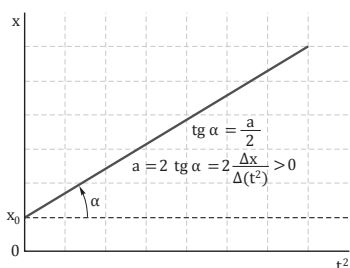


Fig. 22

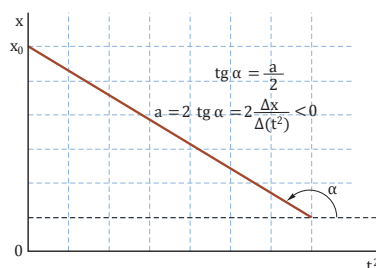


Fig. 23

TIC



Mediante los siguientes *applets* podrás ver como varían las graficas de la posición y de la velocidad frente al tiempo en el MRUA, según sea el valor de la aceleración:

<https://goo.gl/6mupDT>

Escribe la razón del porque aumenta o disminuye la velocidad.

Y TAMBIÉN:



El físico y astrónomo Galileo Galilei, después de muchas experiencias, afirmó: «Todos los cuerpos caen con movimiento uniformemente acelerado, con la misma aceleración, sin importar su masa y su forma».

Ahora bien, si desde una cierta altura dejamos caer a la vez dos folios, uno arrugado y otro sin arrugar, primero llegará al suelo el papel arrugado. ¿Contradice esto la afirmación de Galileo? La respuesta es que no, ya que los cuerpos caen con la misma aceleración solo en ausencia de rozamiento con el aire.

ANÁLIZO Y RESUELVO



Observa este video del experimento realizado en 1971 por un astronauta de la misión Apolo 15 en la Luna, y que confirma que todos los cuerpos caen con la misma aceleración (también en la Luna): <http://goo.gl/p6zQ0U>

Y escribe a continuación la razón por la cual los dos objetos caen al mismo tiempo.

6.3. Movimiento vertical de los cuerpos

Una pinza que cae del tendedero de un piso al patio interior, el bote de la pelota que realiza el tenista antes del saque o el lanzamiento de una moneda al aire son ejemplos de **movimiento vertical**.

En la unidad 2 estudiaremos la fuerza de la gravedad. La fuerza de gravedad es la responsable de que los cuerpos cerca de la superficie de la Tierra caigan con una aceleración constante. Esta aceleración es la aceleración de la gravedad.

La aceleración de la gravedad es una magnitud vectorial:

- Su módulo se designa por g y en puntos próximos a la superficie de la Tierra vale aproximadamente: $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.
- Su dirección es perpendicular a la superficie terrestre.
- Su sentido es hacia el centro de la Tierra.

El movimiento de los cuerpos sometidos a la aceleración de la gravedad que se mueven en la dirección perpendicular a la superficie de la Tierra se denomina **movimiento vertical**:

El **movimiento vertical** es un MRUA en el que la aceleración del móvil es la aceleración de la gravedad.

Sus ecuaciones del movimiento son las del MRUA con $a = -g$:

$$v = v_0 - g \Delta t; \quad y = y_0 + v_0 \Delta t - \frac{1}{2} g (\Delta t)^2; \quad v^2 = v_0^2 - 2 g \Delta y$$

Donde la última ecuación se obtiene de aislar Δt en la primera y sustituirlo en la segunda.

Hay diferentes tipos de movimiento vertical, según las **condiciones iniciales**:

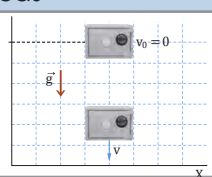
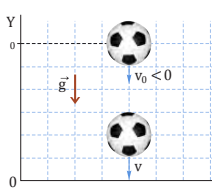
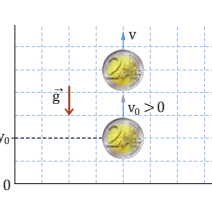
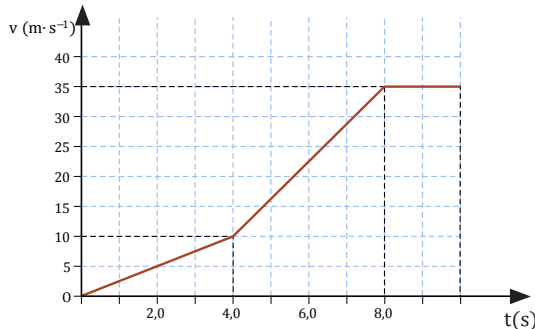
Tipo	Características	
Caída libre	Se deja caer el objeto desde cierta altura y_0 con velocidad inicial nula: $v_0 = 0$; $a = -g = -9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ El módulo de la velocidad aumenta a medida que el cuerpo cae.	
Lanzamiento vertical hacia abajo	Se lanza un objeto hacia abajo desde cierta altura y_0 con velocidad inicial v_0 : $v_0 < 0$; $a = -g = -9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ El módulo de la velocidad aumenta a medida que el cuerpo cae.	
Lanzamiento vertical hacia arriba	Se lanza un objeto hacia arriba desde cierta altura y_0 con velocidad inicial v_0 : $v_0 > 0$; $a = -g = -9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ El móvil va perdiendo velocidad hasta que esta se anula y, a continuación, inicia la caída libre.	

Tabla 6

Ejemplo 10

A partir de esta gráfica $v - t$, que representa la velocidad de un móvil que sigue una trayectoria rectilínea, determinemos:

- la aceleración en cada tramo.
- la distancia total recorrida.



COMPRENSIÓN. Los tramos en que la velocidad es una recta con determinada pendiente corresponden a un MRUA. Si la recta es horizontal (pendiente nula), se trata de un MRU. Consideraremos que la posición inicial es $x_0 = 0$ m.

RESOLUCIÓN.

- Como se trata de un movimiento rectilíneo, calculamos la aceleración en cada tramo con la expresión:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Entre 0,0 s y 4,0 s: $a = \frac{(10 - 0) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{(4,0 - 0,0) \text{ s}} = 2,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

Entre 4,0 s y 8,0 s: $a = \frac{(35 - 10) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{(8,0 - 4,0) \text{ s}} = 6,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

Entre 8,0 s y 10,0 s no hay aceleración, $a = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

- Para calcular la distancia recorrida hallamos la posición al final de cada tramo de la gráfica mediante las ecuaciones del MRUA y el MRU en una sola dimensión:

$$x = x_0 + v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a (\Delta t)^2; \quad x = x_0 + v_0 \Delta t$$

En $t = 4,0$ s: $x = 0 + \frac{1}{2} \cdot 2,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot 4,0^2 \text{ s}^2 = 20 \text{ m}$

En $t = 8,0$ s: $x = 20 \text{ m} + 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot 4,0 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot 6,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot 4,0^2 \text{ s}^2 = 110 \text{ m}$

En $t = 10,0$ s: $x = 110 \text{ m} + 35 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot 2,0 \text{ s} = 180 \text{ m}$

Como se trata de un movimiento rectilíneo sin cambios de sentido, la distancia total recorrida es de 180 m.

COMPROBACIÓN. La distancia calculada mediante las ecuaciones del movimiento debe coincidir con el área bajo la gráfica $v - t$.

En el primer tramo: $A_1 = \frac{1}{2} \cdot 4,0 \cdot 10 = 20$

En el segundo tramo: $A_2 = 4,0 \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot 4,0 \cdot 25 = 90$

En el tercer tramo: $A_3 = 2,0 \cdot 35 = 70$

Así, el área total entre la gráfica de la velocidad y el eje de abscisas es:

$$A = 20 + 90 + 70 = 180$$

Por lo tanto, la distancia recorrida es de 180 m.

Ejemplo 11

Un niño quiere jugar a la pelota con una amiga que lo observa desde la ventana de su casa. La ventana está a 3,0 m del suelo. ¿A qué velocidad mínima deberá lanzar la pelota desde el suelo para que llegue a su amiga?

COMPRENSIÓN. Es un lanzamiento vertical hacia arriba. Por tanto, la velocidad de la pelota disminuye a medida que asciende. Así, la velocidad mínima a que debe lanzarse la pelota es aquella para la cual su velocidad se anula justo a la altura de 3 m.

DATOS. $\Delta y = 3,0$ m; $a = -g = -9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$; $v_f = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

RESOLUCIÓN. De la ecuación que relaciona velocidades con distancia vertical recorrida:

$$v_f^2 = v_0^2 - 2g \Delta y; \quad v_0 = \sqrt{v_f^2 + 2g \Delta y} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot 3,0 \text{ m}} = 7,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

COMPROBACIÓN. Mediante las otras dos ecuaciones, comprobamos que $\Delta y = 3,0$ m:

$$v_f = v_0 - g \Delta t; \quad \Delta t = \frac{v_0 - v_f}{g} = \frac{7,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}} = 0,79 \text{ s}$$

$$\Delta y = v_0 \Delta t - \frac{1}{2} g (\Delta t)^2 = 7,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot 0,79 \text{ s} - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot (0,79 \text{ s})^2 = 3,0 \text{ m}$$

7. COMPOSICIÓN DE MOVIMIENTOS

La mayoría de los movimientos cotidianos son movimientos compuestos, es decir, que pueden describirse como la combinación de dos o más movimientos simples. Un ejemplo de movimiento en dos dimensiones es el movimiento de lanzamiento a canasta de una pelota de baloncesto. Para su estudio aplicamos el principio de superposición de movimientos de Galileo:

El **principio de superposición de movimientos** establece que, si un cuerpo está sometido a varios movimientos independientes simultáneos, el movimiento total se obtiene de la suma vectorial de estos movimientos simples.

En el estudio de cualquier movimiento compuesto, una vez definido el sistema de referencia, hay que seguir estos pasos:

- Distinguir claramente cada uno de los movimientos independientes simples que forman el movimiento compuesto.
- Aplicar a cada movimiento simple las ecuaciones correspondientes.
- Obtener por superposición las ecuaciones del movimiento compuesto. Hay que tener en cuenta que el **tiempo** del movimiento compuesto es igual al de cada uno de los movimientos que lo componen.

7.1. Composición de movimientos en la misma dirección

Muchas veces habrás visto a personas que caminan por una escalera mecánica de un aeropuerto o una cinta transportadora de un gimnasio.

Para estudiar estos movimientos se define un sistema de referencia (S) en reposo y otro sistema de referencia (S') que se mueve respecto a S a velocidad constante v_0 . Además, S y S' se toman de forma que en el instante inicial coinciden. Así, al cabo de un tiempo, Δt , S' se ha desplazado una distancia $v_0 \Delta t$ con respecto a S .

Si un móvil se mueve con respecto a S' , el movimiento total del móvil respecto a S es la composición de su movimiento con respecto a S' y del movimiento de S' con respecto a S . Si el móvil se desplaza una distancia x' respecto a S' , por el principio de superposición de Galileo, un observador en S ve un desplazamiento:

$$x = x' + v_0 \Delta t$$

El tiempo transcurrido para cada sistema es el mismo. Así, si dividimos la expresión anterior por Δt obtenemos la velocidad total del móvil:

$$v = v' + v_0$$

Al ser un movimiento en una dimensión no es necesario utilizar vectores, pero sí es preciso tener en cuenta correctamente los signos.

Para el caso de la composición de dos movimientos rectilíneos de la misma dirección, obtendremos siempre un movimiento con esa misma dirección:

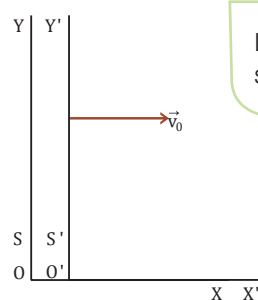
- Si se trata de dos MRU, el resultado es un MRU.
- Si uno o los dos movimientos son MRUA, el resultado es un MRUA.

ANÁLIZO Y RESUELVO



Si un cuerpo se mueve a consecuencia de varios movimientos simultáneos, su posición al cabo de un tiempo Δt es la misma que la que tendría si estos movimientos tienen lugar de forma sucesiva e independiente uno de otro durante el mismo tiempo Δt .

Escribe a continuación la similitud entre la posición y la velocidad.



La posición y la velocidad son magnitudes vectoriales.

- Los ejes X y X' de los sistemas de referencia S y S' se mantienen en el tiempo. Los ejes Y y Y' se van separando pero se mantienen paralelos entre sí.

Fig. 24

En un aeropuerto, una persona camina sobre una cinta transportadora a $1,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ en el mismo sentido de avance de la cinta. Si la velocidad de la cinta es de $0,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, ¿cuál es la velocidad de la persona según un observador en reposo fuera de la cinta?

COMPRENSIÓN. Por el principio de superposición, el movimiento de la persona es la composición de su movimiento con respecto a la cinta (S') y del movimiento de la cinta con respecto al suelo en reposo (S).

DATOS. $v_0 = 0,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $v' = 1,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

RESOLUCIÓN. La velocidad total respecto del observador en reposo fuera de la cinta es de:

$$v = v' + v_0 = 1,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} + 0,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 1,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$



<http://goo.gl/zln5pV>

7.2. Composición de movimientos perpendiculares

A veces un objeto desarrolla un movimiento en una dirección pero, simultáneamente, está sometido a otro movimiento en dirección perpendicular a la propia. Es el caso, por ejemplo, de una nave (barco o avión) que se mueve dentro de un medio (agua o aire) también en movimiento, o el del lanzamiento de un proyectil.

Composición de dos MRU perpendiculares

Consideremos un barco que está en una orilla del río y que se mueve a velocidad constante hacia la orilla opuesta. El agua del río le comunica una velocidad también constante en dirección perpendicular a la suya propia.

Para estudiar este movimiento consideramos el sistema de referencia S', que se mueve solidario al río, y el sistema de referencia S, que corresponde a un observador en reposo en la orilla. La figura muestra la situación inicial ($t_0 = 0$) en que ambos sistemas coinciden, de forma que tomamos como origen de coordenadas el punto de salida del barco desde la orilla.

El barco tiene un MRU de velocidad v con respecto al río (S'). A su vez, el río tiene un MRU de velocidad v_0 con respecto al observador (S). Las ecuaciones de cada movimiento por separado son:

- Según el observador (S), la posición de S' en un instante t es: $x = v_0 t$.
- Según el sistema de referencia del río (S'), la posición del barco en el instante t es: $y = v' t$.

El movimiento del barco según el observador fijo es la suma vectorial de los dos movimientos. Por lo tanto, las **ecuaciones de la posición** y de la **velocidad** del barco son:

$$\vec{r} = x \vec{i} + y \vec{j}; \quad \vec{v} = v_0 \vec{i} + v' \vec{j}$$

La ecuación de la trayectoria se halla a partir de las ecuaciones paramétricas de la posición. En este

caso, obtenemos una línea recta de pendiente $\text{tg } \alpha = \frac{v'}{v_0}$:

$$y = \frac{v'}{v_0} x$$

Así, se trata de un MRU. La **distancia recorrida** y el **módulo de la velocidad** son:

$$|\Delta \vec{r}| = \sqrt{(x^2 + y^2)}; \quad |\vec{v}| = \sqrt{v_0^2 + v'^2}$$

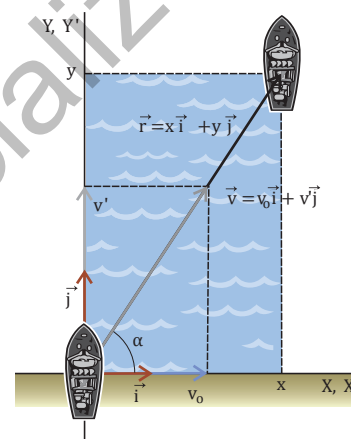


Fig. 25

- Movimiento del barco respecto de un observador fijo

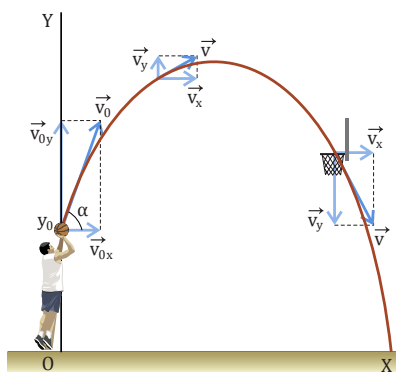


Fig. 26

- Velocidad en distintos puntos de la trayectoria de un movimiento parabólico. Como en todos los movimientos, la velocidad es tangente a la trayectoria.

ANALIZO Y RESUELVO

Antes de Galileo, se creía que un proyectil del tipo de una bala de cañón se desplazaba en línea recta hasta que el impulso que lo empujaba se agotaba, por lo que después caía en línea recta hacia abajo. Galileo, sin embargo, realizó el gran adelanto de combinar los dos movimientos, y, en 1688, explicaba así el movimiento parabólico. Describe de forma rápida como Galileo unificó los dos movimientos.

Movimiento parabólico

El tiro de una pelota a una portería de fútbol (en general, el lanzamiento de un proyectil) o el salto de altura de un atleta son ejemplos de movimientos parabólicos.

El **movimiento parabólico** está **compuesto** por dos movimientos simples:

- Un **MRU** horizontal de velocidad v_{0x} .
- Un **MRUA** vertical de velocidad inicial v_{0y} con aceleración $a = -g$.

Consideremos un balón que se lanza desde una determinada altura y_0 con una velocidad v_0 que forma un ángulo α con la horizontal. Tomamos el sistema de referencia en el suelo, como en la figura del margen.

Las **condiciones iniciales** (en $t_0 = 0$) de este movimiento son:

$$x_0 = 0 ; v_{0x} = v_0 \cos \alpha ; a_x = 0$$

$$y_0 \neq 0 ; v_{0y} = v_0 \sin \alpha ; a_y = -g$$

Sustituimos estos valores en las ecuaciones del MRU y del MRUA que, de acuerdo con el principio de superposición de Galileo, los podemos considerar por separado. De esta forma, obtenemos las **ecuaciones del movimiento** y de la **velocidad**:

$$\vec{r} = x \vec{i} + y \vec{j} \begin{cases} x = v_{0x} t = (v_0 \cos \alpha) t \\ y = y_0 + v_{0y} t + \frac{1}{2} a_y t^2 = y_0 + (v_0 \sin \alpha) t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} \begin{cases} v_x = v_0 \cos \alpha \\ v_y = v_0 \sin \alpha - g t \end{cases}$$

Si en la ecuación del movimiento de la componente x aislamos la variable tiempo y la sustituimos en la ecuación de y , obtenemos la **ecuación de la trayectoria**, que se trata de una **parábola**:

$$y = y_0 + x \tan \alpha - \frac{g}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} \cdot x^2$$

En el movimiento parabólico hay dos **parámetros** característicos importantes:

- Altura máxima:** El móvil alcanza la altura máxima en el instante en que la velocidad en la dirección vertical se anula, $v_y = 0$:

$$v_y = 0 = v_0 \sin \alpha - g t \rightarrow t = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$$

Sustituimos este valor de t en la ecuación de la coordenada y para hallar la altura máxima:

$$y_{\text{máx}} = y_0 + v_0 \sin \alpha \frac{v_0 \sin \alpha}{g} - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_0 \sin \alpha}{g} \right)^2 = y_0 + \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

- Alcance máximo:** Es la distancia horizontal que ha recorrido el móvil en el instante en que

$$\text{llega al suelo (cuando } y = 0): y = 0 = y_0 + v_0 (\sin \alpha) t - \frac{1}{2} g t^2.$$

Al resolver esta ecuación de segundo grado hallaríamos la expresión del valor de t para el que el móvil llega al suelo y que, al sustituirla en la ecuación de x , nos daría la expresión del alcance máximo.

En el **caso particular** de que $y_0 = 0$, se obtiene: $0 = v_0 (\sin \alpha) t - \frac{1}{2} g t^2 \rightarrow t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$.

De modo que, al sustituirlo en la ecuación de x , calculamos el alcance máximo:

$$x_{\text{máx}} = v_0 \cos \alpha \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}; \quad \sin 2\alpha = 2 \cos \alpha \cdot \sin \alpha$$

Un caso particular de movimiento parabólico es el **lanzamiento horizontal**. Es un movimiento parabólico cuya velocidad inicial solo tiene componente horizontal (el ángulo de lanzamiento es cero). Sus condiciones iniciales son:

$$x_0 = 0; v_{0x} = v_0; a_x = 0; y_0 \neq 0; v_{0y} = 0; a_y = -g$$

Por lo tanto, sus ecuaciones del movimiento y de la velocidad son:

$$\begin{cases} x = v_{0x}t = v_0t \\ y = y_0 - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \quad \begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = -gt \end{cases}$$

TIC



Consulta una simulación del movimiento parabólico en la web:

Visita:

<http://links.edebe.com/6693u>

Ejemplo 13

Una avioneta vuela a una velocidad respecto del aire de $205 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ y se dirige al norte. Si sopla viento en dirección este-oeste a $50 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, determinemos en qué dirección y a qué velocidad se desplaza la avioneta con respecto de un observador en tierra firme.

COMPRESIÓN. El movimiento de la avioneta respecto de tierra firme (S) es la composición del movimiento del aire respecto de tierra y de la avioneta respecto del aire (S').

DATOS. $\vec{v}' = 205 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} \vec{j}$; $\vec{v}_0 = -50 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} \vec{i}$.

RESOLUCIÓN. La velocidad de la avioneta es la suma vectorial de la velocidad del aire con respecto del observador fijo y de la velocidad de la avioneta con respecto del aire:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}' = (-50 \vec{i} + 205 \vec{j}) \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$$

Así, la dirección de la velocidad de la avioneta (que es su dirección de desplazamiento) es:

$$\tan \theta = \frac{v'}{v_0} = \frac{205 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}}{50 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}} = 4,1 \rightarrow \theta = 76^\circ$$

Es decir, se desplaza en dirección noroeste formando un ángulo de $90^\circ - 76^\circ = 14^\circ$ con la dirección norte. El módulo de su velocidad es:

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_0^2 + v'^2} = \sqrt{50^2 + 205^2} \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 211 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$$

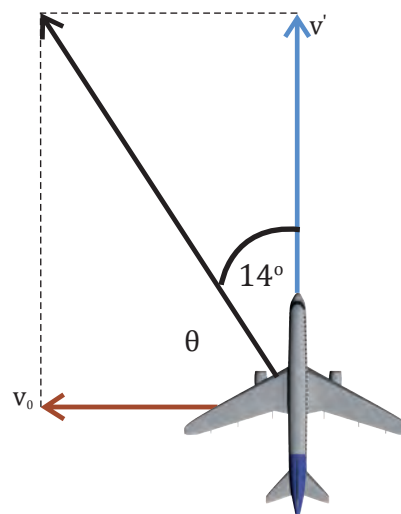


Fig. 27

Ejemplo 14

La atleta Tia Hellebaut consiguió el récord de salto de altura (2,05 m) en los Juegos Olímpicos de Pekín. Suponiendo que inició el salto bajo un ángulo de 70° , ¿con qué velocidad inicial se elevó del suelo?

COMPRESIÓN. Se trata de un movimiento parabólico desde el suelo ($y_0 = 0$), del que conocemos la altura máxima.

DATOS. $y_{\text{máx}} = 2,05 \text{ m}$; $\alpha = 70^\circ$.

RESOLUCIÓN. Utilizamos la expresión de la altura

máxima del movimiento parabólico para hallar la velocidad inicial v_0 :

$$y_{\text{máx}} = y_0 + \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{(y_{\text{máx}} - y_0) \cdot 2g}{\sin^2 \alpha}}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{(2,05 - 0) \text{ m} \cdot 2 \cdot 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}}{\sin^2 70^\circ}} = 6,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

COMPROBACIÓN. El valor obtenido equivale a $24 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, que es un valor de velocidad de salto alcanzable por el ser humano.

8. MOVIMIENTO CIRCULAR

El movimiento de las aspas de un molino o el de una rueda moscovita son ejemplos de movimiento circular.

El **movimiento circular** es aquel movimiento cuya trayectoria es una circunferencia.

El **movimiento circular** es un movimiento en el plano, por lo que se podría estudiar con las dos coordenadas cartesianas x e y . Pero su estudio es mucho más fácil si se utilizan las coordenadas polares.

Las coordenadas polares de un punto son dos:

- El radio (R) es la distancia al origen de coordenadas.
- El ángulo (Φ) es el determinado por el segmento que une el punto con el origen de coordenadas y el semieje X positivo (origen de los ángulos). Su unidad en el SI es el radián (rad).

Si la trayectoria de una partícula es una circunferencia, su coordenada radio no varía, solo varía su ángulo Φ , lo que simplifica los cálculos.

Veamos algunas de las magnitudes del movimiento circular:

- **Distancia recorrida:** Consideremos una partícula que describe una circunferencia de radio R , tal que en el instante t_0 se encuentra en **A**, de coordenadas (R, Φ) . Al cabo de un tiempo Δt se encuentra en **B**, de coordenadas (R, Φ) . El incremento del ángulo de giro de la partícula es: $\Delta\Phi = \Phi - \Phi_0$.

La distancia o longitud recorrida es el arco de circunferencia Δs de **A** a **B**, que se relaciona con el ángulo descrito medido en radianes mediante la expresión: $\Delta s = R \Delta\Phi$

Velocidad angular: El cociente entre el incremento de ángulo girado y el intervalo es la velocidad angular media: $\omega_m = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$.

Si calculamos el valor de la velocidad angular media para un incremento de tiempo muy pequeño, obtenemos la **velocidad angular**

instantánea: $\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$.

La unidad de ambas en el SI es el radián por segundo ($\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$).

A partir de la relación entre la longitud del arco de circunferencia y su ángulo, es posible determinar la relación entre la velocidad lineal

y la angular: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{R \Delta\Phi}{\Delta t} = R \omega \rightarrow v = R \omega$.

Esta expresión es válida tanto para valores medios como instantáneos.

Como podemos ver en esta figura, los puntos que describen ángulos iguales en un mismo intervalo, pero cuyo radio es distinto, tienen la misma velocidad angular y, en cambio, una velocidad lineal distinta.

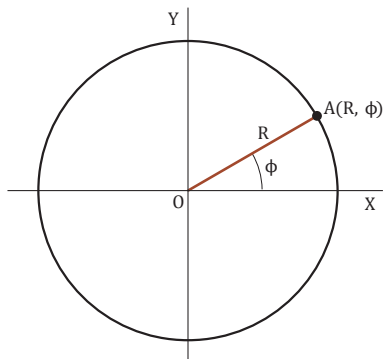


Fig. 28

- Coordenadas polares de un punto A

A partir del semieje X positivo, el sentido positivo de los ángulos es el antihorario (sentido contrario al avance de las agujas de un reloj).

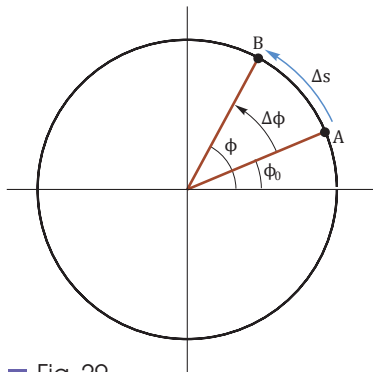


Fig. 29

- Distancia recorrida sobre la trayectoria

Si una partícula recorre toda la circunferencia, la longitud recorrida y el ángulo descrito son respectivamente:

$\Delta s = 2\pi R$; $\Delta\Phi = 2\pi$ rad. Por tanto, $\Delta s = R \Delta\Phi$.

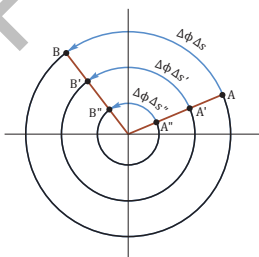


Fig. 30

8.1. Movimiento circular uniforme (MCU)

Consideremos un CD que está girando, de modo que cualquiera de sus puntos describe ángulos iguales en intervalos iguales. Entonces, su velocidad angular es constante y se dice que tiene **movimiento uniforme**.

El **movimiento circular uniforme** es el movimiento cuya trayectoria es circular y su velocidad angular es constante.

De la definición del MCU, cuya velocidad angular es constante e igual a la velocidad angular media, deducimos la **ecuación del movimiento**:

$$\omega = \omega_m = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{\phi - \phi_0}{\Delta t} = \text{cte} \rightarrow \phi = \phi_0 + \omega \Delta t$$

Como consecuencia de su trayectoria circular y velocidad angular constante, el MCU tiene carácter periódico: se repite con regularidad en el tiempo. Por ello, podemos definir las magnitudes **período** y **frecuencia**:

El **período (T)** es el tiempo que tarda un punto de un MCU en describir la circunferencia completa.

La **frecuencia (f)** de un MCU es el número de vueltas descritas por unidad de tiempo.

La unidad del período en el SI es el segundo (s). Y la unidad de la frecuencia en el SI es el hercio o hertz (Hz); $1 \text{ Hz} = 1 \text{ s}^{-1}$.

El período y la frecuencia se relacionan con la velocidad angular por: $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$.

En el MCU, para R constante, el módulo de la velocidad lineal es constante, pero su dirección varía. Por tanto, no hay aceleración tangencial pero sí **aceleración normal** ($\vec{a}_n$) o **centrípeta** dirigida hacia el centro de la circunferencia, que es la responsable del cambio en la dirección de la velocidad.

Para determinar su expresión, consideraremos dos puntos A y B muy próximos entre sí, como se muestra en la figura (de forma que $\Delta t \rightarrow 0$ y la distancia recorrida sobre la trayectoria, que es un arco de circunferencia, coincide con el desplazamiento). Para ellos, se cumple que:

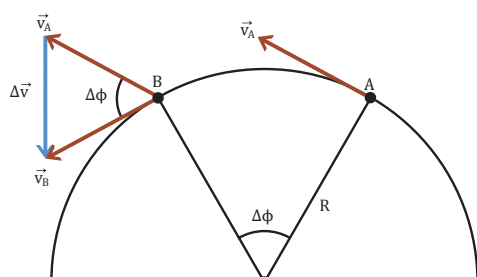


Fig. 32

$$|\Delta \vec{r}| = R \Delta \phi, \quad |\Delta \vec{v}| = v \Delta \phi$$

$$\frac{|\Delta \vec{r}|}{R} = \frac{|\Delta \vec{v}|}{v}$$

Al dividir entre Δt para $\Delta t \rightarrow 0$:

$$\frac{|\Delta \vec{r}|}{R \Delta t} = \frac{|\Delta \vec{v}|}{v \Delta t} \rightarrow \frac{v}{R} = \frac{a_n}{v} \rightarrow a_n = \frac{v^2}{R}$$

Un valor de ángulo de 360° equivale a 2π radianes.

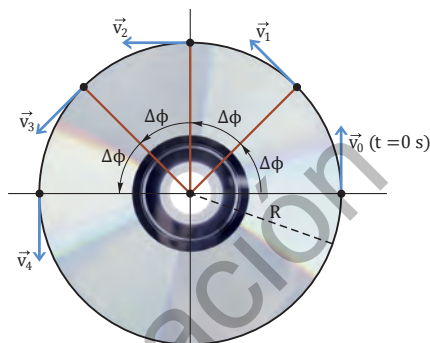


Fig. 31

Un punto con MCU, por ejemplo de un CD, recorre ángulos iguales en tiempos iguales.

Y TAMBIÉN: ¿?

El estudio de los diferentes tipos de movimiento que hemos tratado en esta unidad tiene múltiples aplicaciones técnicas; por ejemplo: balística, obtención de gravedad artificial en naves espaciales mediante rotación, análisis de los accidentes de tráfico, etc.

- Cita otras aplicaciones que conozcas.
- Busca información sobre las principales causas de accidentalidad en la carretera y las circunstancias en que se producen los accidentes. Relaciona estas con las campañas institucionales de tránsito y las formas de reducir la siniestralidad.

La aceleración normal tiene la dirección de Δv , por tanto, está dirigida hacia el centro de la circunferencia.

8.2. Movimiento circular uniformemente acelerado (MCUA)

En muchos movimientos circulares, por ejemplo, en una lavadora cuando inicia el centrifugado, la velocidad angular ω no se mantiene constante. Para cuantificar la variación de ω se introduce una nueva magnitud: la aceleración angular.

La **aceleración angular** es el cociente entre el incremento de la velocidad angular $\Delta\omega$ y el intervalo transcurrido Δt .

TIC



Con el siguiente *applet* podrás simular el MCU y el MCUA de un satélite artificial:

Visita:

<http://links.edebe.com/7hf3>

Y TAMBIÉN



La velocidad angular también se suele expresar en r. p. m. (revoluciones por minuto, $\text{rev} \cdot \text{min}^{-1}$):

$$\frac{1 \text{ rev}}{\text{min}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = \frac{2\pi}{60} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

ANÁLIZO Y RESUELVO



Las ecuaciones de la velocidad angular y del movimiento para el MCUA son las mismas que las ecuaciones del MRUA. Escribe la fórmula que cumpla con la velocidad angular.

Como en el caso de la velocidad angular, podemos definir la **aceleración angular media** (α_m) y la **aceleración angular instantánea** (α):

$$\alpha_m = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}; \quad \alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

Para ambas, la unidad en el SI es el radián por segundo al cuadrado ($\text{rad} \cdot \text{s}^{-2}$).

Si una partícula describe una trayectoria circular de forma que su velocidad angular tiene la misma variación para intervalos iguales, decimos que describe un movimiento circular uniformemente acelerado:

El **movimiento circular uniformemente acelerado** es el movimiento cuya trayectoria es circular y su aceleración angular es constante.

En el MCUA varían la dirección de la velocidad lineal y también su módulo. Así, como vimos anteriormente, además de la aceleración normal, hay una aceleración tangencial a_t . Dado que R es constante:

$$a_n = \frac{v^2}{R}; \quad v = R\omega \rightarrow \frac{\Delta v}{\Delta t} = R \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \rightarrow a_t = R\alpha$$

De forma análoga al caso del MRUA, de la definición de la aceleración angular media deducimos la **ecuación de la velocidad angular del MCUA**:

$$\alpha = \alpha_m = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega - \omega_0}{\Delta t} \rightarrow \omega = \omega_0 + \alpha \Delta t$$

Y también su **ecuación del movimiento**: $\phi = \phi_0 + \omega_0 \Delta t + \frac{1}{2} \alpha (\Delta t)^2$.

Una lavadora inicia el centrifugado a 50 r. p. m. y en 2,00 min acelera uniformemente hasta 1600 r. p. m., velocidad que mantiene durante 10 min. Hallemos la aceleración angular del tambor y las vueltas que da durante los 7,00 min siguientes al inicio de la aceleración.

COMPRENSIÓN. El tambor sigue un MCUA en los 2 minutos iniciales y un MCU en los 10 minutos siguientes.

DATOS. $\Delta t_{\text{MCUA}} = 2,00 \text{ min} = 120 \text{ s}$; $\Delta t_{\text{MCU}} = 7,00 - 2,00 = 5,00 \text{ min} = 300 \text{ s}$; $\omega = 5,2 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$; $\omega = 167,6 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$.

RESOLUCIÓN. Calculamos la aceleración angular:

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{\Delta t} = \frac{(167,6 - 5,2) \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}}{120 \text{ s}} = 1,35 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2}$$

El número de vueltas que da en estos 2 minutos es:

$$\Delta\phi = \phi - \phi_0 = \omega_0 \Delta t + \frac{1}{2} \alpha (\Delta t)^2 = 5,2 \text{ rad} \cdot \cancel{\text{s}^{-1}} \cdot 120 \cancel{\text{s}} + \frac{1}{2} 1,35 \text{ rad} \cdot \cancel{\text{s}^{-2}} \cdot (120 \cancel{\text{s}})^2 = 1,034 \cdot 10^4 \text{ rad} = 1646 \text{ vueltas}$$

El número de vueltas en los primeros 5 minutos con MCU es: $\Delta\phi = \phi - \phi_0 = \omega \Delta t = 167,6 \text{ rad} \cdot \cancel{\text{s}^{-1}} \cdot 300 \cancel{\text{s}} =$

$$= 5,02 \cdot 10^4 \text{ rad} = 7,99 \cdot 10^3 \text{ vueltas}$$

Por lo tanto, el número de vueltas en los 7 minutos es:

$$1,646 \cdot 10^3 + 7,99 \cdot 10^3 = 9,64 \cdot 10^3 \text{ vueltas}$$

Ejemplo 15



A Trayectoria, posición y desplazamiento

Se lanza una piedra al mar desde un acantilado. Su ecuación del movimiento es $\vec{r}(t) = 5t\vec{i} + (40 - 5t^2)\vec{j}$, en unidades del SI. Halla: a. el vector de posición en $t_0 = 0$ s y en $t_1 = 1$ s; b. la distancia al origen de coordenadas en t_1 ; c. el vector desplazamiento entre t_0 y t_1 .

—Determina y dibuja la ecuación de la trayectoria. ¿El vector desplazamiento coincide con la trayectoria? ¿Por qué?

Solución

COMPRENSIÓN. Calculemos las diferentes magnitudes a partir de los vectores de posición en cada instante.

DATOS. $\vec{r}(t) = 5t\vec{i} + (40 - 5t^2)\vec{j}$; $t_0 = 0$ s; $t_1 = 1$ s

RESOLUCIÓN.

a. Calculamos el vector de posición en t_0 y en t_1 , sustituyendo sus valores en la ecuación del movimiento:

$$\vec{r}(0\text{ s}) = 40\vec{j} \text{ m}; \quad \vec{r}(1\text{ s}) = (5\vec{i} + 35\vec{j}) \text{ m}$$

b. La distancia al origen de coordenadas será igual al módulo del vector de posición para $t_1 = 1$ s:

$$|\vec{r}(1\text{ s})| = \sqrt{5^2 + 35^2} \text{ m} = 35,4 \text{ m}$$

c. El vector desplazamiento es la diferencia entre los vectores de posición en los instantes $t_0 = 0$ y $t_1 = 1$ s:

$$\Delta\vec{r} = (5\vec{i} + 35\vec{j}) - 40\vec{j} \text{ m} = (5\vec{i} - 5\vec{j}) \text{ m}$$

—Determinemos la trayectoria a partir de las ecuaciones paramétricas del movimiento:

$$x(t) = 5t \rightarrow t = \frac{x}{5}; \quad y(t) = 40 - 5t^2 = 40 - \frac{x^2}{5}$$

La ecuación de la trayectoria es una parábola:
El vector desplazamiento no coincide con la trayectoria porque no es un movimiento rectilíneo.

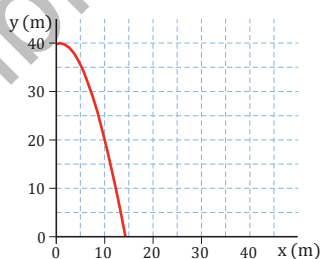


Fig. 33

1. Un móvil describe un movimiento según las ecuaciones: $x(t) = 2t^2$; $y(t) = 3t^2 - 1$, en unidades del SI. Halla la ecuación de la trayectoria y el vector de posición en función del tiempo.
2. En una prueba de tiro con arco, la ecuación del movimiento de una flecha es $\vec{r} = (30t, 40t - 5t^2)$, en unidades del SI. Halla la ecuación de la trayectoria y dibújala en los primeros 5 segundos.

B La velocidad del barco

Un barco intenta atravesar un río. El vector de posición del barco, en unidades del SI, es $\vec{r}(t) = 4t^2\vec{i} + t\vec{j}$. Determina:

- a. La expresión del vector velocidad instantánea.
- b. El valor del vector velocidad instantánea para $t = 2$ s y su módulo.

Solución

COMPRENSIÓN. Se trata de un movimiento en el plano. Dado que la posición varía con el tiempo en las dos componentes, también habrá dos componentes en la velocidad.

DATOS. $\vec{r}(t) = 4t^2\vec{i} + t\vec{j}$, en unidades del SI.

RESOLUCIÓN.

a. Para calcular la velocidad instantánea, consideramos la posición del barco en un instante, t , y otro muy cercano, $t + \Delta t$.

$$\vec{r}(t) = 4t^2\vec{i} + t\vec{j}; \quad \vec{r}(t + \Delta t) = 4(t + \Delta t)^2\vec{i} + (t + \Delta t)\vec{j}$$

Por tanto, la velocidad media entre estos dos instantes es:

$$\begin{aligned} \vec{v} &= \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} = \\ &= \frac{4(t + \Delta t)^2\vec{i} + (t + \Delta t)\vec{j} - 4t^2\vec{i} - t\vec{j}}{\Delta t} = \\ &= \frac{4t^2\vec{i} + 8t\Delta t\vec{i} + 4(\Delta t)^2\vec{i} + t\vec{j} + \Delta t\vec{j} - 4t^2\vec{i} - t\vec{j}}{\Delta t} = \\ &= 8t\vec{i} + 4\Delta t\vec{i} + \vec{j} \end{aligned}$$

Cuando $\Delta t \rightarrow 0$, obtenemos el vector velocidad instantánea:

$$\vec{v} = (8t\vec{i} + \vec{j}) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

b. Si sustituimos el valor de $t = 2$ s, obtenemos:

$$\vec{v}(2\text{ s}) = (16\vec{i} + \vec{j}) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Y el módulo, con dos cifras significativas, es:

$$|\vec{v}| = \sqrt{16^2 + 1} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 16 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

3. En la clase de Educación Física, un estudiante corre describiendo una trayectoria rectilínea. Su posición en los instantes en que el reloj marca 20 s, 30 s, 40 s y 50 s es, respectivamente, 50 m, 70 m, 60 m y 10 m. Calcula la velocidad media entre los instantes: a. 20 s y 30 s; b. 20 s y 40 s; c. 20 s y 50 s; d. 30 s y 40 s; e. 40 s y 50 s.
4. Un objeto sigue una trayectoria rectilínea a lo largo del eje Y. Su vector de posición, en unidades del SI, es: $\vec{r}(t) = (3t^2 + 1)\vec{j}$.

—Calcula: a. el vector velocidad instantánea en función del tiempo; b. su valor y su módulo para $t = 2$ s.



C

Aceleración de un insecto

El vector velocidad instantánea de un insecto viene dado por la expresión $\vec{v}(t) = (4t - 1)\vec{i} + 2\vec{j}$, en unidades del SI. Calcula para $t = 2$ s el vector aceleración instantánea y su módulo.

Solución

COMPRENSIÓN. La velocidad tiene dos componentes, una en el eje X (que depende del tiempo) y otra en el eje Y (constante). Ello nos indica que, cuando calculemos la aceleración, esta solo dependerá del eje X.

DATOS. $\vec{v}(t) = (4t - 1)\vec{i} + 2\vec{j}$, en unidades del SI; $t = 2$ s

RESOLUCIÓN. Calculemos la aceleración mediante:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

Para ello, consideramos el vector velocidad del insecto en un instante, t , y otro muy próximo, $t + \Delta t$:

$$\begin{aligned}\vec{v}(t) &= (4t - 1)\vec{i} + 2\vec{j} \\ \vec{v}(t + \Delta t) &= [4(t + \Delta t) - 1]\vec{i} + 2\vec{j} \\ \Delta \vec{v} &= \vec{v}(t + \Delta t) - \vec{v}(t) = \\ &= 4t\vec{i} + 4\Delta t\vec{i} - \vec{i} + 2\vec{j} - 4t\vec{i} + \vec{i} - 2\vec{j} = 4\Delta t\vec{i} \\ \vec{a} &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{4\Delta t\vec{i}}{\Delta t} = 4\vec{i} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}\end{aligned}$$

Vemos que no depende del tiempo, y su módulo vale $4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

COMPROBACIÓN. Como habíamos previsto, solo tenemos aceleración en la dirección horizontal (eje X).

5. Calcula el vector velocidad y el vector aceleración de la piedra del problema resuelto A.

6. El vector de posición de un móvil viene dado por la ecuación $\vec{r} = 2t\vec{i} + (1 - t^2)\vec{j}$, en unidades del SI. Calcula: a. el desplazamiento efectuado entre los 3 s y 6 s; b. el módulo de la velocidad y de la aceleración a los 5 s.

D

Componentes intrínsecas de la aceleración

La noche de San Juan lanzamos un cohete, cuya velocidad viene dada por las ecuaciones paramétricas $v_x = 2,0$ y $v_y = 2,0t^2$, en unidades del SI. Para el instante $t = 1,0$ s, calcula la componente normal de la aceleración y el radio de curvatura de la trayectoria.

Solución

COMPRENSIÓN. El vector velocidad, $\vec{v}$, siempre es tangente a la trayectoria, y su dirección coincide con la de la aceleración tangencial, $\vec{a}_t$. La dirección perpendicular a $\vec{v}$ es la dirección de la aceleración normal $\vec{a}_n$.

DATOS. $v_x = 2,0$; $v_y = 2,0t^2$, en unidades del SI; $t = 1$ s. Incógnitas: a_n ; R

RESOLUCIÓN. Intenta resolver el problema tú solo. Para ello, oculta la columna de la respuesta y sigue estos pasos:

Pasos

- Calculemos el vector aceleración, del mismo modo que en el ejemplo anterior, y su módulo para $t = 1,0$ s.
- Determinemos la expresión de la componente normal de la aceleración como la proyección de $\vec{a}$ en la dirección perpendicular a la velocidad.
- Hallemos el ángulo, Φ , a partir del valor del vector velocidad para $t = 1,0$ s.
- Calculemos el valor de la componente normal de la aceleración para $t = 1,0$ s.
- Calculemos el valor del radio de curvatura para $t = 1,0$ s.

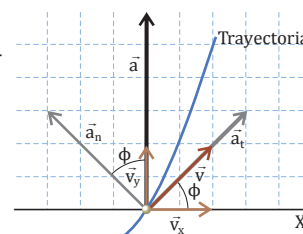


Fig. 34

Respuestas

$$\begin{aligned}- \vec{a} &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{[4,0t \Delta t + 2,0 (\Delta t)^2] \vec{j}}{\Delta t} = 4,0t \vec{j} \\ \vec{a}(1 \text{ s}) &= 4,0 \vec{j} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}; \quad |\vec{a}(1 \text{ s})| = 4,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \\ a_n &= |\vec{a}_n| = |\vec{a}| \cos \phi \\ - |\vec{v}| &= \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} \Rightarrow v^2 = 8 \\ \tan \phi &= \frac{v_y(1 \text{ s})}{v_x(1 \text{ s})} = \frac{2,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{2,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}} = 1 \rightarrow \phi = 45^\circ \\ - a_n(1 \text{ s}) &= 4,0 \cos 45^\circ = 2,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \\ - a_n &= \frac{v^2}{R} \rightarrow R = \frac{v^2}{a_n}; R(1 \text{ s}) = \frac{8,0 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}}{2,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}} = 2,9 \text{ m}\end{aligned}$$

**E****Persecución con MRU**

A una patrulla de policía que circula a $100 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ le comunican por radio que están robando en un polígono industrial que está a 100 m de allí. En ese mismo momento, la patrulla ve salir a dos individuos corriendo a una velocidad de $4,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. ¿A qué distancia los alcanza la policía?

Solución

COMPRENSIÓN. Como la velocidad de la policía es mayor que la de los ladrones, la policía acabará alcanzándolos.

DATOS. $v_p = 100 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 27,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $d = 100 \text{ m}$;
 $v_l = 4,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

RESOLUCIÓN. Se trata de dos MRU. Tomamos como origen de coordenadas la posición de los policías y como origen de tiempo el instante en que ven salir a los ladrones.

Intenta resolver el problema individualmente. Para ello, oculta la respuesta y sigue estos pasos.

Pasos

1. Escribimos la ecuación de la posición para cada uno de los móviles en unidades del SI.
2. Cuando la policía alcanza a los ladrones, coinciden con ellos en posición y tiempo. Por tanto, igualamos las dos ecuaciones para calcular el valor del tiempo.
3. Sustituimos este valor del tiempo en cualquiera de las dos ecuaciones de la posición para hallar dónde son alcanzados los ladrones.

Respuestas

1. Policía: $x_p = x_{op} + v_p (t - t_0) = 27,8 t$

Ladrones: $x_l = x_{ol} + v_l (t - t_0) = 100 + 4,0 t$

igualando las ecuaciones anteriores, resulta:

2. $27,8 t = 100 + 4,0 t \rightarrow t = 4,20 \text{ s}$

3. $x_p = 27,8 t = 27,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot 4,20 \text{ s} = 117 \text{ m}$

Es decir, que se encuentran a 117 m del lugar del robo.

COMPROBACIÓN. El valor del instante de tiempo obtenido es positivo, por lo tanto, tiene sentido y los dos móviles pueden encontrarse. Además, si utilizamos la otra ecuación de movimiento, obtenemos el mismo valor de la posición:

$$x_l = 100 \text{ m} + 4,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot 4,20 \text{ s} = 117 \text{ m}$$

7. Un ciclista entra en el tramo de carretera recto de 12 km que lleva a la meta con una velocidad de $40 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, que mantiene constante. A los 2 min entra en el tramo otro ciclista, de forma que llegan los dos juntos a la meta. ¿A qué velocidad iba este segundo ciclista?

F**Bajar la rampa**

Una pelota resbala sobre una superficie horizontal a $2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ a lo largo de 2 m , hasta alcanzar una rampa de 5 m de longitud por la que desciende en 2 s . Calcula: a. la aceleración con la que baja por la rampa; b. la velocidad al final de la rampa; c. el tiempo total empleado.

Solución

COMPRENSIÓN. Se trata de un movimiento en el plano. Dado que la posición varía con el tiempo en las dos componentes, también habrá dos componentes en la velocidad.

DATOS. $r(t) = 4t_2 i + t_j$, en unidades del SI.

RESOLUCIÓN.

- a. Para calcular la velocidad instantánea, consideramos la posición del barco en un instante, t , y otro muy cercano, $t + \Delta t$.

$$\Delta x_2 = v_0 \Delta t_2 + \frac{1}{2} a (\Delta t_2)^2; \quad a = \frac{2(\Delta x_2 - v_0 \Delta t_2)}{(\Delta t_2)^2}$$

$$a = \frac{2(5 \text{ m} - 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot 2 \text{ s})}{(2 \text{ s})^2} = 0,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

- b. Calculamos la velocidad con que la pelota llega al final de la rampa mediante la ecuación correspondiente del MRUA:

$$v = v_0 + a \Delta t_2 = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} + 0,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot 2 \text{ s} = 3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

- c. Para determinar el tiempo total, necesitamos calcular el tiempo durante el que la pelota se mueve con MRU:

$$\Delta x_1 = v_0 \Delta t_1; \quad \Delta t_1 = \frac{\Delta x_1}{v_0} = \frac{2 \text{ m}}{2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}} = 1 \text{ s}$$

Así, el tiempo total es la suma de los tiempos empleados en recorrer cada tramo:

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = 1 \text{ s} + 2 \text{ s} = 3 \text{ s}$$

COMPROBACIÓN. Las unidades de las distintas magnitudes obtenidas son correctas. Debemos ser rigurosos en los cálculos y la expresión de los resultados obtenidos.

8. Un avión inicia el aterrizaje. Si al tocar el suelo aplica una aceleración de frenado de $20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ y necesita 100 m para detenerse, calcula:
 - a. ¿Con qué velocidad toca pista?
 - b. ¿Qué tiempo necesita para detenerse?
9. Un automóvil recorre 15 km a $80 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Después, reduce su velocidad durante 5 km hasta los $50 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ y se para al cabo de $2,3 \text{ s}$ de alcanzar esta velocidad. Calcula el tiempo total y la distancia total recorrida.

**G****Lanzamiento de una piedra**

Se lanza una piedra horizontalmente desde lo alto de un acantilado a una velocidad de $15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. La piedra cae a tierra a una distancia de 45 m de la base del acantilado. Calculemos: a. la altura del acantilado; b. el ángulo que la trayectoria de la piedra forma con la horizontal en el momento de impactar con el suelo.

Solución

COMPRENSIÓN. Se trata de un lanzamiento horizontal, pues solo hay componente horizontal de la velocidad inicial.

DATOS. $v_{0x} = 15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $v_{0y} = 0$; $x_{\text{máx}} = 45 \text{ m}$; $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

RESOLUCIÓN. a. Calculamos el tiempo que ha tardado la piedra en llegar al suelo, sabiendo que ha recorrido 45 m en la dirección X a velocidad constante (MRU):

$$x = v_{0x} \Delta t \rightarrow \Delta t = \frac{x}{v_{0x}} = \frac{45 \text{ m}}{15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}} = 3,0 \text{ s}$$

Durante este intervalo, la piedra ha recorrido en la dirección Y una distancia igual a la altura del acantilado. Es un MRUA en que la posición final es en el suelo: $y = 0 \text{ m}$ y la inicial es en lo alto del acantilado: y_0 .

$$y = y_0 - \frac{1}{2} g (\Delta t)^2 \rightarrow y_0 = \frac{1}{2} 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot (3,0 \text{ s})^2 = 44 \text{ m}$$

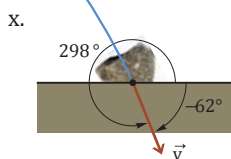
b. Para calcular el ángulo que forma la trayectoria de la piedra en el momento del impacto, calculamos las componentes de la velocidad cuando llega a tierra:

$$\left. \begin{aligned} v_x &= v_{0x} = 15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \\ v_y &= -g \Delta t = -9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot 3,0 \text{ s} = -29 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \end{aligned} \right\}$$

$$\text{tg } \phi = \frac{v_y}{v_x} = \frac{-29 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}} = -1,9; \phi = \text{arc tg } (-1,9) = -62^\circ$$

COMPROBACIÓN. El valor absoluto del ángulo es mayor de 45° ya que, al tocar el suelo, la componente y de la velocidad es mayor que la componente x.

El signo negativo se debe a que la componente v_y es negativa. Equivale a decir que el ángulo al tocar al suelo es: $360^\circ - 62^\circ = 298^\circ$.



■ Fig. 35

10. Desde un acantilado de 100 m de altura se lanza una piedra a una velocidad de $40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ que forma un ángulo respecto de la horizontal de 30° . Calcula: a. la velocidad con que llegará al mar; b. el alcance máximo.

H**Giro de un DVD**

Un DVD empieza a girar desde el reposo. En los primeros 4,0 s aumenta su velocidad angular de manera uniforme y da dieciséis vueltas completas. Calcula las componentes intrínsecas del vector aceleración de un punto situado a una distancia de 5,0 cm del centro 2,0 s después de iniciarse el movimiento.

Solución

COMPRENSIÓN. Por ser un movimiento circular hay aceleración normal. Y como, además, es un MCUA, también hay aceleración tangencial.

DATOS. $\omega_0 = 0 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$; $\Delta t = 4,0 \text{ s}$; $\Delta \phi = 16 \text{ vueltas} = 32\pi \text{ rad}$; $R = 5,0 \text{ cm} = 5,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

RESOLUCIÓN. Hallamos: $a_t = \alpha R$; $a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 \cdot R$.

COMPRENSIÓN. En primer lugar, determinamos la aceleración angular del DVD, sabiendo que su velocidad angular inicial es 0 y que da dieciséis vueltas en 4,0 s:

$$\begin{aligned} \phi &= \phi_0 + \omega_0 \Delta t + \frac{1}{2} \alpha (\Delta t)^2 \rightarrow \Delta \phi = \frac{1}{2} \alpha (\Delta t)^2 \rightarrow \\ \rightarrow \alpha &= \frac{2 \Delta \phi}{(\Delta t)^2} = \frac{64 \pi \text{ rad}}{16 \text{ s}^2} = 4,0 \pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2} \end{aligned}$$

Por lo tanto, el módulo de la aceleración tangencial es:

$$\begin{aligned} a_t &= \alpha R = 4,0 \pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2} \cdot 5,0 \cdot 10^{-2} \text{ m} = \\ &= 20\pi \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = 0,63 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \end{aligned}$$

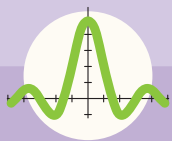
Para calcular la aceleración normal, necesitamos primero hallar la velocidad angular para $\Delta t = 2,0 \text{ s}$:

$$\omega = \omega_0 + \alpha \Delta t = 4,0 \pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2} \cdot 2,0 \text{ s} = 8,0 \pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

Y el módulo de la aceleración normal es:

$$a_n = \omega^2 R = (8,0 \pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1})^2 \cdot 5,0 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 32 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

11. Cada ciclo del centrifugado de una lavadora dura 4,0 min. Durante los primeros 30 s el tambor acelera hasta llegar a las 800 r. p. m., velocidad que mantiene constante hasta que desacelera en los últimos 30 s para pararse. Calcula el número de vueltas total que ha dado el tambor en los cuatro minutos.
12. Un DVD, cuyo diámetro es de 12 cm, gira a 500 r. p. m. y tarda 3,0 s en pararse. Calcula: a. la aceleración angular; b. el número de vueltas completas que da antes de pararse; c. la aceleración normal y tangencial de un punto de la periferia cuando $t = 0 \text{ s}$.



Ejercicios y problemas

1 Movimiento y sistemas de referencia

1. Si estás en el interior de un autobús, ¿cómo puedes saber si está en movimiento o no?
2. Un pasajero de un auto sostiene un péndulo que hace oscilar. El auto va a velocidad constante en línea recta. ¿Cómo describiría el movimiento del péndulo un observador fuera del auto? ¿Y el pasajero del auto?
3. Justifica cuáles de los sistemas de referencia fijos en los siguientes cuerpos son inerciales: a. un ciclista que toma una curva a velocidad constante; b. un avión que circula en línea recta a $300 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$; c. el mismo avión en reposo en el aeropuerto; d. las escaleras automáticas de un centro comercial; e. una atracción de caída libre de un parque temático; f. un transbordador espacial durante su lanzamiento; g. un carrusel que da vueltas.
4. En una escena de la película *Ágora*, de A. Amenábar, se suelta un saco lleno de tierra desde lo alto del mástil de un barco. El barco navega en línea recta y a una velocidad constante con respecto al puerto. Razona dónde quedará el saco cuando alcance la cubierta: unos metros delante del mástil o unos metros detrás de él.
5. ¿Se puede diseñar algún experimento físico que permita distinguir si un sistema de referencia inercial está en movimiento o en reposo? Justifica tu respuesta.

2 Trayectoria, posición y desplazamiento

6. Una canica se mueve sobre una superficie plana. La expresión del vector posición en función del tiempo es: $\mathbf{r} = (2t + 2)\mathbf{i} + (4t^4 - 3t^2)\mathbf{j}$, en unidades del SI. Halla:
 - a. La posición en los instantes $t = 0 \text{ s}$ y $t = 2 \text{ s}$.
 - b. El vector desplazamiento entre estos instantes.
7. Una hormiga que está en la posición $(5, 0)$ se mueve a la posición $(2, 2)$. Calcula la diferencia entre el vector de posición final y el inicial.

—¿Cómo se llama esta diferencia? ¿En qué caso puede coincidir el espacio recorrido con el módulo de la diferencia anteriormente calculada?

8. Un niño camina por la acera siguiendo un movimiento rectilíneo.

La ecuación del movimiento viene expresada por la ecuación $x = -6 + 2t$, en el SI.

- a. ¿Dónde se encuentra inicialmente?
 - b. ¿En qué dirección se mueve y hacia dónde se dirige?
 - c. ¿Cuál es la posición del niño a los 5 segundos?
 - d. ¿Qué distancia ha recorrido en 5 segundos?
9. Una nadadora intenta cruzar la piscina. Las ecuaciones paramétricas que determinan su trayectoria son $x = 4t + 2$, $y = 3t$, en unidades del SI. Determina:
 - a. El vector de posición en $t = 0 \text{ s}$ y en $t = 5 \text{ s}$.
 - b. La distancia al origen para $t = 5 \text{ s}$.
 - c. El vector desplazamiento entre los instantes $t = 0 \text{ s}$ y $t = 5 \text{ s}$, y su módulo.
 - d. La ecuación de la trayectoria en unidades del SI. Dibújala de forma aproximada.
 10. Respecto a un sistema de referencia, el movimiento de una pelota viene determinado por la ecuación $\mathbf{r} = 2t\mathbf{i} + (3t^2 + 2)\mathbf{j}$, en unidades del SI. Determina:
 - a. El vector de posición inicial.
 - b. La posición en el instante $t = 3 \text{ s}$.
 - c. La ecuación de la trayectoria.
 - d. El vector desplazamiento que corresponde al intervalo transcurrido entre el instante inicial y $t = 3 \text{ s}$, así como su módulo. ¿Es esa la distancia recorrida realmente por el objeto?
 11. Un excursionista parte de un punto A y recorre hacia el oeste 300 m, después gira hacia el Norte y camina 400 m, para finalmente volver al punto de partida por el camino más corto. ¿Cuál ha sido su desplazamiento? ¿Qué distancia ha recorrido?

3 Velocidad

12. Un auto que circula por la autopista recorre 100 km en 60 min a velocidad constante. ¿A qué velocidad iba en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$?

13. Un auto viaja con una velocidad media de $90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Calcula su velocidad media en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

14. Un automóvil hace el recorrido que une las poblaciones de Arriba, Enmedio y Abajo:

- De Arriba a Enmedio, tarda 2 h a $50 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.
- De Enmedio a Abajo, tarda 1 h a $80 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

—Calcula la velocidad media en el recorrido total.

15. Explica mediante ejemplos la diferencia entre *velocidad media* y *velocidad instantánea*.

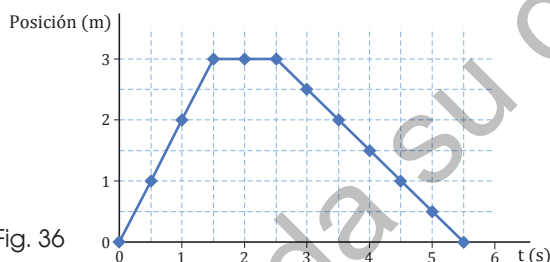
16. Esta tabla muestra la distancia recorrida en una carrera de caballos por el caballo ganador en diferentes intervalos:

t (s)	0,0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0
s (m)	0,0	3,0	12,0	27,0	45,0	75,0

■ Tabla 7

—Calcula la velocidad media en los intervalos:
a. de 1 s a 3 s; b. de 2 s a 5 s.

17. La siguiente gráfica muestra la posición de un juguete de cuerda en diferentes instantes:



■ Fig. 36

—Calcula el módulo de la velocidad media y la rapidez media entre los instantes: a. $t = 2 \text{ s}$ y $t = 5 \text{ s}$; b. final e inicial del recorrido.

18. Una persona sale de su casa y se dirige a la panadería más cercana, que se encuentra en línea recta a 200 m. Avanza a una velocidad constante de $1,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Permanece en la tienda 2,0 min y regresa a su casa a una velocidad de $1,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Calcula su velocidad media, el desplazamiento y la longitud que ha recorrido. Elabora una gráfica velocidad - tiempo.

19. En grupos de seis, realicen la siguiente experiencia:

- En el patio, sobre una distancia en línea recta de 50 m, **coloquen** puestos de control cada 10 m.
- Uno de ustedes correrá los 50 m, mientras los demás cronometrarán el tiempo de paso por cada control.

c. Elabora una tabla de datos y la gráfica $x - t$.

d. Calcula la velocidad media en cada tramo y la velocidad media del total del recorrido.

e. Redacta un informe del proceso y las conclusiones.

20. Un auto de juguete se mueve sobre un rail recto. La ecuación de la trayectoria es $r = (2t - 1)\mathbf{i}$, en unidades del SI. Representa gráficamente su posición en función del tiempo, y calcula su velocidad media y su velocidad instantánea.

21. El vector de posición de una atracción que consiste en someter a las personas a una gran aceleración lineal es $r(t) = 6t^2\mathbf{i}$. Calcula: a. el vector velocidad media entre $t = 1 \text{ s}$ y $t = 4 \text{ s}$; b. el vector velocidad instantánea en $t = 1 \text{ s}$.

22. Las ecuaciones paramétricas del movimiento de un peatón con prisa son $x = 2t - 2$, $y = t$, en unidades del SI. Calcula: a. el vector posición; b. el vector velocidad media entre $t = 1 \text{ s}$ y $t = 3 \text{ s}$; c. el vector velocidad instantánea en $t = 2 \text{ s}$.

23. Una nave espacial evoluciona según las siguientes ecuaciones: $x(t) = 3t^2 - 1$, $y(t) = t^2$. Calcula: a. la ecuación de la trayectoria; b. la velocidad media entre $t_1 = 1 \text{ s}$ y $t_2 = 3 \text{ s}$; c. la velocidad instantánea y su módulo en un instante cualquiera.

4 Aceleración

24. Un tren que se desplaza sobre un tramo rectilíneo de vía aumenta su velocidad de $16 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ a $28 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ en 3 segundos. Halla el módulo de su aceleración media.

25. Una partícula se mueve a lo largo de una curva, de forma que las componentes cartesianas de la velocidad son $v_x = t^2$; $v_y = t^2 - 4t$, en unidades del SI. Halla la aceleración en función del tiempo y calcula su módulo en $t = 1,0 \text{ s}$.

26. ¿Por qué en un movimiento rectilíneo la aceleración tangencial coincide con la aceleración instantánea?

27. Una canica se mueve en un plano con aceleración constante. ¿Puede variar la dirección de su velocidad?

28. Una motocicleta sigue una trayectoria rectilínea. La gráfica de la figura 37 muestra la variación del módulo de la velocidad en función del tiempo. Calcula el módulo de la aceleración media entre estos instantes: a. $t = 0 \text{ s}$ y $t = 2 \text{ s}$; b. $t = 4 \text{ s}$ y $t = 8 \text{ s}$.

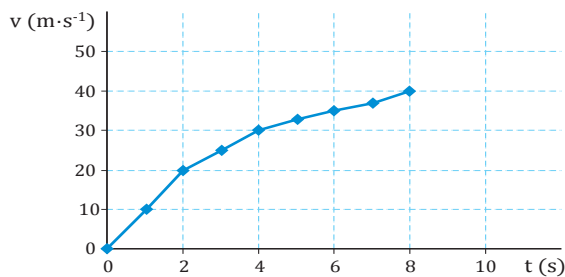


Fig. 37

29. ¿Es posible que en un cierto instante un móvil tenga velocidad nula, pero aceleración diferente de cero? Si tu respuesta es negativa, razónalo. Si tu respuesta es afirmativa, pon un ejemplo.
30. En un partido de tenis, la pelota que devuelve uno de los jugadores se mueve de modo que el vector posición depende del tiempo, según $\vec{r} = (4 - t)\vec{i} + (t^2 + 2t)\vec{j}$. Calcula la aceleración para $t = 1$ s.
31. Dada la trayectoria $s = 15t^3$, ¿es constante la aceleración?
32. La ecuación del movimiento de un búfalo viene dada por $\vec{r} = 5t^3\vec{i} + 10t^2\vec{j}$. Razona si se trata de un movimiento con velocidad constante, o bien es uniformemente acelerado. ¿Es rectilíneo? ¿Por qué?
33. Una bola de billar cae por una rampa que acaba en un *looping* de radio 2,0 m. Calcula el módulo de la aceleración total en un punto del *looping* en el que lleva una velocidad constante de 12,0 m · s⁻¹.
34. Un ciclista describe una curva de 30 m de radio a velocidad constante de 15 m · s⁻¹. Halla su aceleración.
35. Un tren que parte del reposo va por una vía circular de radio 300 m. Se desplaza con movimiento circular uniformemente acelerado hasta que a los 23 s de iniciada su marcha alcanza una velocidad de 36 km · h⁻¹, que mantiene constante a partir de ese momento. Calcula su aceleración tangencial y normal en: a. $t = 23$ s; b. $t = 30$ s.
36. Una partícula se mueve a lo largo de una circunferencia de 30 m de radio, y la longitud que recorre sobre ella viene dada por $s = 10t^3 + 5$, en unidades del SI. Calcula su aceleración centrípeta en el instante $t = 2$ s.

37. La ecuación del movimiento de un nuevo prototipo de avión durante unas pruebas es $\vec{r} = 5t^3\vec{i} + 50t^2\vec{j}$. ¿Se trata de un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, es decir, un movimiento en línea recta con una aceleración de módulo constante? Demuéstralo.

5 Movimiento rectilíneo uniforme (MRU)

38. Calcula la distancia que hay de nuestro planeta al Sol, sabiendo que la luz del Sol tarda 8,0 min en llegar y que la velocidad de la luz es de 3,0 · 10⁸ m · s⁻¹.
39. Se ha producido un relámpago a 5,25 km de un observador. Si la velocidad del sonido es de 340 m · s⁻¹ y la de la luz es de 300 000 km · s⁻¹, ¿con qué diferencia de tiempo percibe el observador la luz y el trueno?
40. De los dos movimientos representados en la gráfica, ¿cuál de ellos tiene mayor velocidad? ¿Por qué?

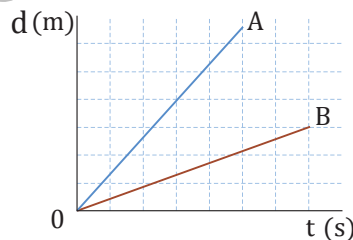
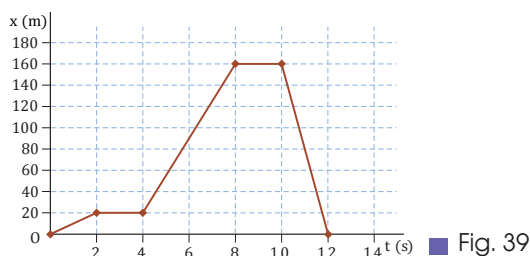


Fig. 38

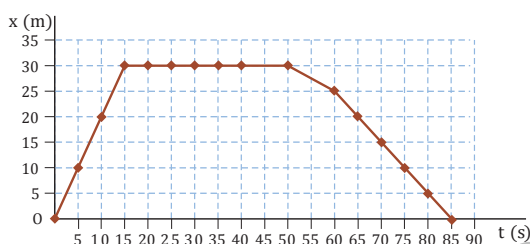
41. Un ciclista circula por una carretera en línea recta con una velocidad media de 1100 cm · s⁻¹ durante 8,0 s, y luego con una velocidad media de 450 cm · s⁻¹ durante 7,0 s en el mismo sentido. Determina:
 - a. el desplazamiento total.
 - b. la velocidad media del viaje completo.
42. Un vehículo se incorpora a una carretera a una velocidad de 90 km · h⁻¹, que mantiene durante 7,0 min hasta que ve una señal de limitación de 80 km · h⁻¹. Entonces, reduce inmediatamente su velocidad al valor indicado y la mantiene hasta su destino, situado a 15 km del punto en que se incorporó a la carretera. Calcula cuánto ha tardado en recorrer los 15 km en línea recta.
43. En una etapa de 200 km de una vuelta ciclista se han registrado, en un punto que dista 50 km del inicio, las velocidades de los dos primeros clasificados. El segundo pasó a una velocidad constante de 50 km · h⁻¹ y 2,0 min, después pasó el que finalmente sería el primer clasificado, a

una velocidad constante de $55 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Halla:
a. con qué diferencia de tiempo llegan a la meta.
b. Qué distancia les separa cuando el primer clasificado cruza la meta.

44. Observa la siguiente gráfica del movimiento de un tren y calcula la velocidad en cada tramo:



45. Una mujer sale a dar su paseo diario, cuya gráfica $x - t$ se muestra a continuación. Calcula la velocidad en cada tramo.



46. Un estudiante que se dirige al colegio sale de casa y recorre en línea recta 100 m en 4,0 min. Después gira a la derecha y recorre en línea recta 200 m en 8,0 min. Luego acorta camino girando a la izquierda para recorrer 50 m en línea recta en 1,0 min. Calcula las diferentes velocidades de cada tramo y representa gráficamente $x - t$.

6 Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA)

47. Un avión despeg a una velocidad de $360 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Sabiendo que ha partido del reposo y ha acelerado a razón de $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, calcula:
a. el tiempo que ha empleado.
b. la distancia recorrida antes de ascender.
48. Una motorista que circula a $180 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ frena con una aceleración constante de $2,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Halla: a. el tiempo que tarda en detenerse; b. la distancia recorrida hasta pararse.
49. Representa la gráfica $v - t$ de una persona cuya velocidad de paseo aumenta, a partir del reposo, a razón de $0,25 \text{ m}$ por segundo cada segundo durante 5 min.

50. Desde lo alto de un árbol de 3,0 m de altura dejamos caer una manzana. Determina la velocidad con la que llega al suelo y el tiempo que tarda.

51. Un guepardo intenta cazar a su presa. Cuando este corre a $50 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ con una aceleración de $3,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, la presa, que está a 100 m, empieza a correr con una aceleración de $2,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. ¿A qué distancia el guepardo caza a su presa? ¿Qué velocidad llevan en ese momento cada uno de ellos?

52. Una conductora que circula a $80 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ decide adelantar a un auto y lo hace con una aceleración de $4,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Durante el adelantamiento, recorre 150 m. Calcula:

- a. El tiempo que dura el adelantamiento;
b. La velocidad de la conductora después de adelantar.

53. En una carrera de galgos, uno de ellos recorre la primera vuelta a una velocidad constante de $60 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Justo cuando pasa por la línea de meta ve, a 2,0 km delante de él, una liebre que va a una velocidad constante de $80 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. En este preciso instante, el galgo acelera a $2,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. ¿Conseguirá el galgo atrapar a la liebre en un tramo recto de 5,0 km? En caso afirmativo, ¿a qué distancia con respecto a la meta la alcanzará?

54. Un tren sale de la estación a $20 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ y acelera a $4,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ durante 5,0 s. A continuación, mantiene la velocidad durante 10,0 s. Finalmente, frena con una aceleración constante y se para en 2,0 s. Dibuja el gráfico $v - t$.

55. Un corredor aficionado se inscribe en una carrera en su lugar de residencia. Sus marcas registradas son:

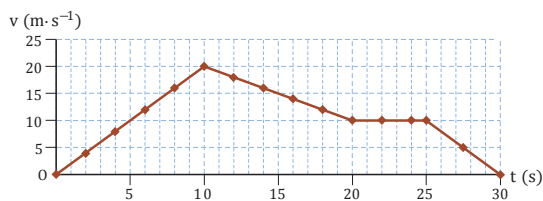
x(km)	0,0	0,5	1,0	1,5	2,0	3,0	3,5	4,0
t (s)	0	122	237	361	480	718	843	959

■ Tabla 8

Representa las gráficas $x-t$ y $v-t$.

56. Un camión que circula a $100 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ encuentra una pendiente del 7%. A partir de allí, las señales de tráfico le indican a qué velocidad puede ir. A 2,0 km de iniciar la pendiente debe haber reducido la velocidad un 30%. Después, durante 3,0 km debe variar uniformemente su velocidad hasta el valor $50 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. A continuación, debe aumentar su velocidad durante 5,0 km hasta los $100 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Calcula la aceleración en cada tramo y representa la gráfica $v-t$.

57. A partir de la siguiente gráfica v-t, calcula el espacio total recorrido:



■ Fig. 41.

58. Se deja caer una bola de plastilina desde lo alto de un rascacielos. Calcula:

- La distancia recorrida en 3,0 s.
- La velocidad una vez recorridos 150 m.
- El tiempo necesario para alcanzar una velocidad de $25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.
- El tiempo necesario para recorrer 300 m desde que cae.

59. Desde un puente lanzamos una piedra verticalmente hacia abajo con una velocidad de $8,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Si la piedra tarda 3,0 s en llegar al agua, determina:

- La velocidad con que llega al agua;
- La altura del puente.

60. Lanzamos hacia arriba, desde una altura de 0,50 m, una moneda al aire con una velocidad de $2,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. ¿A qué velocidad toca el suelo? ¿Qué altura llega a alcanzar la moneda?

61. Un niño deja caer una piedra desde lo alto de un árbol a 4,0 m del suelo. Simultáneamente, otro niño lanza una piedra desde el suelo hacia arriba con una velocidad de $6,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. ¿A qué distancia del suelo coinciden las dos piedras en sus respectivas trayectorias?

62. Desde un balcón situado a 15 m de altura se dejan caer unas llaves. A la vez, la persona que las va a recibir lanza hacia arriba a $12 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ un monedero. Calcula en qué momento se encuentran los dos objetos.

63. A una niña se le cae una pelota desde el quinto piso, a 15 m del suelo. El vecino del tercero, a 9,0 m del suelo, la ve pasar. Calcula:

- El tiempo que tarda la pelota en llegar al suelo.
- Su velocidad al pasar por el tercer piso.

64. Un cazador y su perro emprenden el camino a un refugio situado a 9,0 km de distancia. El cazador avanza a $4,0 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ y el perro a $8,0 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. El perro llega antes al refugio y da la vuelta para regresar hacia su amo. ¿Dónde se encuentran por primera vez? A continuación, el perro repite constantemente el viaje de ir al refugio y volver a buscar al amo, hasta que por fin ambos llegan al refugio. Calcula la distancia total recorrida por el perro.

65. Carmen deja caer una moneda a un pozo y escucha el sonido del agua 2,5 s después de iniciarse la caída. Halla:

- la profundidad del pozo,
- la velocidad con que llega la moneda al agua. (Dato: $v_{\text{sonido}} = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$)

66. Una grúa eleva una carga a una velocidad constante de $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Cuando la carga está a 5,0 m sobre el suelo, se rompe el cable y esta queda libre. Halla:

- La altura hasta la que sigue subiendo la carga.
- El tiempo que tarda en llegar al suelo desde que se rompe el cable.

7 Composición de movimientos

67. Un auto que circula a $60 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ adelanta a otro que va a $45 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. ¿Cuál es la velocidad del primero respecto del segundo?

68. En una carrera, un ciclista recorre un tramo de bajada donde el viento le viene de frente a $19 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Si la velocidad de pedaleo del ciclista es de $60 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, ¿qué distancia recorre en 1150 s?

69. Escribe las ecuaciones del movimiento y la velocidad de un hombre bala que es disparado con un ángulo de 30° y una velocidad inicial de $6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, si la boca del cañón se encuentra a 50 cm de altura.

70. Una persona tarda 90 s en subir por una escalera mecánica parada por avería. Cuando la escalera funciona, tarda 60 s en hacer su recorrido. Calcula cuánto tardaría la persona en subir caminando por la escalera en marcha.

71. Un pasajero corre a $4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ por unas escaleras mecánicas que se mueven a $3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. ¿A qué velocidad lo ve moverse otro pasajero parado en otras escaleras que se mueven a la misma velocidad pero en sentido opuesto?

72. Un oso intenta cruzar un río de 300 m de ancho a una velocidad de $3,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ perpendicular a la corriente del río, que es de $2,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Calcula:
- La velocidad del oso con respecto a un sistema de referencia fijo en la orilla.
 - El tiempo que tarda en atravesar el río.
 - La distancia recorrida por el oso con respecto a un sistema de referencia fijo en la orilla.

73. El trampolín de esquí de Bergisel, en Innsbruck, tiene una longitud aproximada de 91 m y una pendiente de 35° . Un saltador adquiere una velocidad de salida del trampolín de $33 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, con solo componente horizontal no nula. Para tener un alcance máximo de 50 m, ¿a qué altura del suelo debe encontrarse la cima del trampolín? ¿Con qué velocidad se aterriza?

74. Un esquiador de la modalidad de salto desciende por una rampa, que supondremos un plano inclinado que forma 13° con la horizontal y de 50 m de longitud, en un tiempo de 6,7 s. El extremo inferior de la rampa se encuentra a 14 m sobre el suelo horizontal. Suponiendo que parte del reposo, calcula:
- La velocidad que tendrá al abandonar la rampa.
 - La distancia horizontal que recorrerá en el aire antes de llegar al suelo.

75. Se dispara un proyectil con una velocidad de $300 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ y una inclinación de 60° con respecto a la horizontal. Halla:
- La velocidad del proyectil en el punto más alto de su trayectoria;
 - El ángulo entre la velocidad y la aceleración 6,0 s tras el lanzamiento;
 - El módulo de la velocidad cuando está a 400 m de altura.

76. Una pelota de béisbol se lanza desde la tercera base a la primera base, que se encuentran a una distancia de 38,7 m, y se recibe al cabo de 2,0 s a la misma altura a la que fue lanzada. Calcula:
- La velocidad y el ángulo con los que salió lanzada la pelota.
 - La altura a la que llegó en el punto más alto de su trayectoria, medida con respecto al punto de lanzamiento.

77. Se lanza una piedra desde un acantilado con un ángulo de 37° respecto a la horizontal. El acantilado tiene una altura de 30,5 m sobre el nivel del mar y la piedra alcanza el agua a 61 m medidos horizontalmente desde el acantilado.

Halla:

- El tiempo que tarda la piedra en caer al mar.
- La altura máxima alcanzada.

78. Dos carreteras, situadas en planos horizontales, se cruzan formando un ángulo de 90° por medio de un puente, cuya altura (distancia vertical entre carreteras) es de 11 m. Por la carretera superior circula un vehículo a $4,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ y por la inferior, otro a $3,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Cuando el primero se encuentra en el centro del puente, el otro está situado justo debajo de él. Calcula:
- La distancia entre los dos vehículos a los 12 s de haberse separado.
 - La velocidad relativa a los 12 s de haberse cruzado.
 - El valor de la aceleración relativa en este instante.

8

Movimiento circular

79. Un yoyo tarda 3 s en bajar. Si parte del reposo y da tres vueltas por segundo, calcula:
- Su velocidad angular.
 - El número de vueltas que da mientras baja.
80. La acción de un freno es capaz de detener un automóvil cuyas ruedas giran a 300 r. p. m. en 10 s. Halla la aceleración angular de las ruedas.
81. Un auto entra en una curva de radio 250 m a una velocidad de $60 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Calcula:
- La velocidad angular.
 - La aceleración normal.
82. La Estación Espacial Internacional (ISS) se encontraba en junio de 2012 a 400 km de la superficie terrestre, dando una vuelta en su órbita cada 91 min. Calcula: a. Las vueltas que daba en un día; b. La velocidad lineal a la que orbitaba. (Dato: $R_T = 6,37 \cdot 10^3 \text{ km}$)
83. Una rueda que gira a 300 r. p. m. comienza a frenar con una aceleración constante de $2,0 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2}$. Determina:
- El tiempo que tarda en pararse.
 - Las vueltas que da hasta detenerse.
 - La distancia lineal recorrida por un punto que dista 20 cm del centro de la rueda.
84. Un disco de 15 cm de radio, inicialmente en reposo, acelera uniformemente hasta alcanzar una velocidad angular de $5 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ en 1 min. Calcula:
- La aceleración angular.
 - La velocidad lineal de un punto de la periferia a los 25 s de iniciarse el movimiento.
 - La aceleración tangencial.

85. El radio terrestre es de $6,37 \cdot 10^3$ km. Calcula la velocidad a la que se está moviendo una persona parada en el ecuador con respecto de un observador situado en el espacio (no se tiene en cuenta la traslación). ¿Cuál es su velocidad angular y su aceleración centrípeta?
86. Un CD describe una circunferencia de 6,0 cm de radio, y aumenta su velocidad de una forma constante. Partiendo del reposo, en un tiempo de 5,0 s su borde exterior ha alcanzado una velocidad de $1,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Determina el vector aceleración total.

9 Algo más

87. Un móvil se mueve sobre el eje OX de tal manera que su posición viene dada por $x = a + bt + ct^2$, donde $a = 2,25 \text{ m}$, $b = 4,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ y $c = -1,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.
- ¿En qué instante está parado?
 - ¿Cuándo pasa por el origen?
 - ¿Cuál es el alejamiento máximo del origen en el sentido positivo?
88. Hay distintos aspectos que debemos tener presentes para poder evitar los accidentes de circulación. Define qué entiendes por: *distancia de parada*, *distancia de reacción* y *distancia de frenado*.
- Consulta en Internet el significado de estos mismos conceptos y responde:
- ¿Cómo relacionas esta información con lo que tú conocías?
 - Expresa situaciones en las que estos conceptos son importantes y cómo están relacionados entre sí.
 - ¿Qué no te ha quedado claro? ¿Qué te preguntas a partir de ahora?
- Consulta también los valores máximos de velocidad permitida para los autos en las distintas vías de circulación. ¿Son velocidades medias o instantáneas? ¿Por qué se imponen?
89. En un laboratorio, se estudia el movimiento de una partícula subatómica, que viene determinado por la ecuación $x(t) = 2t^3 - t + 4$, en unidades del SI. Con la ayuda de una hoja de cálculo, estudia la trayectoria de esta partícula, así como su velocidad y su aceleración. Para ello, utiliza valores de Δt cada vez menores.
90. El vector posición que describe el movimiento de un pez bajo el agua viene dado por $\mathbf{r} = 2t^2 \mathbf{i} - (t - 4)\mathbf{j}$, en unidades del SI. Calcula:
- La velocidad media entre los 2 s y los 4 s.
 - La velocidad instantánea.
 - La aceleración a los tres segundos.
 - El módulo de la aceleración tangencial.
91. Romeo se halla en la orilla de un río y justo enfrente, en la otra orilla, hay una torre en la que se encuentra Julieta asomada a una ventana. Romeo intenta cruzar el río en piragua perpendicularmente con una velocidad de $3,0 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, pero alcanza la otra orilla a 600 m de la torre. Mientras él está remando, desde el alféizar de la ventana, a una altura de 2,0 m, Julieta deja rodar una medalla para su amado. La medalla cae de modo que a los 0,50 s está separada 0,20 m de la fachada de la torre. Calcula:
- La velocidad de la corriente del río si este tiene una anchura de 200 m.
 - La velocidad de la medalla al caer del alféizar.
 - La distancia de la medalla cuando llega al suelo con respecto de la base de la torre.
 - La altura de la medalla a los 0,50 s de iniciar su caída.
92. En pequeños grupos observen la experiencia que se muestra en: <http://goo.gl/7NnWMF>.
- Diseñen una experiencia de laboratorio similar, en aplicación del método científico, que ponga de manifiesto que el tiempo de caída de un objeto es el mismo en el tiro horizontal que en la caída libre.
 - Llévenla a la práctica de forma autónoma.
 - Pongan por escrito las conclusiones relacionando el resultado con el principio de superposición.
93. Entra en <https://goo.gl/VsC0lR> y prueba a cambiar entre coordenadas polares y cartesianas. Reflexiona:
- ¿Qué ventajas ves al usar coordenadas polares?
 - En el estudio de un movimiento en el plano, ¿son siempre más útiles las coordenadas polares?
 - ¿Y si es un movimiento en una dimensión?
- Organicen un coloquio en clase sobre la conveniencia de utilizar unas coordenadas u otras a partir de ejemplos concretos.

REPRESENTACIÓN DE LA TRAYECTORIA EN EL MOVIMIENTO PARABÓLICO

Un móvil lanzado con una cierta velocidad inicial no vertical y sobre el que solo actúa la fuerza de la gravedad describe un movimiento parabólico.

$$x = v_0 t$$

$$y = \frac{1}{2} g t^2$$

Si, además, la velocidad inicial tiene solo componente horizontal, hablamos de lanzamiento horizontal.

Las ecuaciones del lanzamiento horizontal son:

$$\frac{y}{x^2} = \frac{g}{2 v_0^2} = \text{constante}$$

Objetivo de la práctica

Comprobaremos que un objeto que se pone en movimiento mediante un lanzamiento horizontal describe una trayectoria parabólica.

Para hacerlo interceptaremos el móvil en diferentes puntos de su trayectoria y representaremos las gráficas $y-x$ e $y-x^2$.

A partir de la representación gráfica calcularemos la velocidad inicial del lanzamiento horizontal.

MATERIALES:

- un carril metálico doblado en ángulo de 165° o dos carriles unidos
- una bola
- papel carbón
- soporte de hierro provisto de nuez y pinza
- plataforma graduable en altura
- cinta métrica

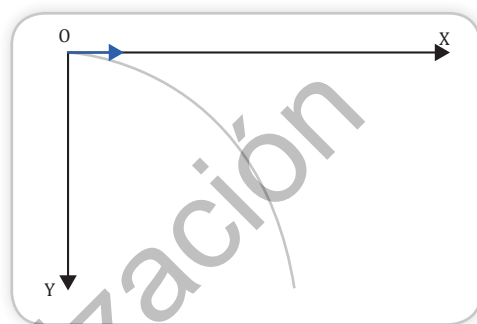
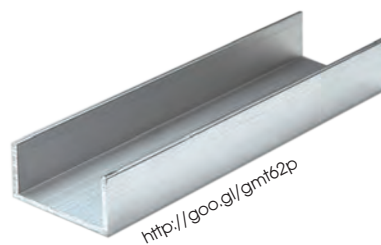


Fig. 42



<http://goo.gl/gmt62p>



<http://goo.gl/gmt62p>



<http://goo.gl/juuv5s>

PROCESOS:

1. **Fija** el carril a la pinza del soporte, el cual tendrás que colocar sobre la mesa de trabajo. **Ajusta** la altura de la pinza de manera que un tramo del carril esté inclinado unos 15° y el otro se apoye horizontalmente sobre la mesa y sobresalga unos milímetros.
2. **Coloca** la plataforma y el soporte para graduar su altura bajo la mesa de trabajo, junto al extremo por el que saldrá la bola. **Marca** en la plataforma el origen del eje X. Una vez lo hayas hecho, ni la mesa ni la plataforma se deberán desplazar horizontalmente en toda la experiencia.
3. **Sitúa** la plataforma a la altura más baja posible.
4. **Efectúa** un lanzamiento de prueba desde el extremo superior del carril para comprobar que la bola cae encima.
5. **Adhiere** a la plataforma una hoja en blanco y, encima de ella, otra de papel carbón.
6. **Repite** el lanzamiento.
7. **Mide** las coordenadas x e y del punto de impacto y **anótalas** en la tabla 1.

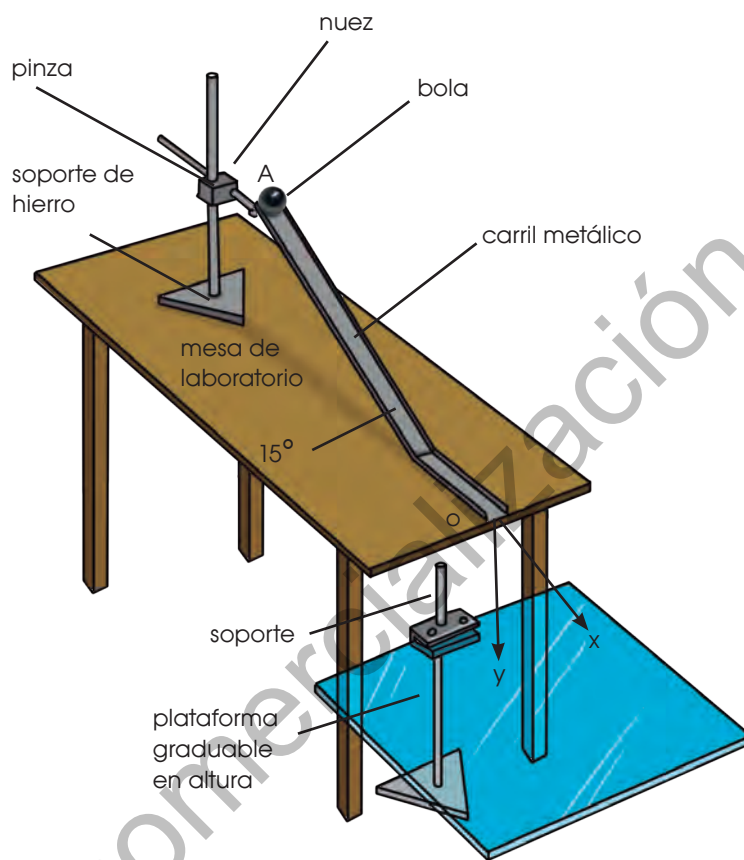


Fig. 43

CUESTIONES:

Ten en cuenta que todos los lanzamientos los tienes que hacer desde el extremo superior del carril (punto A) y soltando la bola sin empujarla.

- a. **Sube** la plataforma unos centímetros y **repite** el paso anterior para obtener un nuevo punto de impacto. **Anótalo** en la tabla 1.
- b. Has de obtener diferentes puntos de impacto desplazando la plataforma hacia arriba. En total has de tener unos quince puntos anotados en la tabla 1.

Nota: Si no dispones de plataforma puedes ir colocando sucesivamente cajas o cajones iguales superpuestos.



SENTIDO CRÍTICO

El movimiento de la Tierra: una composición de movimientos

¿Sabrías decir cuántos y cuáles son los movimientos principales de la Tierra? La mayoría de los movimientos que conocemos no son puros: resultan de la composición de varios tipos de movimientos simples que dan lugar a otros que pueden ser muy complejos.

Este es el caso de la Tierra. En una primera aproximación se puede decir, con bastante precisión, que su movimiento consiste en la composición de dos: la traslación alrededor del Sol (en una trayectoria elíptica en uno de cuyos focos se encuentra el Sol) y la rotación sobre sí misma. Sin embargo, el movimiento real es más complejo: hay que tener en cuenta algunos movimientos más que se superponen con los anteriores.

Para comprenderlo mejor, **mira** el siguiente video, en el que se observa cómo baila una peonza: <http://links.edebe.com/q8c8>. La figura muestra de forma esquemática los movimientos que realiza esta.

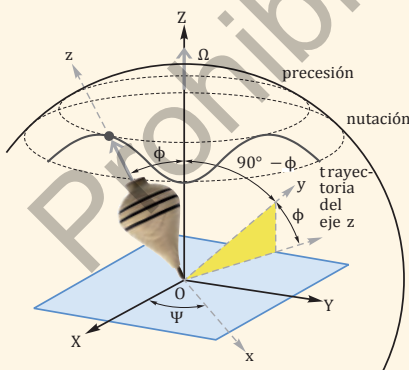


Fig. 44

Pues bien, la Tierra está animada de estos mismos movimientos y de alguno más.

La precesión es el cambio, lento y gradual, en la orientación del eje de rotación de la Tierra. Se denomina

precesión de los equinoccios. La inclinación del eje terrestre varía de 23° a 27° , ya que depende (entre otras causas) de los terremotos, que pueden modificarla.

Debido a lo anterior, la duración de una vuelta completa de precesión nunca es exacta. Se ha estimado que se encuentra entre 25 700 y 25 900 años.

La precesión se complica añadiendo un cuarto movimiento: la nutación.

Consiste en la oscilación periódica del polo de la Tierra alrededor de su posición media en la esfera celeste. Esta oscilación es similar a la observada en una peonza cuando pierde fuerza y está a punto de caerse. La Tierra se desplaza unos nueve segun-

dos de arco cada 18,6 años: en una vuelta completa de precesión, la Tierra realiza 1385 bucles.

Finalmente, el quinto movimiento: el bamboleo de Chandler. Se trata de una pequeña oscilación del eje de rotación de la Tierra que añade 0,7 segundos de arco en un período de 433 días a la precesión de los equinoccios. Fue descubierto por el astrónomo norteamericano Seth Carlo Chandler en 1891.

—**Investiga** el origen físico de cada uno de los movimientos de los que se compone el movimiento de la Tierra: traslación, rotación, precesión, nutación... **Elabora** un pequeño informe.

NOTICIAS

Movimiento parabólico para confinar neutrones en una botella

Grupos de investigación y grandes instalaciones científicas dedican parte de sus recursos humanos, materiales y económicos al estudio de las propiedades fundamentales de las partículas, por ejemplo, de los neutrones. Una propiedad muy importante de los neutrones es su vida media. Lo es, por muchas razones: de producción, para aplicaciones científicas y médicas, por ejemplo, de contaminación, etc. Y una de las técnicas más utilizadas para su estudio es el confinamiento de neutrones en una botella: sí, sí, en una botella. Los neutrones ultrafríos (Ultra Cold Neutrons, UCN), con longitudes de onda de aproximadamente $1000 \text{ \AA}$, poseen propiedades únicas. Entre otras, son reflejados en las superficies de prácticamente cualquier tipo de material, casi independientemente del ángulo de incidencia.

Esto hace que sea posible confinarlos, almacenarlos en «botellas de neutrones» (trampas), para poder observar algunas de sus propiedades físicas. Para ello se producen, se preparan (se «ultraenfrian» para que tengan poca energía cinética), se lanzan a lo largo de una guía de neutrones y, por fin, se confinan en la botella.

El lanzamiento se hace mediante un movimiento parabólico: salen de la fase de preparación con una veloci-

dad constante y con un cierto ángulo respecto a la horizontal, sufriendo la «gravedad» a pesar de su pequeña masa.

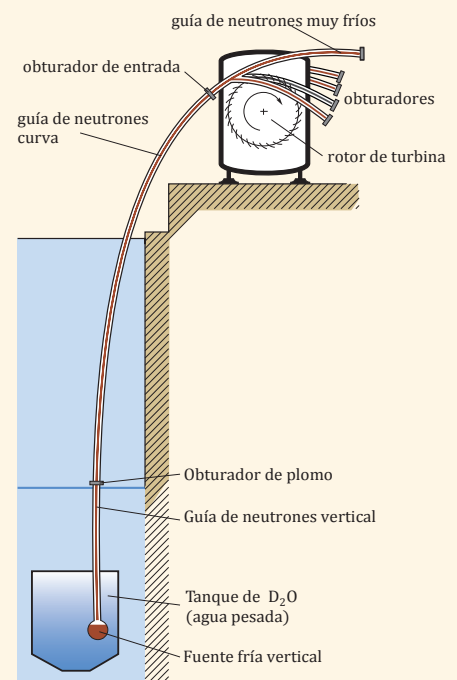


Fig. 45

Esquema del dispositivo utilizado en el ILL (Institute Laue-Langevin, Grenoble, Francia, <http://www.ill.eu/>) para el confinamiento de neutrones



Movimiento en una y dos dimensiones

MRU

- Trayectoria recta
- $v = \text{cte}; a = 0$
- $x = x_0 + v(t - t_0)$

MRUA

- Trayectoria recta
- $\vec{a} = \text{cte}$
- $v = v_0 + a(t - t_0)$
- $x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$

Movimiento vertical: $a = -g = -9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

- Caída libre, $v_0 = 0$
- Lanzamiento vertical hacia abajo, $v_0 < 0$
- Lanzamiento vertical hacia arriba, $v_0 > 0$

Composición de movimientos

Para su estudio aplicamos el principio de superposición de movimientos

De la misma dirección

Obtendremos un movimiento de la misma dirección.

Perpendiculares

Dos MRU $\rightarrow$ MRUMRU + MRUA $\rightarrow$ Movimiento parabólico

- Trayectoria: parábola
- $x = v_0 \cos \alpha t$
- $y = y_0 + v_0 \sin \alpha t - \frac{1}{2}gt^2$
- $v_x = v_0 \cos \alpha$
- $v_y = v_0 \sin \alpha - gt$

Movimiento circular

MCU

- Trayectoria: circunferencia
- $\omega = \text{cte}; \alpha = 0$
- $a_t = 0, a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$
- $\varphi = \varphi_0 + \omega \Delta t$

MCUA

- Trayectoria: circunferencia
- $\alpha = \text{cte}$
- $a_t = 0, a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$
- $\omega = \omega_0 + \alpha \Delta t$
- $\varphi = \varphi_0 + \omega_0 \Delta t + \frac{1}{2} \alpha (\Delta t)^2$



Para finalizar

- 1 **Indica** si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, y **justifica** tu respuesta:
- La descripción del movimiento no depende del sistema de referencia utilizado.
 - Un referencial inercial está en reposo o bien se mueve en línea recta y a velocidad constante con respecto a cualquier otro sistema de referencia inercial.
 - Un sistema de referencia no inercial es aquel en el que no se cumple la ley de inercia.
 - El movimiento de un móvil es descrito igual desde cualquier sistema de referencia inercial.
- 2 Un nadador salta de pie desde un trampolín y deja caer una piedra justo después de saltar. **Explica** cómo ve el movimiento de la piedra:
- El nadador.
 - Una persona sentada junto a la piscina.
 - Otra persona que se acerca a la piscina en línea recta y a velocidad constante.
- Indica** de qué tipo de sistema de referencia se trata en cada caso.
- 3 **Elige** la opción correcta: La distancia que recorre un auto de Fórmula 1 es...
- la trayectoria.
 - el vector desplazamiento.
 - la posición final.
- 4 Un estudiante de 1.º de Bachillerato sale de casa en dirección al instituto. Para ello, camina sucesivamente 300 m hacia el oeste, 400 m hacia el norte y 600 m hacia el este. **Calcula** su desplazamiento y el espacio recorrido.
- 5 Un nadador cruza la piscina en diagonal. El vector de posición del nadador viene determinado por la expresión $\vec{r}(t) = (t - 1)\vec{i} - 2t\vec{j}$, en unidades del SI. **Calcula** el módulo del vector desplazamiento entre los instantes $t = 0$ s y $t = 2$ s.
- 6 Iniciamos nuestras vacaciones y lo hacemos con un viaje en auto. Primero, viajamos a una velocidad de $50 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ durante una hora. A continuación, circulamos a $100 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ durante una hora más para tomar la autopista durante tres horas, a una velocidad de $120 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. **Determina** la distancia total recorrida y la velocidad media en este trayecto.
- 7 Dos atletas deciden hacer una carrera en pista. Uno mantiene una rapidez constante de $6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. El otro, que es más rápido, sale 5 segundos más tarde y alcanza al primero 25 s después. ¿Cuál fue la rapidez media del corredor más veloz, desde que salió hasta que alcanzó a su competidor?
- 8 Un electrón entra en un campo eléctrico vertical. El vector posición del electrón, que se mueve con movimiento rectilíneo, viene dado por $\vec{r}(t) = (t^2 - 5)\vec{i} + t\vec{j}$, en unidades del SI.
- Calcula** la velocidad instantánea en $t = 3$ s y **dibuja** su trayectoria.
- 9 Bruce Bursford, el hombre más rápido sobre una bicicleta, alcanzó desde el reposo una velocidad de $334 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ en 30,0 s, rodando sobre una plataforma de rodillos. **Halla** su aceleración media.
- 10 En una feria de barrio, un niño ha subido a la atracción del tiovivo, a una distancia de 3,0 m del centro de la plataforma. Si gira a una velocidad de $0,42 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, ¿cuál es su aceleración normal y su aceleración tangencial?
- Explica** por qué si el niño lanza una pelota en línea recta a un amigo, ve que la pelota se desvía de su trayectoria.
- 11 La expresión del vector velocidad de una partícula viene dada, en unidades del SI, por $\vec{v}(t) = (3t^2 - 2)\vec{i} + 4t\vec{j}$. **Halla** el módulo de su aceleración instantánea para $t = 2$ s.

- 12** En un circuito de Fórmula 1, un auto recorre la recta principal a velocidad constante. En los instantes de tiempo $t_1 = 0,5 \text{ s}$ y $t_2 = 1,5 \text{ s}$, sus posiciones en la recta son $x_1 = 3,5 \text{ m}$ y $x_2 = 43,0 \text{ m}$. **Calcula:**
- La velocidad.
 - Su posición a los $3,0 \text{ s}$.
- 13** Una moto circula a una velocidad de $90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Su conductora frena en el instante en que ve un obstáculo y reduce la velocidad hasta la quinta parte de la inicial en los $4,0 \text{ s}$ que tarda en llegar al obstáculo. **Determina** a qué distancia del obstáculo la conductora ha empezado a frenar, suponiendo que su aceleración es constante.
- 14** En una esquina de la calle, se encuentra un motorista parado. Arranca con una aceleración de $0,03 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. En el mismo momento, un automóvil lo rebasa con una velocidad constante de $70 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. **Calcula** numéricamente y gráficamente:
- Cuánto tarda el motorista en alcanzar el automóvil.
 - A qué distancia de la esquina ocurre esto.
- 15** **Considera** un zorro que va a la caza de un conejo que se encuentra a 36 m de distancia. Si ambos parten simultáneamente del reposo con aceleraciones respectivas de $3,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ y $1,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, **calcula** sus velocidades en el momento en que el zorro atrapa al conejo.
- 16** ¿Desde qué altura debe caer el agua de una presa para accionar la rueda de una turbina con velocidad de $30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$?
- 17** Desde lo alto de una casa de 80 m de altura se lanza una pelota con una velocidad inicial de $4,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ hacia abajo. **Halla:**
- El tiempo que tarda en llegar al suelo.
 - La velocidad con la que llega.
 - Su altura al cabo de $2,0 \text{ s}$ de haberla lanzado.
- 18** Un tren de mercancías, cuyos vagones tienen 12 m de longitud, se mueve por una vía recta a velocidad constante de $3,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Paralelamente a las vías, hay una ruta por la que un niño circula en su bicicleta. **Determina:**
- Si el niño permanece en reposo con respecto a tierra, ¿cada cuánto tiempo ve pasar un vagón?
 - La velocidad del niño con respecto a tierra, cuando al moverse en el mismo sentido que el tren, ve pasar un vagón cada $6,0 \text{ s}$.
 - Si el niño se desplaza en sentido opuesto al tren a $5,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ con respecto a tierra, ¿cada cuánto tiempo ve pasar un vagón?

AUTOEVALUACIÓN

Reflexiona y **autoevalúate** en tu cuaderno:

• Trabajo personal

¿Cómo ha sido mi actitud frente al trabajo?

¿He cumplido mis tareas?

¿Qué aprendí en esta unidad?

• Escribe la opinión de tu familia.

• Trabajo en equipo

¿He compartido con mis compañeros y compañeras?

¿He respetado las opiniones de los demás?

• Pide a tu profesor o profesora sugerencias para mejorar y **escribelas**.

2

Fuerzas en la naturaleza



CONTENIDOS:

1. La naturaleza de las fuerzas
 - 1.1. El concepto de *fuerza* a lo largo de la historia
 - 1.2. Masa y fuerza
 - 1.3. Características de las fuerzas
 - 1.4. Tipos de fuerzas
2. Composición y descomposición de fuerzas
 - 2.1. Fuerza resultante de un sistema de fuerzas
 - 2.2. Descomposición de fuerzas
 - 2.3. Composición de fuerzas concurrentes
 - 2.4. Composición de fuerzas paralelas
3. Momento de una fuerza
 - 3.1. Par de fuerzas
4. Equilibrio
5. Leyes de la dinámica
 - 5.1. Primera ley de Newton
 - 5.2. Segunda ley de Newton
 - 5.3. Tercera ley de Newton
6. Interacciones de contacto
 - 6.1. Fuerza normal
 - 6.2. Fuerza de rozamiento
 - 6.3. Cuerpos enlazados: tensión
 - 6.4. Fuerzas elásticas: ley de Hooke
7. Dinámica del movimiento circular uniforme
 - 7.1. Fuerza centrípeta
8. Dinámica de rotación
 - 8.1. Momento angular
 - 8.2. Relación entre el momento de una fuerza y el momento angular
 - 8.3. Conservación del momento angular
9. Leyes de Kepler
 - 9.1. Ley de las órbitas
 - 9.2. Ley de las áreas
 - 9.3. Ley de los períodos
10. Interacción gravitatoria
 - 10.1. Ley de gravitación universal de Newton
 - 10.2. Campo gravitatorio
 - 10.3. Peso de un cuerpo
11. Interacción electrostática
 - 11.1. Electrización y cargas eléctricas
 - 11.2. Ley de Coulomb
 - 11.3. Campo eléctrico
12. Semejanzas y diferencias entre las interacciones gravitatoria y electrostática



Película:

El universo mecánico. ARAIT Multimedia. Esta serie de videos muestran de forma excelente los aspectos más importantes de la física, combinando imágenes, desarrollos matemáticos y contextos históricos.



Web:

En el siguiente sitio web, aparecen actividades interactivas para entender y aplicar el concepto de equilibrio a situaciones concretas:

<http://goo.gl/rTh0KO>

Libros:

Reseñamos algunos libros interesantes para afianzar o ampliar el concepto de fuerza y valorar su importancia:

- Isaac Newton, *Principios matemáticos de la Filosofía Natural*. Editorial Tecnos. En esta obra Newton explica el concepto de fuerza y sus aplicaciones más importantes.
- J. M. Lévy-Leblond, *La Física en preguntas* (Volumen 1). Editorial Alianza. Interesante desarrollo de la física a través de preguntas.

Te recomendamos leer las 20 primeras.

EN CONTEXTO:

a. Reflexiona durante unos momentos:

- ¿Qué sabes respecto de las condiciones de equilibrio de un cuerpo? Piensa, por ejemplo, en el hecho de montar en bicicleta.
 - ¿Qué preguntas o inquietudes te surgen sobre ello?
 - ¿Qué te gustaría investigar sobre este tema?
- Anota tus respuestas a las tres cuestiones y, en grupos, pónganlas en común para exponer sus conclusiones ante el grupo clase.

b. Organicen un coloquio por grupos para dar respuesta a la siguiente cuestión: ¿Por qué los objetos situados sobre la Tierra no salen despedidos al espacio exterior, aunque esta se desplace a una elevada velocidad?

Tras el coloquio, redacten una conclusión sobre sus respuestas y compárala con la respuesta que dio Galileo, que encontrarás en el capítulo 4 de El Universo Mecánico, donde también verán cómo relacionó este hecho con el concepto de inercia.



TEN EN CUENTA QUE:



Aunque es cierto que Galileo recurría muy habitualmente a la experimentación, parece ser que su famosa demostración de cuerpos de distintas masas cayendo desde lo alto de la torre de Pisa es más bien una leyenda.

No obstante, afirmar que todos los cuerpos caen con la misma aceleración, independientemente de su masa, le granjeó gran número de enemigos entre la comunidad científica de la época, partidarios acérrimos todos ellos de las ideas aristotélicas.



■ Fig. 1

I. LA NATURALEZA DE LAS FUERZAS

La fuerza es una magnitud física que resulta más fácil definir considerando los efectos que produce que por sus propiedades. En este apartado, pues, la definiremos de un modo preciso y estudiaremos sus características y sus tipos.

1.1. El concepto de fuerza a lo largo de la historia

En orden cronológico, los hitos más importantes en la historia que han contribuido a nuestra comprensión del concepto de fuerza son los siguientes:

- **Aristóteles (384 a. C. - 322 a. C.)** pensó que las fuerzas eran la causa directa del movimiento, por lo que un cuerpo se detendría en caso de no existir aquellas, debido a que su estado natural es el reposo. Postuló también que la velocidad de caída de los cuerpos era directamente proporcional a su peso. Estas ideas erróneas permanecieron inalteradas durante 1800 años.
- **Galileo (1564 - 1642)** estableció el concepto de fuerza como causa de la modificación de los movimientos. Mediante la realización de experimentos con bolas y planos inclinados, introdujo la noción de inercia como tendencia natural de los objetos a permanecer en reposo o moviéndose indefinidamente, a no ser que actúe alguna fuerza sobre ellos.
- **Isaac Newton (1642 - 1727)** sentó las bases de la mecánica. Parte de las ideas de Galileo y Descartes, de modo que en sus *Principia* definió los conceptos fundamentales (masa, tiempo, fuerza...) de modo preciso y estableció las tres leyes que explican el movimiento de cualquier objeto del universo.

1.2. Masa y fuerza

La dinámica se sustenta en los conceptos de masa y fuerza. La masa es la medida de la cantidad de materia de un objeto, o de modo más preciso:

La **masa** es una propiedad general de los cuerpos que representa su resistencia a alterar su estado de reposo o de movimiento.

El **centro de gravedad** de un objeto es el punto de aplicación de su peso en el que se suponemos, si no estamos interesados en el movimiento relativo de las partes, se encuentra concentrada toda su masa.

Por otra parte, cuando empujamos un mueble para ponerlo en movimiento, paramos un balón o moldeamos un trozo de arcilla, ejercemos una fuerza.

Una **fuerza** es toda causa capaz de alterar el estado de reposo o de movimiento de un cuerpo, o de producir en él una deformación.

Recuerda que la unidad de masa en el Sistema Internacional es el **kilogramo (kg)**, y que la unidad de fuerza es el newton (N).

1.3. Características de las fuerzas

La fuerza es una **magnitud vectorial** que se representa mediante el vector $\vec{F}$, cuyos elementos son: **módulo F** (valor de la intensidad de la fuerza y su unidad, se representa mediante la longitud de vector), **dirección** (recta que contiene el vector, también llamada línea de acción), **sentido** (orientación de la fuerza que se representa mediante la punta de una flecha) y **punto de aplicación** (punto en el que se aplica la fuerza).

Las fuerzas siempre **actúan por parejas** e implican la existencia, al menos, de dos objetos: uno de ellos ejerce la fuerza que se aplica sobre el segundo y el otro, simultáneamente, ejerce una fuerza sobre el primero del mismo valor pero de sentido contrario. Por esta razón, también se les llama **interacciones**.

1.4. Tipos de fuerzas

Dependiendo de si las fuerzas requieren contacto directo o no para manifestarse, podemos clasificarlas en dos grandes tipos:

- **Fuerzas de contacto.** Aquellas que requieren del contacto directo entre ambos objetos para producirse.
- **Fuerzas a distancia.** Aquellas que no necesitan del contacto entre los cuerpos para manifestarse.

Esta clasificación debe ser matizada, ya que los objetos están formados por partículas (átomos, moléculas o iones) separadas entre sí. Así, todas las fuerzas entre cuerpos se ejercen, en realidad, entre las partículas que los forman (fuerzas microscópicas), de modo que dos objetos estrictamente nunca estarán en contacto: estas fuerzas ejercen sus efectos a lo largo del espacio.

Todas las fuerzas de la naturaleza se agrupan en las siguientes interacciones fundamentales o son una combinación de ellas:

- **Interacción nuclear fuerte.** Es la más intensa de las cuatro. Es atractiva y de alcance muy pequeño. Mantiene a los protones unidos en el núcleo a pesar de la repulsión electrostática.
- **Interacción electromagnética.** Es cien veces menor que la nuclear fuerte. Es atractiva o repulsiva, y de largo alcance. Es responsable de la impenetrabilidad de los objetos y de la estructura de átomos y moléculas, así como de todas las reacciones químicas y procesos biológicos.
- **Interacción nuclear débil.** Es 105 veces menor que la nuclear fuerte. Es responsable de la desintegración de algunos núcleos y de la producción de radiación calorífica de las estrellas.
- **Interacción gravitatoria.** Es 1039 veces menor que la nuclear fuerte. Se considera la más débil de todas. Es atractiva y de largo alcance, y responsable de la estructura del universo, de las mareas, del movimiento de los satélites artificiales...

Ejemplo 1

Veamos ejemplos de los distintos tipos de fuerzas que encontramos en el día a día:

- Fuerzas de contacto. La fuerza de rozamiento entre dos superficies, la fuerza elástica en un muelle...
- Fuerzas a distancia. La interacción gravitatoria (atractiva) entre la Tierra y la Luna. La fuerza eléctrica repulsiva entre dos cargas del mismo signo. La fuerza magnética con que un imán atrae a un clip metálico.

La interacción electromagnética debida a la repulsión eléctrica entre los electrones de los átomos de la puerta y los de nuestra mano que la empuja. La desintegración del núcleo radiactivo debida a la interacción nuclear débil del Co-60, empleado en el tratamiento contra el cáncer.

Y TAMBIÉN:



El símbolo $\sum_{i=1}^n \vec{F}_i$ lo leemos:

sumatoria desde $i = 1$ hasta n de $\vec{F}_i$, e indica que se suman n vectores de fuerza.

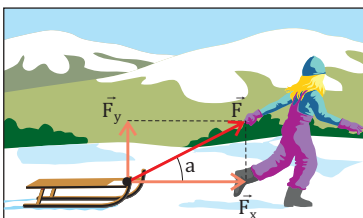


Fig. 2.

Descomposición de fuerzas. Descomposición en dos componentes, de la fuerza exterior, con la que la mujer jala el trineo.

2. COMPOSICIÓN Y DESCOMPOSICIÓN DE FUERZAS

En el juego en que dos equipos halan de una cuerda, tratando de desplazar al equipo contrario, cada persona ejerce una fuerza que se suma a las de sus compañeros y que se opone a las del equipo contrario. Decimos que:

Componer fuerzas es hallar una fuerza, llamada fuerza neta o resultante, $\vec{F}_{\text{neto}}$, que produce el mismo efecto que todas las fuerzas (o componentes) que actúan simultáneamente sobre un cuerpo.

2.1. Fuerza resultante de un sistema de fuerzas

La definición anterior es consecuencia del principio de superposición, que establece que los efectos de todas las fuerzas que se ejercen sobre un cuerpo se superponen, sin modificar el efecto que cada una de ellas produciría inde-

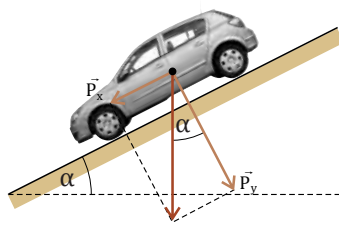
pendientemente de las demás: $\vec{F}_{\text{neto}} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n$

2.2. Descomposición de fuerzas

En la figura de la parte derecha, se muestra un auto situado sobre una superficie inclinada. Como sabes, el peso $\vec{P}$ de un objeto es una fuerza que va dirigida desde su centro de gravedad hacia el centro de la Tierra.

Observa en la figura que el peso puede descomponerse en otras dos fuerzas, llamadas componentes, $\vec{P}_x$ y $\vec{P}_y$. La primera provoca que el auto se deslice hacia abajo mientras que la otra empuja el vehículo sobre la superficie, impidiendo que se separe de ella.

Además, $\vec{P}_y$ y $\vec{P}$ forman el mismo ángulo que la pendiente. Al ser $\vec{P}_y$ el cateto contiguo del triángulo rectángulo que tiene por hipotenusa P , tenemos que $\vec{P}_y = P \cdot \cos \alpha$, mientras que la longitud de $\vec{P}_x$ se corresponde con el cateto opuesto, de modo que $\vec{P}_x = P \cdot \sin \alpha$.



Descomponer una fuerza consiste en obtener dos fuerzas, llamadas componentes, cuyo efecto conjunto sobre un cuerpo es el mismo que el de la fuerza inicial.

Ejemplo 2

Durante las vacaciones Álex participa en una carrera de trineos. Tira de su trineo con la ayuda de una cuerda con una fuerza de 500 N que forma un ángulo de 30° con la horizontal. Calculemos las componentes horizontal y vertical de dicha fuerza.

COMPRENSIÓN. Cada componente de la fuerza causa un efecto distinto sobre el trineo: F_x provoca su avance y F_y tiende a separarlo del suelo.

DATOS. $F = 500 \text{ N}$; $\alpha = 30^\circ$

RESOLUCIÓN.

Las dos componentes, a las que designamos como F_x y F_y , de la fuerza $F = 500 \text{ N}$ ejercida. Calculamos sus valores haciendo uso de las razones trigonométricas seno y coseno:

$$F_y = F \cdot \sin 30^\circ = 500 \text{ N} \cdot \sin 30^\circ = 250 \text{ N}$$

$$F_x = F \cdot \cos 30^\circ = 500 \text{ N} \cdot \cos 30^\circ = 433 \text{ N}$$

COMPROBACIÓN. Observa que la componente vertical, F_y , tiende a separar el trineo del suelo, pues está dirigida hacia arriba. La componente horizontal, F_x , es la que permite que este avance sobre el suelo.

Además, se cumple que $500 = \sqrt{250^2 + 433^2}$

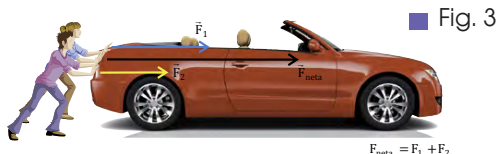
2.3. Composición de fuerzas concurrentes

Son múltiples las situaciones en que sobre un objeto actúan, simultáneamente, varias fuerzas. Así, por ejemplo, si empujamos una caja por el suelo sobre ella actúan su peso, la fuerza con que empujamos, la fuerza que ejerce el suelo sobre ella y la fuerza de rozamiento. Observa que, en tal caso, las direcciones de todas ellas pasan por el mismo punto, que es el objeto sobre el que actúan.

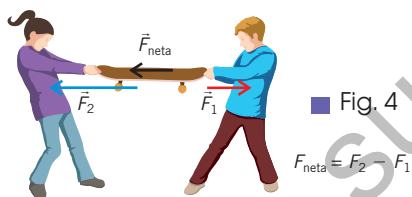
Llamamos **fuerzas concurrentes** a aquellas cuyas líneas de acción pasan por el mismo punto.

Resultantes de varias fuerzas concurrentes de la misma dirección

Misma dirección y mismo sentido. La resultante es otra fuerza cuyo módulo es la suma de los módulos de las fuerzas componentes, de la misma dirección y el mismo sentido que ellas.

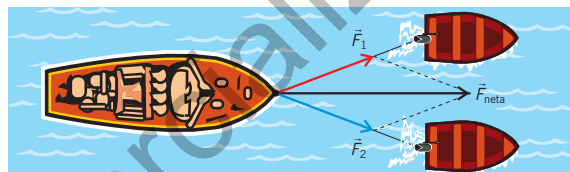


Misma dirección y sentido contrario. La resultante es otra fuerza cuyo módulo es la diferencia, en valor absoluto, de los módulos de las fuerzas componentes, de la misma dirección y el mismo sentido que la fuerza de mayor módulo.



Resultante de dos fuerzas concurrentes de distinta dirección

Forman un ángulo distinto de 0° o de 180° . La resultante es otra fuerza cuyo módulo y dirección son los de la diagonal del paralelogramo que forman las fuerzas concurrentes.



Si son perpendiculares, su módulo podrá calcularse aplicando el teorema de Pitágoras.

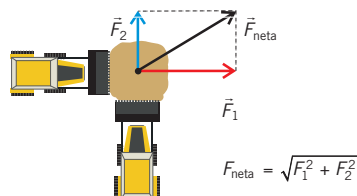


Tabla 1

Ejemplo 3

Supón que debes ayudar a tu padre a mover el armario de tu habitación. Empleas fuerzas de 300 N y 400 N, respectivamente. Lo intentas de dos modos distintos: a) empujando los dos en la misma dirección y el mismo sentido; b) empujando en direcciones perpendiculares. ¿Cuál de las dos maneras es óptima para desplazar el armario?

COMPRENSIÓN. En los dos casos las fuerzas con que empujas son concurrentes, pues las líneas de acción (o dirección) de ambas pasan por el mismo punto, que es el mueble.

DATOS. $F_1 = 300 \text{ N}$; $F_2 = 400 \text{ N}$

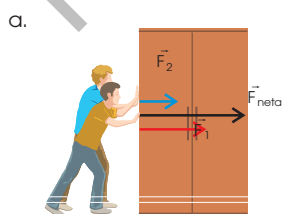


Fig. 7

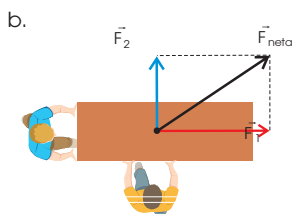


Fig. 8

RESOLUCIÓN. Arriba aparecen dibujadas las dos situaciones descritas. La fuerza neta o resultante, F_{net} , se calculará en cada caso de la siguiente manera:

a. Cuando las fuerzas ejercidas tengan la misma dirección y el mismo sentido, la fuerza resultante tendrá el mismo sentido de ambas, y su valor se calculará sumando sus módulos:

$$F_{\text{net}} = F_1 + F_2 = 300 \text{ N} + 400 \text{ N} = 700 \text{ N}$$

b. Si las dos fuerzas son perpendiculares, la magnitud de la fuerza neta o resultante, F_{net} , estará dirigida a lo largo de la diagonal del paralelogramo que forman, y su valor se calculará aplicando el teorema de Pitágoras:

$$F_{\text{net}}^2 = F_1^2 + F_2^2$$

$$F_{\text{net}} = \sqrt{300^2 + 400^2}$$

$$F_{\text{net}} = 500 \text{ N}$$

2.4. Composición de fuerzas paralelas

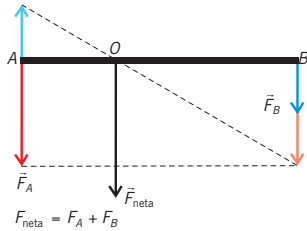


Fig. 9

- Resultante de dos fuerzas paralelas y del mismo sentido

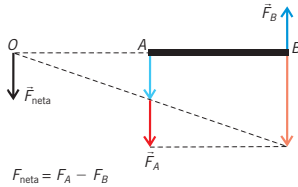


Fig. 10

- Resultante de dos fuerzas paralelas y de sentidos contrarios

Considera dos personas que transportan, en una mudanza, un sofá agarrándolo por sus extremos. Ambas ejercen fuerzas de direcciones paralelas entre sí, y su resultante deberá igualar al peso del sofá para poder desplazarlo. Para calcular la resultante de dos fuerzas paralelas, seguiremos estos pasos:

- La resultante de dos **fuerzas paralelas**, $\vec{F}_A$ y $\vec{F}_B$, y del **mismo sentido** es otra fuerza, $\vec{F}_{neta}$, paralela a ellas y del mismo sentido, cuyo módulo es la suma de los módulos y cuya **línea de acción** (o dirección) está situada entre ambas.

Se calcula gráficamente como se indica en la figura de la izquierda:

- Se lleva la fuerza mayor donde se encuentra la menor, y la menor, cambiándola de signo, donde se halla la mayor.
- Se unen los extremos de estos vectores mediante una línea. En el punto donde se corta esta con la línea que une los puntos A y B, colocamos el punto de aplicación de la resultante. Para calcular analíticamente el punto de aplicación (O) de la fuerza resultante, tendremos en cuenta que:

$$\vec{F}_A \cdot OA = \vec{F}_B \cdot OB$$

donde A y B son los puntos de aplicación de las dos fuerzas.

- La resultante de dos **fuerzas paralelas**, $\vec{F}_A$ y $\vec{F}_B$, y de **sentidos contrarios** es otra fuerza, $\vec{F}_{neta}$, **paralela** a ellas, cuyo **sentido** es el de la mayor, su **módulo** es la **diferencia** de los **módulos** y su **punto de aplicación** está fuera del segmento que las une y del lado de la mayor.

Se calcula gráficamente como se indica en la figura de la izquierda, siguiendo los mismos pasos que en el caso anterior. Para calcular analíticamente el punto de aplicación (O) de la fuerza resultante, tendremos en cuenta que: $\vec{F}_A \cdot OA = \vec{F}_B \cdot OB$ donde A y B son los puntos de aplicación de las dos fuerzas.

Ejemplo 4

Dos niños ejercen fuerzas paralelas de 30 N y 10 N en los extremos de una varilla de madera de 60 cm. Calcula la fuerza resultante, considerando que ambas fuerzas tienen: a. el mismo sentido y b. sentido contrario.

COMPRENSIÓN. Nos piden determinar el valor, la dirección y el sentido y el punto de aplicación de la resultante de dos fuerzas, en el caso de que estas tengan el mismo sentido y en el caso en que sean de sentido contrario.

Representamos gráficamente ambos casos.

DATOS. $F_A = 30 \text{ N}$; $F_B = 10 \text{ N}$; $AB = 60 \text{ cm} = 0,6 \text{ m}$

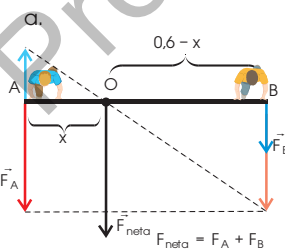


Fig. 11

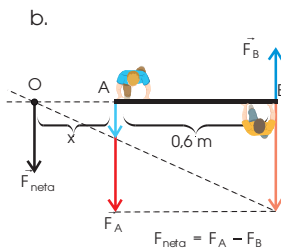


Fig. 12

RESOLUCIÓN.

- Si las fuerzas tienen el mismo sentido, el módulo de la fuerza resultante será: $30 \text{ N} + 10 \text{ N} = 40 \text{ N}$.

Si llamamos x a la distancia entre la fuerza de 30 N y el punto de aplicación, entonces la posición de este se calcula de la siguiente manera:

$$\vec{F}_A \cdot OA = \vec{F}_B \cdot OB \Rightarrow 30 \cdot x = 10 \cdot (0,6 - x)$$

Resolvemos la ecuación: $x = 0,15 \text{ m} = 15 \text{ cm}$.

- Si las fuerzas tienen sentidos contrarios, el módulo de la fuerza resultante será: $30 \text{ N} - 10 \text{ N} = 20 \text{ N}$. Su punto de aplicación se determina de la siguiente manera:

$$\vec{F}_A \cdot OA = \vec{F}_B \cdot OB \Rightarrow 30 \cdot x = 10 \cdot (0,6 + x)$$

Resolvemos la ecuación: $x = 0,30 \text{ m} = 30 \text{ cm}$.

COMPROBACIÓN. Cuando ambas fuerzas tienen el mismo sentido, el punto de aplicación de la resultante está entre los puntos de aplicación de ambas y a 15 cm de la fuerza de 30 N.

Cuando los sentidos son opuestos, el punto de aplicación estará a 30 cm de la fuerza de 30 N y a 90 cm de la fuerza de 10 N.

3. MOMENTO DE UNA FUERZA

Para que un volante gire, debe ejercerse una fuerza sobre él. Pero ¿es suficiente esta condición? La fuerza debe aplicarse a una cierta distancia del eje de giro, pues en caso contrario no girará.

El **momento de una fuerza** es la magnitud vectorial responsable del giro de un cuerpo, generando en él una aceleración angular.

Imaginemos que queremos abrir una puerta, empujando por el pomo, con una cierta fuerza. Es bien sabido que la puerta se abre con mayor facilidad cuanto mayor sea la fuerza y cuanto más lejano se encuentre el pomo de su eje de giro (línea que pasa a través de las bisagras). El **momento de una fuerza**, M , respecto a un punto, O , es una magnitud vectorial cuyas características son las siguientes:

- Su **módulo o valor** depende del valor de la fuerza, $\vec{F}$, y de la distancia, d , entre el punto O y la línea de acción de la fuerza (o, análogamente, del módulo del vector de posición del origen de la fuerza respecto del punto O , r , y del ángulo, α , que forma este vector con la línea de acción de la fuerza):

$$M = F \cdot d ; M = r \cdot F \cdot \sin \alpha$$

Su **unidad** en el SI es el **newton metro (N · m)**.

- Su **dirección** es perpendicular al plano formado por el vector de posición r y la fuerza $\vec{F}$.
- Su **sentido** viene determinado por la regla del sacacorchos. Es decir, por el sentido de avance de un tornillo o sacacorchos que gira desde el vector de posición r hacia la fuerza $\vec{F}$ coincidiendo el origen de ambos vectores, por el camino más corto. Así, si el sentido de giro es contrario a las agujas del reloj, el momento será positivo; y si el giro es el de las agujas del reloj, será negativo. En el ejemplo mencionado, los dos posibles sentidos del momento se corresponden con los dos posibles sentidos de apertura de la puerta.

El momento de una fuerza respecto a un punto contenido en su línea de acción es nulo, pues en tal caso es $d = 0$. Volviendo al ejemplo, la puerta no se abrirá si la empujamos sobre un punto perteneciente al eje de las bisagras.

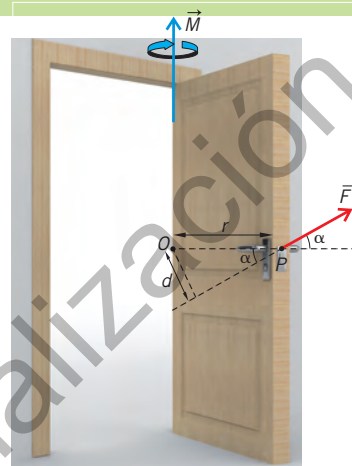


Fig. 13

Ejemplo 5

Un mecánico de Fórmula 1 aprieta una tuerca con una llave inglesa de 20 cm de longitud, ejerciendo una fuerza de 100 N. ¿Desde dónde deberá sujetarla para que le sea más sencillo apretarla? ¿Qué ángulo deberá formar dicha fuerza con el eje de la llave?

- Calculemos el momento de la fuerza cuando se cumplan los dos supuestos anteriores.

COMPRENSIÓN. La tuerca gira porque la llave inglesa ejerce un momento sobre ella. Este depende de la distancia entre el extremo de la llave inglesa y la tuerca, de la fuerza ejercida y del ángulo que forman la fuerza y el vector de posición del punto de aplicación de la fuerza con respecto a la tuerca.

DATOS. $F = 100 \text{ N}$; $r = 20 \text{ cm} = 0,20 \text{ m}$

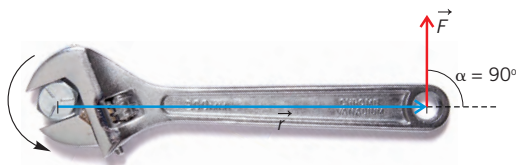


Fig. 14

RESOLUCIÓN. Para que el momento de la fuerza sea máximo, el ángulo α debe ser de 90° y debemos sujetar la llave inglesa desde su extremo para que la distancia al eje de giro, r , sea máxima, tal y como se indica en la imagen. Cuando se cumplan ambas condiciones, entonces el momento será:

$$M = F \cdot r \cdot \sin \alpha = 100 \text{ N} \cdot 0,20 \text{ m} \cdot \sin 90^\circ = 20 \text{ N} \cdot \text{m}$$

COMPROBACIÓN. Para cualquier otra distancia o ángulo, el momento de fuerza sería menor que el valor antes calculado, y resultaría más complicado apretar la tuerca. Este resultado está conforme con nuestra experiencia cotidiana.

3.1. PAR DE FUERZAS



Fig. 15

■ Par de fuerzas

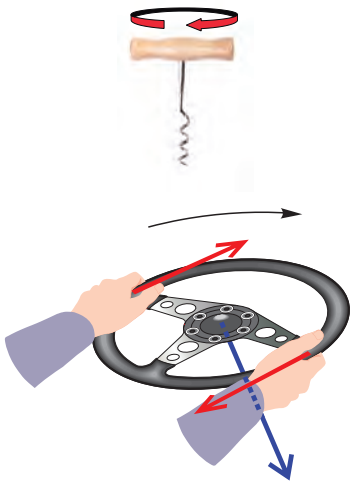


Fig. 16

■ Par de fuerzas sobre un volante y su momento

Cuando queremos hacer girar un volante, un sacacorchos, la tapa de un frasco o el manillar de la bicicleta, aplicamos un par de fuerzas, de la misma intensidad, paralelas y de sentido contrario.

Un **par de fuerzas** es un conjunto de dos fuerzas paralelas de igual valor y de sentido contrario. El efecto conjunto de ambas es el de provocar el giro del cuerpo sobre el que actúan.

Así pues, el par de fuerzas es una aplicación del concepto de momento de fuerza con respecto a un punto, estudiado en el apartado anterior.

Observa el volante que aparece en la imagen de la izquierda, sobre él se ejercen dos fuerzas de igual valor y de sentidos contrarios. Si consideramos que los puntos de aplicación de ambas fuerzas se encuentran en los extremos del diámetro del volante, veremos que los momentos de las dos tendrán características iguales:

- Su **módulo o valor** depende del radio R del volante y del valor de la fuerza F :

$$M = F R \operatorname{sen} 90^\circ = F R$$

- Su **dirección** es perpendicular al plano del volante.
- Su **sentido** viene determinado por el de avance de un sacacorchos al girar el vector de posición (dirigido desde el centro del volante hasta el origen de la fuerza) sobre la fuerza; si el **giro** es el de las **agujas del reloj**, el **momento** será **negativo**, y si el **giro** es **contrario** a las **agujas del reloj**, el **momento** será **positivo**. Observa que los dos posibles sentidos de giro del volante se corresponden con los dos signos del momento.

El valor total del momento, al tener ambos el mismo sentido, será:

$$M = 2 F R$$

Este resultado nos indica que los efectos de ambas fuerzas se suman, esto es, originan un giro de mayor intensidad que el que ocasionaría cada fuerza por separado.

Ejemplo 6

La tapa de un bote de mermelada tiene un diámetro de 15 cm. Para poder abrir el envase, necesitamos apretar la tapa y ejercer sendas fuerzas de 50 N con dos dedos. Calcula el momento del par de fuerzas aplicado.

COMPRENSIÓN. Observemos en la imagen que para abrir la tapa del bote hay que aplicar un par de fuerzas, cuyo momento depende del valor de las fuerzas ejercidas y del radio del bote de mermelada.

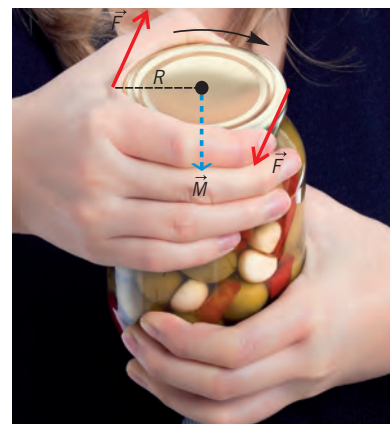
DATOS. $F = 50 \text{ N}$; $R = 7,5 \text{ cm} = 0,075 \text{ m}$

RESOLUCIÓN. Apliquemos la expresión que nos permite calcular el momento del par de fuerzas:

$$M = 2 F R = 2 \cdot 50 \text{ N} \cdot 0,075 \text{ m} = 7,5 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Si el par de fuerzas ejercido sobre la tapa del bote es menor que el que acabamos de calcular, entonces la tapa no podrá abrirse.

COMPROBACIÓN. El valor del par de fuerzas es pequeño, pues lo son tanto la fuerza ejercida como el tamaño de la tapa del bote.



4. EQUILIBRIO

Si miramos a nuestro alrededor, nos encontramos con multitud de estructuras que están en **equilibrio**. Así pues, los puentes, las vigas y los pilares de los edificios, las grúas... muestran la importancia física del concepto de equilibrio.

Un objeto está en **equilibrio** cuando se encuentra en reposo o en movimiento con velocidad constante.

Tipos de equilibrio. De acuerdo con la definición anterior, podemos identificar tres tipos de equilibrio:

- Un objeto se encuentra en **equilibrio estático** cuando todos sus puntos están en reposo y permanecen en ese estado.
- Un objeto se encuentra en **equilibrio cinético o traslacional** cuando su velocidad lineal es constante (en módulo, dirección y sentido) y distinta de cero. Un ejemplo es el de un auto que avanza a velocidad constante y en línea recta (MRU).
- Si el objeto es capaz de girar, diremos que se encuentra en **equilibrio rotacional** cuando gira con velocidad angular constante, aunque sobre él actúen una o varias fuerzas. Un ejemplo es el de un carrusel que gira con MCU.

Condiciones de equilibrio. Sabemos que la acción de una o varias fuerzas sobre un cuerpo en reposo puede provocar el desplazamiento y/o el giro de este. Así, podemos afirmar que:

- Un cuerpo podrá comenzar a **trasladarse** cuando exista una **fuerza resultante**, F_{net} , sobre él.
- Un cuerpo podrá comenzar a **girar** cuando exista un **momento de fuerza** neto, M , sobre él.

Podemos concluir diciendo que un cuerpo se encuentra en **equilibrio** si la **resultante del sistema de fuerzas** y el **momento resultante** (calculado con respecto a cualquier punto) del sistema de fuerzas que actúan sobre él son **nulos**.



■ Equilibrio estático
Tableta en reposo sobre una mesa.



■ Fig. 17

■ Equilibrio estático
La viga no cede al momento del peso de la lámpara, porque la pared ejerce la fuerza necesaria, F , sobre la viga para impedir el giro.

Ejemplo 7

Realicemos el siguiente montaje experimental: una botella de agua de 1 l (cuyo peso es de 9,8 N) que cuelga de dos dinamómetros iguales, perpendiculares entre sí y que forman un ángulo de 45° con la horizontal. Determinemos numérica y experimentalmente la fuerza que soporta cada uno.

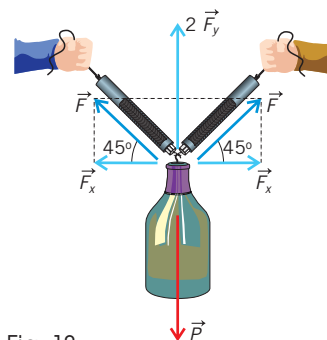
COMPRENSIÓN. Para que la botella se encuentre en reposo, la resultante de las fuerzas ejercidas por los dinamómetros debe ser igual a su peso.

DATOS. $P = 9,8 \text{ N}$; $\alpha = 45^\circ$

RESOLUCIÓN. Observemos en el dibujo la descomposición de la fuerza que ejerce cada muelle; las dos componentes horizontales, F_x , se anulan, y la suma de las dos componentes verticales, F_y , deberá ser igual al peso, P , del objeto.

$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow 2 F_y = P \Rightarrow P = 2 F \cos 45^\circ$; $2 F \cos 45^\circ = 9,8 \text{ N}$; $F = 6,9 \text{ N}$. Para calcular F_y , hemos utilizado el coseno del ángulo que forman F y F_y .

COMPROBACIÓN. Si realizas el montaje experimental, comprobarás que ambos dinamómetros marcan el mismo valor de la fuerza cuando se cuelga de ellos el cuerpo.



■ Fig. 18

Y TAMBIÉN:



La Tierra no es un sistema de referencia inercial, puesto que gira alrededor del Sol y sobre sí misma (está sometida a movimientos acelerados). Aun así, a menudo es posible considerar que sí lo es, sin incurrir en errores apreciables.

ANÁLIZO Y RESUELVO



Describe en breves palabras el significado de masa.



Isaac Newton (Inglaterra, 1642- 1727) era un niño tímido y enfermizo que no destacaba en sus estudios. Tras la escuela, ingresó en el Trinity College de la Universidad de Cambridge a la edad de 18 años. Con 26 años fue nombrado profesor, y con 30 ya era miembro de la Royal Society de Londres. Era una persona distraída, poco agradable y celosa de sus descubrimientos, lo cual le provocó varias disputas con científicos de la época (Hooke, Leibniz, Huygens...).

5. LEYES DE LA DINÁMICA

La dinámica explica las causas que provocan los movimientos. Se basa en tres leyes establecidas por Isaac Newton en 1687 en su obra *Principios matemáticos de la filosofía natural*, por lo que también se las conoce como **leyes de Newton**.

Las leyes de la dinámica son estrictamente válidas en sistemas de referencia inerciales: explican perfectamente el movimiento de cualquier objeto, siempre y cuando el observador se encuentre en reposo o se mueva en línea recta y con velocidad constante.

Cuando un sistema de referencia se encuentra en reposo o se mueve en línea recta y con velocidad constante, entonces se trata de un **sistema de referencia inercial**. Podemos imaginarlo como un sistema no sometido a interacción con el resto del universo.

5.1. Primera ley de Newton

La primera ley de Newton también se denomina **ley de inercia**. Sabemos por experiencia que, para que un balón en reposo se ponga en movimiento, debemos aplicar una fuerza sobre él. Del mismo modo, si este balón se mueve con velocidad constante, es preciso aplicarle una fuerza para que se detenga.

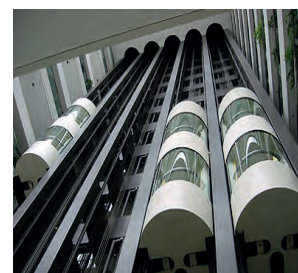
La inercia es la tendencia natural de los objetos a permanecer en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme.

Todo cuerpo permanece en estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme a no ser que actúe sobre él alguna fuerza neta o resultante.

La comprobación experimental directa de esta ley es irrealizable en la práctica, al ser enunciada como postulado. Se trata de una idealización que se obtiene por la abstracción de la observación y de la experimentación, pues ningún objeto real está libre de la influencia de otro objeto o de su entorno (por ejemplo, ningún cuerpo puede mantenerse en MRU si no es por la acción de una fuerza que compense las fuerzas de rozamiento que se oponen al movimiento).

Veamos ejemplos de la primera ley de Newton en nuestra vida cotidiana.

- En el ascensor: En el momento en que este comienza a moverse hacia arriba, sentimos una fuerza ascensional sobre los pies, pues nuestra tendencia (o inercia) es a permanecer en reposo, estado que es alterado.
- En el autobús: Cuando arranca, nos sentimos desplazados hacia atrás, y, cuando frena, nos movemos hacia delante. En ambos casos, se pone de manifiesto la tendencia a permanecer en nuestro estado de reposo o de movimiento uniforme.



<https://googl/6MChth>

5.2. Segunda ley de Newton

Conocida también como **ley fundamental de la dinámica**, describe qué le ocurre a un cuerpo cuando actúa sobre él una fuerza neta. Para comprenderla, debemos introducir una nueva magnitud física, el momento lineal.

Momento lineal

La magnitud física que considera tanto la masa de un objeto como su velocidad, y que, por tanto, representa una medida de la dificultad que supondría detenerlo, recibe el nombre de momento lineal, cantidad de movimiento o ímpetu.

El **momento lineal** de un cuerpo es una magnitud vectorial que es directamente proporcional a su masa y a su velocidad.

De acuerdo con esta definición, el momento lineal de un cuerpo de masa m que se desplaza a una velocidad $\vec{v}$ se calcula de la siguiente manera: $\vec{p} = m \vec{v}$.

El momento lineal y la velocidad tienen la misma dirección y sentido (tangente a la trayectoria); su unidad en el SI es el $\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Enunciado de la segunda ley de Newton

Establece que la acción de una fuerza neta sobre un cuerpo de masa m dará lugar a una variación en el tiempo de su momento lineal.

Toda fuerza (neta o resultante) ejercida sobre un cuerpo provoca en este una variación temporal de su momento lineal.

Matemáticamente, esta ley se expresa de este modo:

$$\vec{F}_{\text{neta}} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{\Delta (m \vec{v})}{\Delta t} = m \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F}_{\text{neta}} = m \vec{a}$$

donde hemos considerado que la masa del cuerpo permanece constante.

- Se define el **newton (N)** como la fuerza que, ejercida sobre un cuerpo de 1 kg, provoca que este comience a moverse con una aceleración de $1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.
- Si el cuerpo parte del reposo, se moverá con movimiento rectilíneo uniformemente acelerado en la dirección y el sentido de la fuerza resultante sobre él.

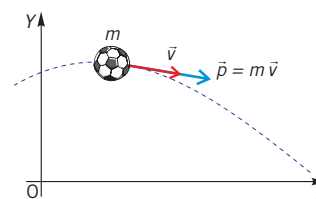


Fig. 19

Momento lineal de una partícula

Y TAMBIÉN: ??

Varias partículas de distintas masas, $m_1, m_2, \dots$, tendrán la misma cantidad de movimiento si sus velocidades respectivas, $v_1, v_2, \dots$, son diferentes y se verifica que:

$$m_1 v_1 = m_2 v_2 = \dots$$

TIC



Ingresa al siguiente enlace para que puedas simular la segunda ley de Newton.
<https://goo.gl/KLzWCX>

Ejemplo 9

En la publicidad de un auto de 1000 kg se afirma que es capaz de alcanzar una velocidad de $108 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ en 10 s, partiendo del reposo. ¿Qué fuerza deberá ejercer el motor?

COMPRENSIÓN. De acuerdo con la segunda ley de Newton, al ejercer el motor una fuerza sobre el auto, este se moverá con movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

DATOS. $m = 1000 \text{ kg}$; $v_0 = 0$; $v = 108 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 30,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $t = 10 \text{ s}$

RESOLUCIÓN. Calculamos la aceleración, considerando que el auto sigue un MRUA:

$$v = v_0 + a t \Rightarrow a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{30,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{10 \text{ s}} = 3,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Y si aplicamos la ecuación fundamental de la dinámica, tendremos:

$$\vec{F}_{\text{neta}} = m \vec{a} \Rightarrow F = m a = 1000 \text{ kg} \cdot 3,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = 3,0 \cdot 10^3 \text{ N}$$

COMPROBACIÓN. El valor obtenido para la fuerza es razonable, así como la aceleración.

Y TAMBIÉN:



En el caso de un sistema de dos partículas, la conservación del momento lineal se expresa de la siguiente forma:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}'_1 + m_2 \vec{v}'_2$$

donde $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ son las velocidades iniciales de las dos partículas y $\vec{v}'_1, \vec{v}'_2$ sus velocidades finales.

Conservación del momento lineal

De la segunda ley de Newton podemos deducir uno de los principios de conservación más importantes y generales de la física. El principio de conservación del momento lineal establece que:

Si sobre un objeto o sistema no actúa ninguna fuerza (externa) neta o resultante, su momento lineal permanecerá constante.

En efecto: $\vec{F}_{\text{neto}} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = 0 \Rightarrow \vec{p} = \text{cte.}$

Este principio tiene una gran aplicabilidad en muchas áreas de la física. Así, por ejemplo, es utilizado en los grandes aceleradores de partículas al estudiar las colisiones entre estas, donde ceden todo o parte de su momento lineal unas a las otras mientras el momento total se mantiene constante, como se observa también en los choques entre bolas de billar.

Impulso mecánico

Es una magnitud física que relaciona la fuerza neta que se ejerce sobre una partícula con el tiempo que está actuando. Se deduce de la segunda ley de Newton de la siguiente manera:

- El **impulso (mecánico)** comunicado a una partícula se emplea en modificar su momento lineal. Su unidad en el SI es el $\text{N} \cdot \text{s}$ o el $\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.
- El **impulso** es útil en aquellos casos en los que una fuerza intensa actúa durante un tiempo muy corto sobre una partícula; por ejemplo, el golpeo de una raqueta a una pelota de tenis.

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \Leftrightarrow \vec{I} = \vec{F} \Delta t = \Delta \vec{p}$$

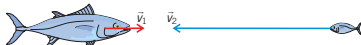
Ejemplo 10

Un pez de 6,000 kg se desplaza a $0,40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ cuando se traga otro pez de 250 g, que se mueve en la misma dirección y en sentido contrario a $1,60 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. ¿Qué velocidad tendrá el pez grande justo después de engullir al pequeño?

COMPRENSIÓN. En el momento en que el pez grande se come al chico, tiene lugar una colisión entre dos cuerpos donde no interviene fuerza externa alguna, por lo que el momento lineal permanecerá constante. Después del choque, la masa total que se desplaza será la suma de las masas de ambos peces.

DATOS. $m_1 = 6,000 \text{ kg}$; $m_2 = 250 \text{ g} = 0,250 \text{ kg}$; $p_1 = 0,40 \text{ i m} \cdot \text{s}^{-1}$;

$v_2 = -1,60 \text{ i m} \cdot \text{s}^{-1}$



RESOLUCIÓN. El momento lineal antes del choque será la suma de los momentos lineales de ambos peces:

$$\vec{p}_0 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (6\,000 \cdot 0,40 \vec{i} - 0,250 \cdot 1,60 \vec{i}) \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1} = 2,0 \vec{i} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Después del choque, el momento lineal será:

$$\vec{p}_f = (m_1 + m_2) \vec{v} = 6\,250 \text{ kg} \cdot \vec{v}$$

como $\vec{p}_f = \vec{p}_0$

$$\Rightarrow 6\,250 \text{ kg} \cdot \vec{v} = 2\,000 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\Rightarrow \vec{v} = 0,32 \text{ ms}^{-1}$$

COMPROBACIÓN. El pez grande se moverá a $0,32 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ en el mismo sentido en que lo hacía. Este resultado es lógico, pues en la colisión pierde parte de su cantidad de movimiento y, por tanto, de su velocidad.

5.3. Tercera ley de Newton

Para efectuar salto de potro, un gimnasta se impulsa gracias a la fuerza que el trampolín ejerce sobre él, que, a su vez, aparece como reacción a la que él realiza sobre el trampolín.

Sabemos que la fuerza recibe también el nombre de interacción, pues requiere de la existencia de dos cuerpos, como mínimo. La tercera ley de Newton, asimismo denominada ley de acción y reacción, se refiere a las interacciones mutuas que se ejercen entre sí; la enunciaremos como sigue:

Cuando un cuerpo A ejerce una fuerza sobre un cuerpo B (llamada **acción**), este responde al cuerpo A ejerciendo una fuerza de igual valor, pero de sentido contrario (llamada **reacción**).

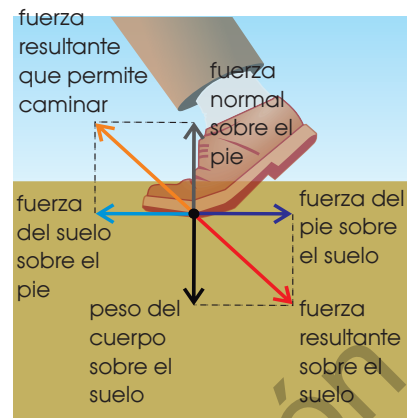


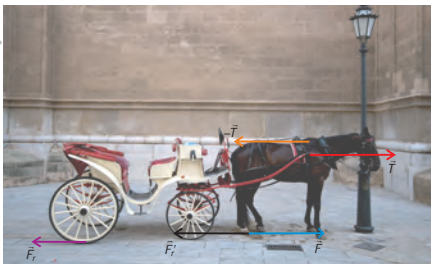
Fig. 20

- La ley de acción y reacción supone que las fuerzas, como resultado de una interacción, actúan siempre por parejas.
- Las fuerzas de acción y reacción aparecen simultáneamente, pero no se anulan entre sí al actuar sobre objetos diferentes; por eso, provocan efectos distintos.
- La tercera ley de Newton explica fenómenos tan cotidianos como, por ejemplo, por qué podemos movernos cuando caminamos, por qué avanzan los aviones o cohetes, por qué rebota una pelota lanzada contra una pared, etc.

Ejemplo 11

Un caballo atado a un carro se niega a tirar de él al hacer el siguiente razonamiento: si yo ejerzo una fuerza sobre el carro, este realizará otra fuerza igual sobre mí y de sentido contrario, dado que ambas fuerzas se contrarrestan, por lo que no podré moverlo nunca. ¿En qué falla el razonamiento del caballo?

En la figura aparecen representadas las fuerzas horizontales sobre el caballo y el carro. Aunque la acción y la reacción ($\vec{T}$ y $-\vec{T}$) existen simultáneamente, se realizan sobre cuerpos distintos. Así pues, la reacción que se ejerce sobre el caballo no tiene ninguna influencia sobre el carro. Lo único que tiene que hacer el caballo es empujar con una fuerza $\vec{F}$ que supere a los rozamientos.



Como ves, es muy importante identificar correctamente las fuerzas que actúan sobre cada cuerpo u objeto, sin mezclar las parejas acción-reacción.

Ejemplo 12

Calculemos la fuerza horizontal con la que un futbolista debe golpear un balón de 350 g de masa para que este se desplace a $20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, sabiendo que el impacto dura 0,10 s.

- ¿Cuál es la fuerza que recibe el pie del futbolista?

COMPRENSIÓN. Sobre el balón existe un impulso mecánico que provoca el aumento de su momento lineal.

DATOS. $m = 0,350 \text{ kg}$; $v_0 = 0$; $v = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $\Delta t = 0,10 \text{ s}$

RESOLUCIÓN. A partir de la relación entre impulso mecánico y variación del momento lineal, podemos determinar la fuerza que ha de ejercerse sobre el balón:

$$\vec{F} \cdot \Delta t = \vec{p} - \vec{p}_0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \vec{F} = \frac{m \Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{0,350 \text{ kg} \cdot 20 \vec{i} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{0,10 \text{ s}} = 70 \vec{i} \text{ N}$$

La fuerza que recibe el pie del futbolista será, de acuerdo con la tercera ley de Newton, de 70 N, y tendrá sentido contrario a la ejercida por él sobre el balón.

COMPROBACIÓN. Observa que la fuerza que se precisa no es demasiado grande, pues el tiempo de impacto es relativamente elevado.

Recuerda que debes ser riguroso en los cálculos necesarios para la RESOLUCIÓN de problemas y en la expresión de los resultados obtenidos.

Y TAMBIÉN:



Es importante que seas cuidadoso a la hora de utilizar la terminología en el caso de la fuerza normal y la fuerza peso. Recuerda que no se trata de un sistema de fuerzas de acción-reacción.

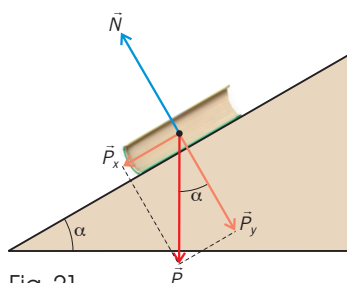


Fig. 21

- Fuerza normal (plano inclinado). La fuerza normal tiene el mismo valor y sentido contrario que la componente del peso perpendicular a la superficie.

- En la figura 17, el libro actúa sobre la mesa con una componente de su peso, que existe independientemente de la mesa.

La mesa es quien actúa sobre el libro por medio de la fuerza normal, como reacción a la acción del libro sobre ella. Debemos tener en cuenta que el peso y la normal no son par de acción y reacción; pero si lo son la fuerza que hace la superficie de la mesa sobre cuerpo, y la fuerza que hace el cuerpo sobre la mesa.

- Cuando la superficie de apoyo es horizontal y sobre el cuerpo no actúa ninguna fuerza vertical más que su peso y la fuerza normal, el valor de ambas fuerzas coincide. Si el cuerpo se encuentra sobre un plano inclinado, el valor de la fuerza normal no es igual a su peso.
- Si no existiese la fuerza normal, el cuerpo atravesaría la superficie sobre la que se apoya, debido a la acción de la gravedad.

6. INTERACCIONES DE CONTACTO

La fuerza normal, tiene un origen microscópico, concretamente en una interacción electro-magnética entre las superficies de contacto entre dos cuerpos. Estas superficies sufren una interacción entre sus electrones, los cuales se rechazan entre sí, por acción de las fuerzas de Coulomb. De esta forma cuando ponemos un libro sobre una mesa horizontal, cerca de la superficie terrestre, las dos superficies se rechazan, pero el libro estará sometido también a una interacción gravitacional, por lo cual quedará en equilibrio. Si este escenario tuviese lugar en el espacio exterior, es decir en microgravedad, tanto la mesa como el libro puestos en contacto, se separarían.

La **fuerza normal** es la fuerza de contacto con la que una superficie tiende a rechazar o repeler un cuerpo apoyado sobre ella. Siempre es perpendicular a dicha superficie de contacto.

Ejemplo 13

Un libro de 2,0 kg de masa se encuentra sobre un plano inclinado, que forma un ángulo de 30° con la horizontal. ¿Cuánto vale la fuerza normal ejercida por el plano? Ver figura 21.

COMPRENSIÓN. Arriba se ha dibujado el diagrama de fuerzas que actúan sobre el libro. Observemos que el peso se descompone en dos componentes: P_x es la componente paralela del peso, y provoca la caída del libro por el plano; P_y es la componente perpendicular del peso, y su efecto es mantener el libro en contacto con la superficie inclinada.

DATOS. $m = 2,0 \text{ kg}$; $\alpha = 30^\circ$; $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

RESOLUCIÓN. Para calcular las dos componentes del peso, hacemos uso de las razones trigonométricas seno y coseno:

$$P_y = m g \cos \alpha = 2,0 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \cos 30^\circ = 17 \text{ N};$$

$$P_x = m g \sin \alpha = 9,8 \text{ N}$$

De acuerdo con la primera y segunda leyes de Newton, puesto que el libro no experimenta desplazamiento en la dirección normal a la superficie, la

fuerza normal será igual a la componente perpendicular del peso:

$$N - P_y = 0 \Rightarrow N = P_y = m g \cos \alpha = 17 \text{ N}$$

COMPROBACIÓN. Los valores obtenidos para P_x y P_y son correctos, pues a partir de ambos podemos calcular el peso del libro. Con dos cifras significativas tenemos:

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2} = \sqrt{(17 \text{ N})^2 + (9,8 \text{ N})^2} = 20 \text{ N};$$

$$m g = 2,0 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = 20 \text{ N}$$

6.2. Fuerza de rozamiento

Podemos definir la fuerza de rozamiento como la fuerza existente entre las superficies de dos objetos que están en contacto, oponiéndose al movimiento relativo entre estos. Sus características, determinadas experimentalmente, son:

- Es paralela a las superficies en contacto y siempre se opone al movimiento relativo de los objetos implicados.
- Es proporcional a la fuerza normal.
- Depende de la naturaleza de dichas superficies, aunque no del área de contacto entre los cuerpos. La naturaleza y rugosidad de las superficies determinan el coeficiente de rozamiento.

La fuerza de rozamiento entre sólidos es el producto del coeficiente de rozamiento y la fuerza normal:

$$F_r = \mu N$$

Debemos distinguir entre dos tipos de fuerza de rozamiento, según el cuerpo esté en movimiento o en reposo sobre cierta superficie:

- **Fuerza de rozamiento estático.** Actúa cuando el cuerpo no se desliza, aunque sobre él exista una fuerza externa, F , por lo que su valor será igual a esta. Si F aumenta, también lo hace la fuerza de rozamiento, alcanzando su valor máximo justo antes de que el cuerpo empiece a deslizarse sobre la superficie:

$$F_{re\text{ máx.}} = \mu_e N, \text{ donde } \mu_e \text{ es el coeficiente de rozamiento estático.}$$

- **Fuerza de rozamiento dinámico.** Actúa a partir del momento en que el cuerpo se desliza sobre la superficie. Su valor depende del coeficiente de rozamiento dinámico (μ_d) y no de la velocidad de deslizamiento:

$$F_{rd} = \mu_d N$$

Para dos superficies cualesquiera, el coeficiente de rozamiento estático es siempre mayor que el dinámico.

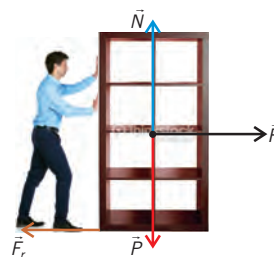


Fig. 18

- **Fuerza de rozamiento**
La fuerza de rozamiento se opone al movimiento relativo de las superficies de dos objetos que están en contacto.

TIC

Observa el siguiente enlace para que simules la caída de un cuerpo en un plano inclinado con rozamiento.
<https://goo.gl/jZdNP9>

Ejemplo 14

Consideremos el caso del ejemplo 13, donde ahora existe rozamiento entre el libro y el plano inclinado, siendo 0,20 y 0,10, respectivamente, los coeficientes de rozamiento estático y dinámico. Razona si el bloque comienza a deslizarse y, en caso afirmativo, calcula con qué aceleración lo hará. ¿Cómo determinarías experimentalmente el valor del coeficiente de rozamiento estático?

COMPRENSIÓN. El libro comenzará a moverse siempre que P_x sea mayor o igual que la fuerza de rozamiento estático. Una vez en movimiento, entrará en acción la fuerza de rozamiento dinámico.

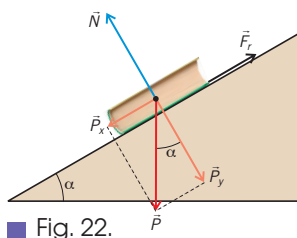


Fig. 22.

Como $P_x > F_{re}$, el libro comenzará a deslizarse por el plano inclinado. Para calcular con qué aceleración lo hará, aplicamos la segunda ley de Newton:

$$P_x - F_{rd} = m a \Rightarrow a = \frac{P_x - \mu_d m g \cos \alpha}{m} = 4,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Para determinar experimentalmente el valor de μ_e , colocamos el libro sobre una superficie horizontal y la inclinamos poco a poco; cuando comience a resbalar, se cumplirá que:

$$P_x = F_{re} \Rightarrow m g \sin \alpha = \mu_e m g \cos \alpha \Rightarrow \mu_e = \tan \alpha$$

Así, midiendo la inclinación con un transportador, podemos calcular el valor del coeficiente μ_e .

COMPROBACIÓN. El resultado para la aceleración es coherente, pues podemos calcular que el libro caería con una aceleración de $4,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ en caso de no existir rozamiento.

DATOS. $m = 2,0 \text{ kg}$; $\alpha = 30^\circ$; $\mu_e = 0,20$; $\mu_d = 0,10$

RESOLUCIÓN. Hallamos la componente horizontal del peso:

$$P_x = m g \sin \alpha = 2,0 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \sin 30^\circ = 9,8 \text{ N}$$

Por otra parte, la fuerza de rozamiento estático será:

$$F_{re} = \mu_e N = \mu_e P_y = \mu_e m g \cos \alpha = 3,4 \text{ N}$$

TEN EN CUENTA QUE:

El peso máximo que puede soportar un ascensor (y que aparece siempre indicado) coincide con la tensión máxima que puede existir, con seguridad, en los cables de acero que lo sostienen.



Fig. 23

- Tensión en cuerdas y cables
La fuerza ejercida sobre el extremo de la cuerda se transmite por ella y permite el avance de la caja.

6.3. Cuerpos enlazados: tensión

En la vida cotidiana empleamos cables o cuerdas para transmitir fuerzas de un punto a otro: grúas, poleas, ascensores...

La **tensión** es la fuerza que se transmite a lo largo de una cuerda o cable cuando se ejerce una fuerza sobre uno de sus extremos.

Fíjate en la imagen de la izquierda. Cuando ejercemos una fuerza en el extremo de una cuerda (o cable), en realidad, estamos intentando separar las partículas (átomos y moléculas) que la forman; como están fuertemente unidas entre sí, entonces la fuerza ejercida sobre el extremo se transmite con el mismo valor a lo largo de la cuerda, de modo que actuará sobre el objeto al que está unida, provocando su movimiento. Esta fuerza es la **tensión**.

- Al realizar diagramas de fuerzas, debemos recordar que la tensión que se transmite por cuerdas y cables siempre tira del objeto al que están unidos. Es lo que sucede cuando un cuerpo en movimiento, unido a otro mediante una cuerda, provoca el desplazamiento de este último.
- En muchas ocasiones, por simplicidad, se considera que las cuerdas o cables son inextensibles y de masa despreciable: aunque al ejercer una fuerza sobre ellos siempre se producirá una deformación, esta es muy pequeña en comparación con la longitud de la cuerda; asimismo, tienen una masa mucho menor que la de los cuerpos a los que están unidos.
- Cuando la fuerza con que se tira de una cuerda o cable es mayor que la máxima tensión que es capaz de soportar, la cuerda o el cable se rompe.
- No existen fórmulas específicas para calcular la tensión: se determina de modo indirecto a partir de la aplicación de la segunda ley de Newton.

Ejemplo 15

Una grúa levanta un contenedor de 800 kg con una aceleración de $0,50 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Determinemos: a. la tensión que soporta el cable; b. la altura al cabo de 2 s, considerando que su movimiento comienza en el suelo; c. la tensión del cable si el contenedor sube con velocidad constante.

COMPRESIÓN.

Observemos que la tensión tiene el mismo sentido que el movimiento del contenedor, mientras que su peso tiene sentido contrario.

DATOS. $m = 800 \text{ kg}$; $a = 0,50 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$; $t = 2 \text{ s}$; $y_0 = 0$; $v_0 = 0$; $v = \text{cte}$.

RESOLUCIÓN. a. Si aplicamos la segunda ley de Newton al movimiento del contenedor, tendremos que:

$$\begin{aligned}\vec{F}_{\text{net}} &= m \vec{a} \Rightarrow T - P = m a \Rightarrow \\ \Rightarrow T &= P + m a = m g + m a = m (g + a) = \\ &= 800 \text{ kg} \cdot (9,8 + 0,5) \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = 8,2 \cdot 10^3 \text{ N}\end{aligned}$$

- b. La segunda ley de Newton muestra que, cuando un objeto está sometido a la acción de una fuerza neta, entonces su movimiento será uniformemente acelerado en la misma dirección e igual sentido de dicha fuerza. Así pues:

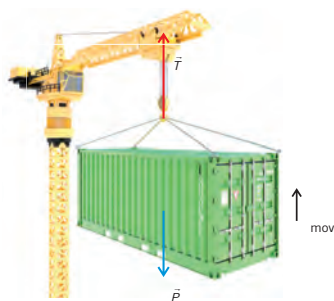


Fig. 24

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,50 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot (2 \text{ s})^2 = 1 \text{ m}$$

- c. Si el contenedor sube con velocidad constante, su aceleración será nula; aplicando de nuevo la segunda ley de Newton, tendremos que:

$$\begin{aligned}\vec{F}_{\text{net}} &= m \vec{a} \Rightarrow T - P = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow T &= P = m g = 800 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = 7,8 \cdot 10^3 \text{ N}\end{aligned}$$

El valor de la tensión es mínimo cuando el contenedor sube con velocidad constante.

COMPROBACIÓN. Observemos que se necesita una fuerza mayor si se pretende subir el contenedor con una cierta aceleración que haciéndolo con velocidad constante. Por ello, las grúas suelen elevar las cargas muy poco a poco.

6.4. Fuerzas elásticas: ley de Hooke

Los objetos **elásticos** son aquellos que se deforman debido a la acción de una fuerza (por ejemplo, un muelle o una pelota de caucho), pero recuperan su forma inicial una vez que cesa esta. Fue el científico inglés Robert Hooke (1635-1703) quien estableció de manera experimental las características de esta fuerza cuando su valor no es excesivamente grande:

- La deformación de un objeto elástico es directamente proporcional a la fuerza que se ha ejercido sobre él.
- De acuerdo con la tercera ley de Newton, la fuerza elástica con que este objeto responde a la fuerza que lo deforma tiene siempre sentido contrario a la deformación.

De esta manera, si F_{el} es la fuerza elástica y x es la deformación del objeto elástico como consecuencia de la acción de una fuerza externa, la ley de Hooke toma la siguiente forma:

$$\vec{F}_{el} = -k \vec{x}$$

El signo negativo nos indica que la fuerza elástica se opone a la fuerza externa (a la deformación).

En esta expresión, k es la **constante elástica**, cuyo valor nos da idea de la resistencia que opone el objeto elástico a ser deformado: cuanto mayor sea este valor, más difícil resultará deformar el objeto; esto es, más rígido será. Su unidad en el SI es el $N \cdot m^{-1}$.

La ley de Hooke explica el funcionamiento de los **dinamómetros**, aparatos que sirven para medir fuerzas. Están formados por un muelle o resorte de constante elástica conocida junto con una escala graduada que marca la fuerza con que se ha deformado el muelle, en función de su elongación.

TEN EN CUENTA QUE:

Si se somete un objeto elástico a una deformación muy grande, la fuerza elástica ya no es proporcional a la deformación (no se cumple la ley de Hooke), incluso puede sobrepasarse el llamado *límite elástico*, de modo que el objeto ya no recupera su forma original.

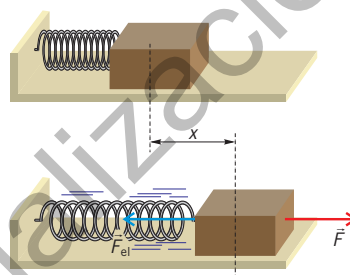


Fig. 25

- Ley de Hooke
La fuerza elástica ejercida por el muelle es proporcional a la deformación, y tiene sentido contrario al de la fuerza que la origina.

1. En la siguiente actividad, te mostramos cómo calcular los valores de la constante elástica de distintos muelles. Procede de la siguiente forma (para familiarizarte con el proceso, puedes ver el video que se muestra en <http://goo.gl/oCQLjn>):

- a. Prepara el montaje experimental de la ilustración: con ayuda de una nuez y de una varilla horizontal, cuelga el muelle del soporte. **usa** otra nuez y una pinza para colocar una regla paralela al muelle.

Coloca en el portapesas las piezas necesarias hasta alcanzar 20 g. ¡Ten en cuenta la masa del portapesas!

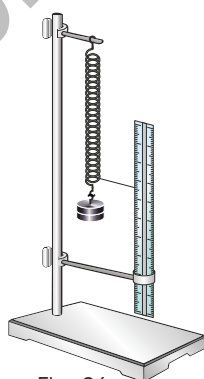


Fig. 26

- b. Para cada una de estas masas, **utiliza** la regla para medir la deformación del muelle, y **anota** dicha medida en una tabla como la que aparece a continuación. Procura que dicha medida sea lo más precisa posible. **Repite** este paso para una masa de 40 g y otra de 60 g.

Masa (g)	Deformación (m)	Constante elástica ($N \cdot m^{-1}$)
20		
40		
60		
Valor medio de la constante elástica ($N \cdot m^{-1}$)		

Tabla 2

- c. Completa la tabla con el cálculo de los valores de la constante elástica y su valor medio. Para ello, aplicamos la condición de equilibrio:

$$\vec{F}_{neta} = m \vec{a} = 0 \Rightarrow P - F_{el} = 0 \Rightarrow m g = k x$$

$$\text{Y despejamos la constante elástica: } k = \frac{m g}{x}$$

- d. Repite el proceso para los otros muelles.

La constante elástica nos da una idea de la rigidez de un muelle.

Razona si los muelles más duros tienen una constante mayor o menor que los muelles más blandos.

Elabora un informe de la práctica: enumera el material empleado, describe el proceso seguido, presenta los resultados y extrae tus conclusiones.

7. DINÁMICA DEL MOVIMIENTO CIRCULAR

UNIFORME

ANÁLIZO Y RESUELVO

En el siguiente enlace, los estudiantes podrán observar el movimiento del cuerpo. Escribe en que sentido de la fuerza se está dirigiendo y por qué.

<https://goo.gl/u75F9A>

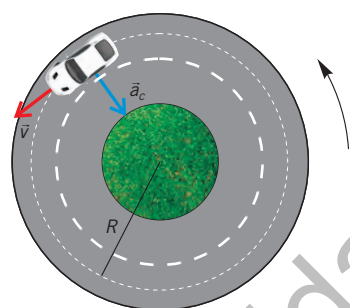


Fig. 27

- **Aceleración centrípeta**
La aceleración centrípeta de un auto que describe un movimiento circular uniforme va dirigida hacia el centro de su trayectoria.

Y TAMBIÉN:

Cuando un objeto gira, aunque lo haga a velocidad constante, está sometido a una aceleración (y, por tanto, a una fuerza).

El movimiento de la Luna alrededor de la Tierra, un auto que describe una rotonda con velocidad constante, el movimiento del electrón en el átomo desde el punto de vista de la física clásica... son todos ejemplos de cuerpos que se mueven con movimiento circular uniforme.

Las características de este movimiento son las siguientes:

- Su trayectoria es una circunferencia de radio R .
- El valor de la velocidad permanece constante, aunque su dirección y sentido cambian constantemente, pues es siempre tangente a la trayectoria.
- La aceleración tangencial es nula, pues el valor de la velocidad no cambia. Sin embargo, sí existe aceleración centrípeta (también llamada aceleración normal o radial), ya que la dirección y el sentido de la velocidad cambian durante el movimiento.

Observa en la ilustración del margen un auto que describe un movimiento circular uniforme de radio R . Su velocidad es tangente a la trayectoria (cambia de dirección constantemente) y la consiguiente aceleración centrípeta está dirigida hacia el centro de la circunferencia.

Esta aceleración depende de la velocidad del auto y del radio de la circunferencia que describe; su valor aumentará cuanto mayor sea la velocidad y menor el radio:

$$a_c = \frac{v^2}{R}$$

A partir de esta expresión, podemos deducir que, si un auto toma una curva cerrada (su radio R es pequeño), deberá hacerlo a una velocidad no muy elevada, pues, en caso contrario, el rozamiento entre las ruedas y el asfalto no sería capaz de generar la aceleración centrípeta necesaria para impedir que se salga de la curva en la dirección tangente.

Si la curva es abierta (su radio R , es grande), entonces podrá tomarse a mayor velocidad, pues la aceleración centrípeta es inversamente proporcional al radio.

Esta es la razón de la existencia de señales de tráfico que limitan la velocidad permitida en la entrada de las curvas cerradas. Estas velocidades son determinadas por ingenieros que tienen en cuenta las características de la vía.

Si reflexionamos sobre las consecuencias que, para uno mismo y para los demás, puede tener el hecho de no respetar tales señales, concluiremos que las normas de circulación son normas de convivencia que debemos respetar.

7.1. Fuerza centrípeta

Hemos visto que, cuando un objeto describe un movimiento circular uniforme, está sometido a una aceleración dirigida hacia el centro de su trayectoria, llamada aceleración normal o centrípeta. En este caso, la segunda ley de Newton establece la existencia de una fuerza neta sobre el objeto, que recibe el nombre de fuerza centrípeta. Así pues, podemos concluir que:

La **fuerza centrípeta** es la fuerza neta ejercida sobre un objeto que describe un movimiento circular. Va dirigida desde el objeto hacia el centro de su trayectoria circular.

Así, la función de la fuerza centrípeta es impedir que el cuerpo que gira se escape de su trayectoria en la dirección y el sentido de su velocidad. Su existencia puede deberse a diversas causas:

- Para un objeto atado a una cuerda que gira horizontalmente, la fuerza centrípeta es proporcionada por la tensión de la cuerda. Si gira verticalmente, la fuerza centrípeta es proporcionada por la composición de la tensión de la cuerda y el peso del objeto.
- En el caso, por ejemplo, del giro de la Tierra alrededor del Sol, la fuerza centrípeta es proporcionada por la fuerza de atracción gravitatoria entre ambos.
- En el caso de un auto que describe una curva, la fuerza centrípeta es proporcionada por la fuerza de rozamiento.

ANÁLIZO Y RESUELVO

Responde verdadero o falso a las siguientes cuestiones:

- En un m.c.u. la fuerza centrípeta se orienta hacia el centro de la circunferencia que describe su trayectoria.
- La fuerza centrípeta es una fuerza en sí misma.
- La fuerza centrípeta no depende de la masa del cuerpo sobre la que actúa.
- La fuerza centrípeta es una fuerza que únicamente se considera en movimientos curvos.

Ejemplo 16

Del techo de un vehículo cuelga una cuerda de la que se encuentra suspendido un objeto de 900 g, de modo que, cuando el vehículo toma una curva a $38,0 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, la cuerda se desvía 6° de la vertical. Calculemos el radio de la curva y la tensión de la cuerda.

COMPRENSIÓN. El objeto describe la curva junto al vehículo, por lo que está sometido a una fuerza centrípeta ejercida por la componente horizontal de la tensión de la cuerda.

DATOS. $m = 900 \text{ g} = 0,900 \text{ kg}$; $v = 38,0 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 10,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $\alpha = 6^\circ$

RESOLUCIÓN. En la dirección vertical, el peso será igual a la componente vertical de la tensión, T_y . Podemos calcular entonces la tensión que soporta la cuerda:

$$P = T_y \Rightarrow m g = T \cos \alpha \Rightarrow T = \frac{m g}{\cos \alpha} = 8,9 \text{ N}$$

En la dirección horizontal, la fuerza centrípeta deberá ser igual que la componente horizontal de la tensión, T_x :

$$F_c = T_x \Rightarrow m \frac{v^2}{R} = T \sin \alpha$$

Por tanto, el radio de la curva que ha tomado el vehículo será:

$$R = \frac{m v^2}{T \sin \alpha} = \frac{0,900 \text{ kg} \cdot (10,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})^2}{8,9 \text{ N} \cdot \sin 6^\circ} = 1,1 \cdot 10^2 \text{ m}$$

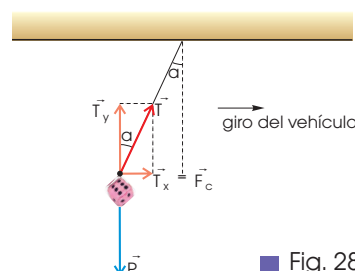


Fig. 28

COMPROBACIÓN. La tensión que soporta la cuerda es algo mayor que el peso del objeto, pues este apenas se desvía. La fuerza centrípeta tiene un valor no muy elevado (0,9 N), de lo que deducimos que la curva que toma el auto es muy abierta (elevado radio).

8. DINÁMICA DE ROTACIÓN

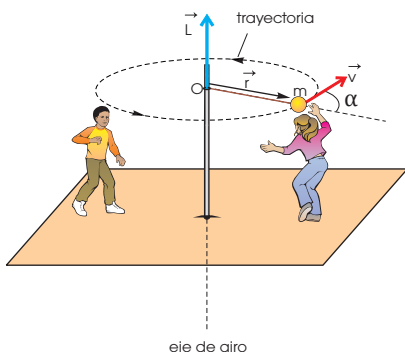


Fig. 29

- Momento angular de una partícula que gira respecto a un punto O

Existen muchos fenómenos naturales en los que un cuerpo realiza movimientos de rotación: la Tierra, las ruedas, las poleas y los engranajes... Todos estos movimientos se inician gracias a la acción del momento de una fuerza, el cual produce un cambio en la velocidad angular (de la misma manera que las fuerzas generan cambios en la velocidad lineal de un cuerpo).

Una vez que, por ejemplo, una rueda se encuentra en rotación, su tendencia es la de seguir girando con MCU (al igual que la tendencia de un cuerpo que se desplaza es la de mantener un MRU, de acuerdo con la primera ley de Newton). Este hecho pone en evidencia la existencia de una magnitud similar al momento lineal, pero relacionada con el movimiento de rotación. Esta magnitud es el **momento angular o cinético**.

8.1. Momento angular

Considera una partícula de masa m y velocidad v que gira en torno a un eje que se encuentra a una distancia r . El **momento angular de la partícula** con respecto al punto O se designa por $\vec{L}$, y es una **magnitud vectorial** con las siguientes características:

- Su **módulo** es proporcional a la distancia r , al momento lineal de la partícula p y al seno del ángulo que forman ambos:

$$L = r p \sen \alpha = r m v \sen \alpha$$

Su unidad en el SI es el $\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$.

- Su **dirección** es perpendicular al plano que forman los vectores $\vec{r}$ y $\vec{v}$.
- Su **sentido** viene determinado por la regla del sacacorchos; es decir, por el sentido de avance de un sacacorchos que gira desde el vector $\vec{r}$ hacia el vector $\vec{v}$, coincidiendo el origen de ambos y por el camino más corto. Así, el momento angular está dirigido hacia arriba, cuando el giro es antihorario, y hacia abajo, cuando es horario.

Ejemplo 17

Una niña de 30 kg de masa se halla subida a un caballito situado justo en el borde de un carrusel de 3,0 m de diámetro. Hallemos su momento angular (con respecto al eje de giro) mientras el carrusel gira a 85 r.p.m.

COMPRENSIÓN. La niña posee momento angular porque gira a una distancia no nula del eje de giro, que, en este caso, es igual al radio del carrusel.

DATOS. $m = 30 \text{ kg}$; $r = 1,5 \text{ m}$; $\omega = 85 \text{ r.p.m.} = 8,9 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$; $\alpha = 90^\circ$

RESOLUCIÓN. El momento angular es perpendicular al plano del tiervo, y su sentido viene indicado en la figura. Teniendo en cuenta que $v = \omega r$:

$$L = r m v \sen \alpha = r^2 m \omega \sen 90^\circ = 1,5^2 \text{ m}^2 \cdot 30 \text{ kg} \cdot 8,9 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} = 6,0 \cdot 10^2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$$

COMPROBACIÓN. Observemos que, al tratarse de un MCU, $\vec{r}$ y $\vec{v}$ son perpendiculares, por lo que $\sen \alpha = 1$ y el momento angular alcanza su máximo valor posible.

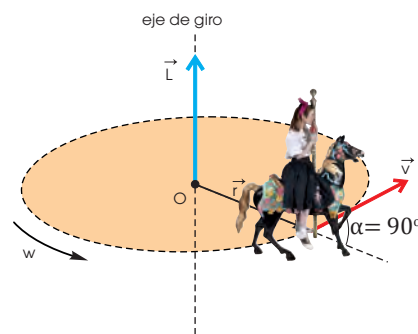


Fig. 30

8.2. Relación entre el momento de una fuerza y el momento angular

¿Cómo variará el momento angular de una partícula que gira de manera que cambia el módulo de su velocidad conforme avanza el tiempo? De acuerdo con lo explicado previamente, dicha variación tendrá lugar de la siguiente manera:

$$\frac{\Delta L}{\Delta t} = r \frac{\Delta p}{\Delta t} \sin \alpha$$

En la expresión anterior, hemos considerado, por simplicidad, que el ángulo que forman los vectores $\vec{r}$ y $\vec{v}$ es siempre el mismo.

Ahora bien, conforme a la segunda ley de Newton, el cambio en el tiempo del momento lineal es debido a la acción de una fuerza neta sobre el cuerpo:

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \Rightarrow F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

Sustituyendo este resultado en la ecuación anterior, se deduce que el ritmo de variación del momento angular de un cuerpo es igual al momento M de la fuerza aplicada sobre él:

$$\frac{\Delta L}{\Delta t} = r F \sin \alpha = M$$

Es decir, hemos llegado a la siguiente conclusión:

Cuando existe un momento de fuerza sobre una partícula, entonces su momento angular cambia conforme transcurre el tiempo.

Esta conclusión está de acuerdo con lo que hemos estudiado: el momento angular es la magnitud que caracteriza a cualquier partícula que esté girando. Observa, además, que el momento de una fuerza y el momento angular están relacionados exactamente de la misma manera en que lo están la fuerza y el momento lineal en la segunda ley de Newton.

La siguiente tabla muestra la relación entre las magnitudes lineales y angulares. Fíjate en que ambos tipos de magnitudes están siempre relacionadas a través de r , que es la distancia entre la partícula y el eje de giro:

Magnitudes angulares	Magnitudes lineales
Ángulo descrito (rad): $\Delta\varphi$	Distancia recorrida (m): $\Delta s = r \Delta\varphi$
Velocidad angular (rad · s ⁻¹): ω	Velocidad lineal (m · s ⁻¹): $v = \omega r$
Aceleración angular (rad · s ⁻²): α	Aceleración tangencial (m · s ⁻²): $a_t = \alpha r$
Momento angular de una masa puntual (kg · m ² · s ⁻¹): $L = r m v \sin \alpha = r p \sin \alpha$	Momento lineal (kg · m · s ⁻¹): $p = m v$
Momento de una fuerza (N · m) y ecuación fundamental de la dinámica de rotación: $M = \frac{\Delta L}{\Delta t}$	Fuerza (N) y ecuación fundamental de la dinámica: $F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$

ANÁLIZO Y RESUELVO



Analiza y responde de manera adecuada.

El momento angular inicial es el producto del _____ por la _____

Y TAMBIÉN:



En el caso de un cuerpo extenso discreto, formado por n partículas, su momento angular total será la suma de los momentos angulares con respecto al punto de giro O de todas las partículas que lo integran:

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^n \vec{L}_i$$

Si suponemos que el movimiento de cada partícula es circular, se cumple que:

$$L_i = m_i r_i v_i \sin 90^\circ = m_i r_i v_i = m_i r_i^2 \omega$$

$$L = \sum_{i=1}^n L_i = \omega \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 = I \omega$$

A la magnitud escalar:

$$I = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2$$

se le llama momento de inercia del cuerpo con respecto al eje de giro.

Su valor depende del eje de giro y de la distribución de masa del cuerpo con respecto a dicho eje. Así, por ejemplo, el momento de inercia de un anillo de masa M y radio R que gira en torno a un eje que pasa por su centro y es perpendicular al anillo, es $I = MR^2$; es decir, coincide con el de una partícula. Esta expresión también es válida para un cilindro hueco que gira alrededor de su eje, pero no lo es para otros cuerpos como, por ejemplo, varas, discos, cilindros macizos o esferas.

ANÁLIZO Y RESUELVO



Para que el momento de las fuerzas exteriores aplicadas sea cero y se conserve el momento angular, debe cumplirse una de las dos condiciones, busca en la web y escribe cuales son estas condiciones.



<http://goo.gl/V4Uj43>

- Conservación del momento angular
La patinadora consigue girar con mayor rapidez sobre sí misma plegando los brazos sobre su cuerpo.

8.3. Conservación del momento angular

Del mismo modo que ocurre con el momento lineal, es inmediato deducir un teorema de conservación para el momento angular:

Si el momento resultante, respecto a un punto O , de las fuerzas aplicadas a una partícula es nulo, el momento angular de la partícula respecto al punto O se conserva (permanece constante).

En efecto, sabemos que, si sobre una partícula existe un momento de fuerza, su momento angular cambia conforme transcurre el tiempo:

$$M = \frac{\Delta L}{\Delta t}$$

Lógicamente, si $M = 0$, entonces se cumplirá que:

$$\frac{\Delta L}{\Delta t} = 0 \Rightarrow L = \text{cte.}$$

La ley de conservación del momento angular es una de las leyes fundamentales de la naturaleza. Es válida en todos los ámbitos, desde el microscópico (por ejemplo, el momento angular de un electrón es constante) hasta el macroscópico, en que encontramos multitud de situaciones donde se cumple este principio:

- Cuando una patinadora sobre hielo gira sobre sí misma, si pliega los brazos hacia su cuerpo, disminuye la distancia entre estos y el eje de giro (que es su cuerpo), por lo que su velocidad angular debe aumentar para que su momento angular permanezca constante.
- Lo mismo sucede con los saltadores de trampolín, que pliegan sobre su cuerpo piernas y brazos para lograr girar durante su caída.

Ejemplo 18

Un aro de masa m y radio R está girando con velocidad angular ω_0 alrededor de un eje sin rozamiento. Cae sobre otro aro exactamente igual, inicialmente en reposo sobre el mismo eje. Debido al rozamiento superficial, los dos aros adquieren finalmente una velocidad angular común. ¿Cuánto vale dicha velocidad?

COMPRENSIÓN. Cada aro ejerce un momento sobre el otro, pero no existe ningún momento de fuerza externo sobre el sistema compuesto por ambos, por lo que el momento angular total del sistema permanecerá constante.

DATOS. m ; R ; ω_0

RESOLUCIÓN. El momento angular inicial es el del primer aro:

$$L_0 = r m v \sin \alpha = R^2 m \omega_0 \sin 90^\circ = R^2 m \omega_0$$

Cuando ambos giren juntos, el momento angular total final será:

$$L_f = R^2 m \omega + R^2 m \omega = 2 R^2 m \omega$$

Puesto que se conserva el momento angular, igualando ambos momentos angulares y despejando ω , obtenemos:

$$\omega = \omega_0 / 2$$

COMPRENSIÓN. La velocidad angular disminuye al juntarse ambos aros porque el momento angular inicial debe repartirse entre los dos una vez que se unen.

9. LEYES DE KEPLER

¿Por qué los planetas del sistema solar giran en torno al Sol?
¿Cómo es posible que los planetas puedan moverse sin necesidad de un «motor» que los impulse? ¿Hay leyes que expliquen el movimiento de los planetas?

El ser humano lleva formulándose estas preguntas desde hace cientos de años, aunque no se respondieron de forma coherente hasta la irrupción de Kepler y, posteriormente, Newton, como veremos en los dos primeros apartados de la unidad.

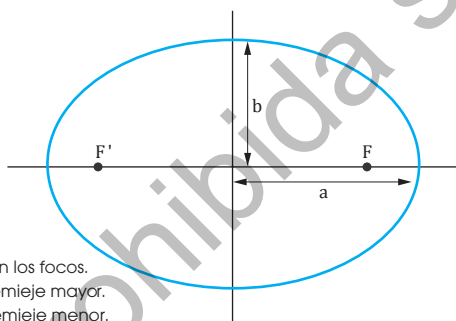
Las leyes de Kepler explican cómo es el movimiento de los planetas alrededor del Sol y son el resultado de minuciosas observaciones realizadas durante muchos años; por este motivo, decimos que son leyes empíricas.

9.1. Ley de las órbitas

Para ajustar los datos recopilados por su maestro Tycho Brahe y buscando la forma de retocar la teoría heliocéntrica de Copérnico para que fuera totalmente compatible con ellos, Kepler desechó la idea de que los planetas seguían trayectorias circulares en su movimiento de rotación alrededor del Sol: si se admitía que la **elipse** era la trayectoria natural de los cuerpos celestes, se obtenía un esquema del sistema solar de gran simplicidad.

Todos los planetas se mueven describiendo órbitas elípticas en torno al Sol, localizado en uno de los focos de la elipse.

Recuerda que una elipse es el lugar geométrico de los puntos del plano cuya suma de distancias a dos puntos fijos, llamados focos, es constante.



F y F' son los focos.
a es el semieje mayor.
b es el semieje menor.

Fig. 31

La primera ley de Kepler permite eliminar todos los epiciclos, deferentes y excéntricos (movimientos circulares de los planetas que se superponen a su movimiento circular en torno al Sol) que era necesario añadir a la teoría de Copérnico o, a fin de que esta se correspondiera con las observaciones realizadas por Brahe. Sin embargo, quedan algunos interrogantes, pues aunque la primera ley de Kepler nos da todas las localizaciones posibles de un planeta, no nos dice:

- Cuándo un planeta estará en una cualquiera de estas posiciones.
- Cómo varía la velocidad del planeta conforme recorre su órbita (cualquier astrónomo contemporáneo de Kepler sabía que el Sol parecía moverse más rápido a través de las estrellas en invierno que en verano, lo cual debía obedecer a alguna explicación lógica que la primera ley de Kepler no aporta). Estas preguntas llevaron a Kepler a seguir estudiando las tablas de datos astronómicos recopiladas por él y por su maestro Tycho Brahe. De este estudio y de su obsesión por los números, dedujo las dos leyes que siguen a continuación.

Y TAMBIÉN: ¿?

El movimiento circular uniforme era considerado, desde los griegos hasta el siglo XVI, como el movimiento naturalmente perfecto de los cuerpos celestes. Todos los demás movimientos se consideraban «violentos».

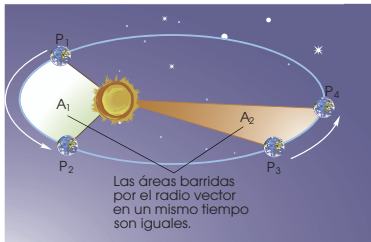


Fig. 32

- Trayectoria elíptica de un planeta alrededor del Sol, ilustrando la segunda ley de Kepler

ANÁLIZO Y RESUELVO

La excentricidad e de una curva nos indica cuantitativamente cuánto se desvía su forma de la de una circunferencia (cuya excentricidad es 0). La excentricidad de una elipse esta comprendida entre cero y uno, busca en la web la forma de calcular y escríbela.

TIC

¿Qué es la *velocidad areolar*? Ayúdate de la siguiente simulación para entender perfectamente su significado:

Visita:

<http://goo.gl/X2XHf4>

9.2. Ley de las áreas

Kepler necesitaba la relación matemática entre las velocidades de un planeta en dos posiciones distintas de su órbita, con el fin de determinar el movimiento del planeta de una forma sencilla. Para intentar encontrar tal relación, analizó con detenimiento el enorme volumen de datos de que disponía y partió de tres hipótesis para deducir una ley general. Asombrosamente, llegó a un resultado correcto a partir de tres premisas incorrectas, como veremos a continuación:

- En **primer lugar**, consideraba que entre el Sol y cada planeta debía existir una fuerza atractiva inversamente proporcional a la distancia de separación entre ambos.

De acuerdo con las ideas aristotélicas imperantes en la época, la velocidad del planeta era proporcional a la fuerza que lo impulsaba, esto es, inversamente proporcional a la distancia. Así, el tiempo que tardaba un planeta en recorrer una pequeña distancia a lo largo de su trayectoria era proporcional a su distancia al Sol.

- En **segundo lugar**, para calcular el tiempo que tarda un planeta en cubrir una distancia grande (durante la cual cambia la distancia entre este y el Sol), consideró que había que sumar todas las distancias entre el planeta y el Sol para cada uno de los pequeños arcos que componen este gran recorrido.

La suma de estas distancias es igual al área barrida por la línea trazada desde el Sol hasta el planeta, de modo que el tiempo que tarda un planeta en recorrer una determinada distancia es proporcional al área barrida por la línea planeta-Sol.

- En **tercer lugar**, consideró que las órbitas de los planetas eran circulares. Aunque realmente esta aproximación no era necesaria, es bastante aceptable para casi todas las órbitas planetarias.

A partir de las tres hipótesis anteriores, llegó a la siguiente conclusión:

El vector de posición de un planeta con respecto al Sol barre áreas iguales en intervalos de tiempo iguales.

La Tierra está más cerca del Sol durante el invierno boreal (en el hemisferio norte) que en verano. Tanto enero como julio tienen 31 días. ¿En cuál de esos meses recorre la Tierra mayor distancia en su trayectoria? Justifica tu respuesta.

COMPRENSIÓN. Debemos comparar la velocidad de la Tierra en dos tramos distintos de su trayectoria, que recorre en un mismo tiempo.

DATOS. $t = 31$ días; $d_{T-S}(\text{invierno}) < d_{T-S}(\text{verano})$

RESOLUCIÓN. De acuerdo con la segunda ley de Kepler, el vector de posición de la Tierra barre áreas iguales en intervalos de tiempo iguales. Por ello, la Tierra se mueve más rápido cuando está cerca del Sol (en enero) que cuando está lejos (en julio).

COMPROBACIÓN. La conclusión obtenida está de acuerdo con la simple observación.

9.3. Ley de los períodos

A pesar de haber enunciado las dos leyes anteriores, Kepler aún no se encontraba del todo conforme, pues no había hallado ninguna relación entre los movimientos de los distintos planetas: cada uno parecía tener su órbita elíptica propia y su propia velocidad, pero no existía un modelo general para todos ellos.

Convencido como estaba de que debía existir una relación matemática entre las características del movimiento planetario, y después de muchos años de profundo análisis de los datos recopilados por Tycho Brahe, llegó a una relación entre el período de cada planeta (tiempo que tarda en describir una órbita completa alrededor del Sol) y el radio medio de su órbita (en el caso de una órbita elíptica, el semieje mayor de la elipse):

El cuadrado del período de revolución de un planeta alrededor del Sol es proporcional al cubo del semieje mayor de la elipse que describe en su movimiento.

Matemáticamente, la **tercera ley de Kepler** puede expresarse de la siguiente manera:

$$T^2 = k r^3$$

donde T es el período de revolución del planeta, r es el semieje mayor de la elipse que describe y k es una constante que tiene el mismo valor para todos los planetas. Podemos hacer algunas observaciones a esta ley:

- Si consideramos, por simplicidad, que la trayectoria de un planeta es circular, entonces r será el radio. Esta aproximación es razonablemente válida para casi todos los planetas del sistema solar.
- La ley de los períodos puede utilizarse para calcular el valor del período de un planeta si se conoce su radio orbital, o viceversa, comparándolos con el radio y el período de un determinado planeta (por ejemplo, la Tierra).

Y TAMBIÉN:



Las leyes de los períodos y de las áreas fueron enunciadas en 1618, mientras que la de las órbitas lo fue en 1609. Kepler necesitó casi una década de estudio de la ingente información astronómica de que disponía para poder llegar a ellas.

Ejemplo 20

El radio orbital de Júpiter es, aproximadamente, cinco veces mayor que el radio orbital de la Tierra en torno al Sol. Razonemos cómo estarán relacionados los períodos de revolución alrededor del Sol de ambos planetas. Consideremos que describen órbitas circulares.

COMPRENSIÓN. El período de un planeta y su radio orbital están relacionados de manera sencilla por la tercera ley de Kepler. La constante que aparece en la ecuación es la misma para ambos planetas.

DATOS. $r_J = 5 r_T$

RESOLUCIÓN. Si aplicamos la tercera ley de Kepler a la Tierra, obtenemos: $T_T^2 = k r_T^3$

Si procedemos de igual manera con Júpiter, resultará que: $T_J^2 = k r_J^3$

Como la constante que aparece en la tercera ley de Kepler es la misma para la Tierra y Júpiter, si calculamos el cociente de ambas expresiones podemos deducir cómo estarán relacionados los períodos de revolución de los dos planetas:

$$\frac{T_J^2}{T_T^2} = \frac{r_J^3}{r_T^3} \Rightarrow \frac{T_J}{T_T} = \left(\frac{r_J}{r_T} \right)^{3/2} = 5^{3/2} = 11$$

De la relación anterior, deducimos que el período de revolución de Júpiter en torno al Sol es once veces mayor que el período orbital de la Tierra.

COMPROBACIÓN. Si consideramos que el período de revolución de la Tierra alrededor del Sol es de un año, entonces Júpiter tardará once años en completar su órbita en torno al Sol. El resultado es lógico si pensamos que cuanto mayor sea la distancia entre el Sol y el planeta, mayor tiempo necesitará este para describir su órbita.

Recuerda ser riguroso en los cálculos y en la expresión de los resultados.

10. INTERACCIÓN GRAVITATORIA

Y TAMBIÉN:



Para aplicar la ley de gravitación universal a cuerpos con cierto volumen, como la Tierra y la Luna, supondremos que toda su masa está concentrada en su centro (**centro de masas o centro de gravedad**), de manera que r es la distancia entre los centros de ambos cuerpos.

Entre la Tierra y el Sol, existe una distancia de varios millones de kilómetros. ¿Cómo es entonces posible que la Tierra lleve millones de años orbitando en torno a él? Fue Newton quien postuló la existencia de una fuerza a distancia que explica dicho movimiento, a la que llamó **fuerza gravitatoria**.

Con su **ley de gravitación universal**, Newton dio respuesta racional (el porqué) al comportamiento de los planetas descrito por las leyes de Kepler.

10.1. Ley de gravitación universal de Newton

En 1686 el científico inglés Isaac Newton formuló matemáticamente la expresión de la **fuerza de atracción gravitatoria** que se ejercen dos partículas, denominada **ley de gravitación universal**.

Dos partículas materiales cualesquiera del universo **se atraen** entre sí con una **fuerza directamente proporcional** al **producto de sus masas** e **inversamente proporcional al cuadrado** de la **distancia** que las separa.

$$\vec{F}_{12} = -G \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2} \vec{u}_{12}; \quad \vec{F}_{21} = -G \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2} \vec{u}_{21}; \quad \vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

De la expresión anterior, podemos extraer algunas conclusiones:

- La **masa** es la propiedad de la materia que origina la existencia de fuerzas gravitatorias atractivas entre los cuerpos.
- El **signo negativo** de la expresión matemática indica que la **fuerza gravitatoria** tiene **sentido contrario** al **vector unitario**: es de **carácter atractivo**.
- La **constante de proporcionalidad**, **G**, o **constante de gravitación universal** tiene el mismo valor en cualquier lugar del universo. Un siglo después de ser enunciada esta ley, Henry Cavendish (1731-1810), con ayuda de una balanza de torsión, determinó experimentalmente su valor. Actualmente se toma el valor $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$.
- Este valor tan pequeño de G explica por qué las fuerzas gravitatorias son de escasa intensidad entre cuerpos de masas relativamente pequeñas y de gran intensidad entre cuerpos de gran masa, como planetas, satélites...

Ejemplo 21

Veamos cómo la fuerza de atracción de dos compañeros de clase de 52 kg y 65 kg, separados por una distancia de 0,8 m, tiene un valor muy pequeño.

COMPRENSIÓN. Entre dos masas existe una fuerza atractiva, llamada fuerza gravitatoria, que depende de dichas masas y de la distancia que las separa.

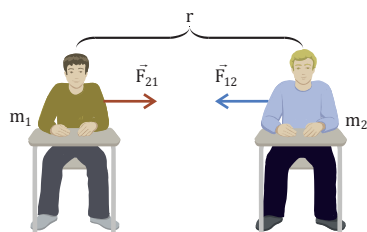


Fig. 33

DATOS: $m_1 = 52 \text{ kg}$; $m_2 = 65 \text{ kg}$; $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$; $r = 0,80 \text{ m}$

RESOLUCIÓN. Aplicamos la expresión matemática de la ley de gravitación universal.

$$F_{12} = F_{21} = F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$F = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \cdot \frac{52 \text{ kg} \cdot 65 \text{ kg}}{(0,80 \text{ m})^2} = 3,5 \cdot 10^{-7} \text{ N}$$

COMPROBACIÓN. La distancia debe ser muy pequeña para que la fuerza gravitatoria sea apreciable.

Fuerza gravitatoria, momento angular y leyes de Kepler

Hemos visto que, para deducir las leyes del movimiento planetario, Kepler consideró que existía una fuerza atractiva entre el Sol y cada planeta. Ahora sabemos que las características de esta fuerza vienen determinadas por la ley de gravitación universal de Newton. La fuerza gravitatoria con que se atraen dos objetos es un ejemplo de fuerza central:

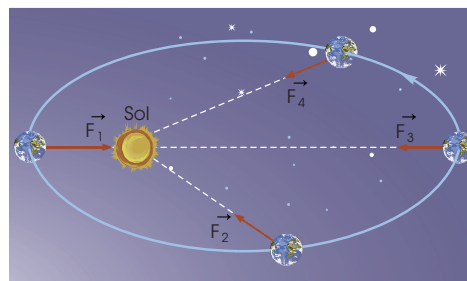


Fig. 34

- La fuerza gravitatoria es una fuerza central.

Una **fuerza central** es aquella que va siempre dirigida hacia un mismo punto o, lo que es lo mismo, aquella que va siempre dirigida a lo largo de la línea que une los objetos que interactúan.

Observa en la figura del margen que la fuerza gravitatoria es paralela al vector de posición del planeta respecto al Sol, por lo que su **momento de fuerza** en relación con el Sol será nulo:

$$M = F r \sin \alpha = F r \sin 180^\circ = 0$$

Finalmente, de acuerdo con el teorema de conservación del momento angular, al ser nulo el momento de la fuerza gravitatoria, deducimos que el momento angular del planeta con respecto al Sol permanecerá constante.

Ahora bien, el **momento angular** es una magnitud vectorial, de manera que si permanece constante deberán ser constantes su módulo, dirección y sentido:

- Consideremos, por simplicidad, que la órbita del planeta es circular. Entonces, si el **módulo** del momento angular es **constante**, se cumple:

$$L = r m v \sin \alpha = r m v \sin 90^\circ = r m v = \text{cte}$$

- Si consideramos el valor del momento angular en el afelio (punto de la órbita más lejano al Sol) y en el perihelio (punto más cercano), entonces:
- La expresión obtenida nos indica que $r_a m v_a = r_p m v_p$

Observa que se trata, exactamente, de la tercera ley de Kepler. La constante de proporcionalidad que en ella aparece depende de G y de la masa del Sol, y no de las características del planeta (Kepler afirmó que la constante debía ser la misma para cualquier planeta del sistema solar).

cuanto más lejos se encuentre el planeta del Sol, menor deberá ser su velocidad (y viceversa). Así queda justificada la **segunda ley de Kepler**.

- Si la **dirección** del momento angular es **constante**, entonces los vectores posición y velocidad del planeta deberán estar siempre en el mismo plano perpendicular a L . Por lo tanto, las órbitas son planas: **cada planeta se mueve siempre en el mismo plano orbital**.
- Si el **sentido** del momento angular es **constante**, el sentido de giro de cada planeta deberá ser siempre el mismo.

Para terminar, podemos deducir la **tercera ley de Kepler** a partir de la ley de gravitación universal de Newton. Es sencillo si tenemos en cuenta que la fuerza de atracción gravitatoria entre el Sol y el planeta es la fuerza centrípeta que mantiene a este en su órbita circular con MCU de período T :

$$F = F_c \Rightarrow G \frac{M_s m}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow v^2 = \frac{GM_s}{r}$$

$$\left(\frac{2\pi r}{T} \right)^2 = \frac{GM_s}{r} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2}{GM_s} r^3$$

10.2. Campo gravitatorio

TIC



Puedes consultar de forma interactiva las características del campo gravitatorio en la siguiente página:

Visita:

<http://goo.gl/pXC6AR>

Si el Sol es capaz de atraer a planetas situados a millones de kilómetros, es porque debe provocar una perturbación en el espacio que lo rodea y que causa una fuerza atractiva, la fuerza de atracción gravitatoria, entre él y los planetas.

Un **campo** es la perturbación que una partícula produce en el espacio que la rodea y que hace que otra partícula de las mismas características se vea afectada por la presencia de la primera.

Observa que las interacciones no tienen lugar directamente entre las partículas, sino entre cada una de ellas y el campo producido por otra.

El **campo gravitatorio** es una perturbación que una partícula genera a su alrededor por el hecho de tener masa, y que actúa sobre cualquier otra masa cercana a ella.

Así, una masa m que se encuentre cerca de otra masa M se hallará dentro del campo gravitatorio generado por esta. Este campo generado en cada punto del espacio (también llamado **intensidad del campo gravitatorio**, $\vec{g}$) se define como la **fuerza gravitatoria** que se ejerce sobre la unidad de masa situada en ese punto.

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{-G \frac{M \cdot m}{r^2} \vec{u}}{m}; \quad \vec{g} = -G \frac{M}{r^2} \vec{u} \Rightarrow g = G \frac{M}{r^2}$$

De la expresión anterior, podemos extraer las siguientes conclusiones:

- El campo gravitatorio tiene carácter vectorial, atractivo y central, esto es, va dirigido hacia la masa que lo crea. Por ello, podemos representarlo gráficamente mediante líneas de fuerza, que son líneas imaginarias que describen el movimiento de una masa sometida al campo gravitatorio. Son radiales, nacen en el infinito y terminan en la masa que crea el campo.
- La unidad en que se expresa es el $\text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$ o $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$: el efecto de un campo gravitatorio sobre una masa es el de acelerarla en dirección a la masa que lo crea.
- Si la masa que crea el campo gravitatorio es la Tierra, entonces hablamos de campo gravitatorio terrestre. Su valor decrece conforme nos alejamos de ella.

El valor de la aceleración debida al campo gravitatorio que la Tierra crea a su alrededor es de $9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, solo para zonas muy cercanas a la superficie de la Tierra.

Ejemplo 22

Comparemos los valores del campo gravitatorio terrestre en el polo norte y en el ecuador. Las distancias de ambos puntos al centro de la Tierra son, respectivamente, 6357 y 6378 km.

COMPRENSIÓN. El campo gravitatorio terrestre en la superficie depende de la masa de la Tierra y de la distancia a su centro.

DATOS. $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $r_1 = 6,357 \cdot 10^6 \text{ m}$; $r_2 = 6,378 \cdot 10^6 \text{ m}$; $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

RESOLUCIÓN. Los valores del campo gravitatorio terrestre en ambos puntos serán:

$$g_1 = G \frac{M_T}{r_1^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \cdot \frac{5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{(6,357 \cdot 10^6 \text{ m})^2} = 9,87 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$g_2 = G \frac{M_T}{r_2^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \cdot \frac{5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{(6,378 \cdot 10^6 \text{ m})^2} = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

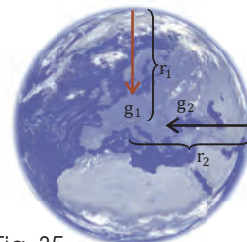


Fig. 35

COMPROBACIÓN. La gravedad es mayor en el polo norte, pues está más cerca del centro de la Tierra que el ecuador.

10.3. Peso de un cuerpo

Aunque en el lenguaje coloquial hablamos indistintamente de **masa** y **peso**, desde el punto de vista de la física, son conceptos totalmente diferentes.

La **masa** es una propiedad inherente a todos los cuerpos en los que se tiene en cuenta su cantidad de materia, la masa (inercial) caracteriza "la tendencia" del cuerpo a oponerse al cambio de su estado de movimiento.

Llamamos **peso** de un cuerpo a la fuerza con que la masa de dicho cuerpo es atraído por la Tierra, debido a la influencia del campo gravitatorio terrestre.

El peso, o fuerza de atracción gravitatoria, está relacionado con la intensidad del campo gravitatorio mediante la siguiente expresión matemática:

$$\vec{P} = m \vec{g} \quad \text{donde } \vec{g} \text{ es el campo gravitatorio terrestre, o gravedad, en el punto donde se encuentra el objeto.}$$

La línea de acción de la fuerza peso, igual que el vector campo gravitatorio, va dirigida desde el centro de gravedad del cuerpo hasta el centro de la Tierra y tiene dirección radial en cualquier punto.

Podemos hacer algunas observaciones a lo dicho anteriormente:

- El peso, $\vec{P}$, es, a diferencia de la masa, una magnitud vectorial al tratarse de una fuerza. Por tanto, su unidad en el SI será el newton (N).
- El peso de un cuerpo disminuye conforme este se aleja de la superficie de la Tierra. Sin embargo, su masa es una propiedad característica del cuerpo e independiente del punto del campo gravitatorio en que se encuentre.
- El principal mérito de Newton reside en considerar que la fuerza que provoca la caída de los objetos sobre la superficie terrestre y la fuerza que hace que la Luna gire alrededor de la Tierra son, en realidad, la misma.

Y TAMBIÉN: ¿?

La caída de un objeto sobre la superficie de la Tierra tiene lugar con una aceleración a la que llamamos aceleración de la gravedad, que representamos mediante el vector $\vec{g}$. Es decir, la aceleración de la gravedad coincide con la intensidad del campo gravitatorio terrestre. Por tanto, la gravedad no es constante, sino que disminuye al alejarnos de la superficie de la Tierra.

Ejemplo 23

¿A qué altura sobre la superficie de la Tierra debe encontrarse una nave espacial para que esté sometida a un campo gravitatorio de $9,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$? El radio de la Tierra es de 6370 km . Consideremos $g_T = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

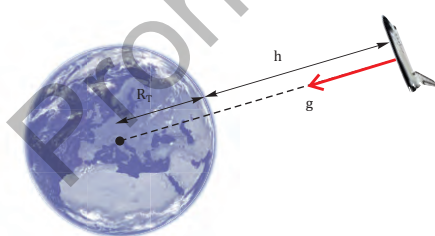


Fig. 36

COMPRENSIÓN. El campo gravitatorio que crea la Tierra en un punto depende de su masa y de la distancia entre ella y dicho punto (la distancia entre la Tierra y la nave es $r = R_T + h$).

DATOS. $g = 9,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$; $g_T = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$; $R_T = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$

RESOLUCIÓN. Aplicando la expresión del campo gravitatorio terrestre, queda:

$$g = G \frac{M_T}{r^2} = G \frac{M_T}{(R_T + h)^2} = G \frac{M_T}{R_T^2 (R_T + h)^2} = g_T \frac{R_T^2}{(R_T + h)^2}$$

Despejando h :

$$R_T + h = \sqrt{\frac{g_T}{g}} R_T \Rightarrow h = \left(\sqrt{\frac{g_T}{g}} - 1 \right) R_T = \left(\sqrt{\frac{9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}}{9,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}}} - 1 \right) \cdot 6,37 \cdot 10^6 \text{ m} = 2,8 \cdot 10^5 \text{ m} = 280 \text{ km}$$

COMPROBACIÓN. Sustituimos el valor de h en la ecuación del campo gravitatorio terrestre y calculamos su valor. La disminución del valor de la gravedad no es apreciable, pese a encontrarse la nave espacial a casi 300 km de altura sobre la superficie terrestre.



Hay sustancias, llamadas conductores, que permiten el movimiento de cargas eléctricas a través de ellas. En cambio, otras sustancias, llamadas _____, que no permiten dicho movimiento, o bien lo dificultan enormemente.



El culombio es una unidad de carga eléctrica muy grande. Por ello, se suelen utilizar submúltiplos:
1 mC (10^{-3} C), 1 μ C (10^{-6} C),
1 nC (10^{-9} C).



Observa cómo tienen lugar la electrización por frotamiento y por inducción con ayuda de la simulación que aparece en el siguiente enlace:

Visita:

<http://links.edebe.com/vj3pm>

II. INTERACCIÓN ELECTROSTÁTICA

Si al peinarte algunos pelos se adhieren al peine, o si oyes crujidos al abrigarte con una manta sintética, estás ante manifestaciones de la interacción eléctrica o electrostática. Es un tipo de fuerza que forma parte de la interacción electromagnética, una de las cuatro interacciones fundamentales de la naturaleza.

11.1. Electrización y cargas eléctricas

Los primeros fenómenos de electrización registrados datan, aproximadamente, del 600 a. C., cuando Tales de Mileto observó que el ámbar o resina (elektron, en griego) atraía cuerpos más ligeros, como plumas, tras haberse frotado con lana.

En los siglos XVI y XVII se observó que otras sustancias, como el vidrio, también atraen a pequeños cuerpos tras ser frotadas con seda. Además, se constató que:

- Al acercar dos trozos de ámbar o plástico, tras haberlos frotado con lana (o dos de vidrio después de frotarlos con seda), se repelen entre sí.
- Si se acercan un trozo de ámbar (o plástico) y otro de vidrio, previamente frotados, hay una fuerza atractiva entre ambos.

Este fenómeno se denomina **electrización**.

En el siglo XVIII Benjamin Franklin, tras estudiar los fenómenos eléctricos, distinguió arbitrariamente con las palabras positiva y negativa los dos tipos de electricidad que podía adquirir un cuerpo. Franklin admitía la existencia de un fluido eléctrico sin masa. Según él, la electrización positiva (o vítreo) se debía a un exceso del fluido eléctrico y la negativa (o resinosa), a su ausencia.

Hoy sabemos que la **naturaleza eléctrica de la materia** se debe a que los átomos que la forman contienen protones, con carga positiva (+p), y electrones, con carga negativa (- e). En general, el átomo es neutro: tiene el mismo número de protones que de electrones.

Las cargas eléctricas presentan las siguientes características:

- Pueden ser de dos tipos: **positivas** o **negativas**. Las cargas del mismo signo se repelen y las de signo contrario se atraen.
- La unidad de carga eléctrica en el SI es el culombio (C).
- La carga eléctrica está **cuantizada**: la carga de cualquier cuerpo es un múltiplo entero de la unidad de carga elemental de valor $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.
- La carga eléctrica puede pasar de un cuerpo a otro, pero nunca puede crearse ni destruirse (principio de **conservación de la carga eléctrica**).

Existen dos tipos de electrización:

- **Electrización por frotamiento.** Al frotar dos cuerpos, pasan electrones de uno a otro. El cuerpo que gana electrones queda con carga negativa, y el que los pierde, con carga positiva.
- **Electrización por inducción.** Al aproximar un cuerpo cargado eléctricamente a un cuerpo neutro (sin carga neta), el cuerpo cargado provoca la redistribución de las cargas del cuerpo neutro por atracción o repulsión, de modo que su carga total no varía, pero una zona queda con carga positiva y otra con carga negativa. Esta es la causa de que el ámbar y el vidrio puedan atraer pequeños objetos.

11.2. Ley de Coulomb

En 1785, Charles Coulomb utilizó un dispositivo, llamado balanza de torsión, para estudiar cuantitativamente la fuerza electrostática. A partir de los resultados de sus experimentos con pequeñas esferas cargadas eléctricamente, enunció la ley de interacción electrostática, conocida como **ley de Coulomb**:

La fuerza electrostática de atracción o de repulsión entre dos cargas eléctricas en reposo es directamente **proporcional al producto de ambas** e **inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa**.

De la expresión anterior, podemos extraer algunas conclusiones:

- La propiedad de la materia que origina la existencia de fuerzas electrostáticas es la **carga**.
- La fuerza electrostática es **atractiva** cuando las cargas tienen signos contrarios (ya que $\vec{F}_{12}$ y $\vec{F}_{21}$ son opuestas, respectivamente a $\vec{u}_{12}$ y $\vec{u}_{21}$). La fuerza electrostática es **repulsiva** si las cargas tienen el mismo signo.
- La **constante de proporcionalidad**, K , se llama **constante de Coulomb** y depende del medio en que se encuentren las cargas. En el vacío, su valor es, en unidades del SI, $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$.

El elevado valor de K comparado con el de la constante de gravitación universal, G , es un reflejo de la mayor intensidad de la fuerza eléctrica en comparación con la gravitatoria.

- La fuerza electrostática cumple el llamado **principio de superposición**: la fuerza eléctrica total que varias cargas ejercen sobre una carga dada es igual a la suma vectorial de las fuerzas que cada una de ellas ejerce por separado.

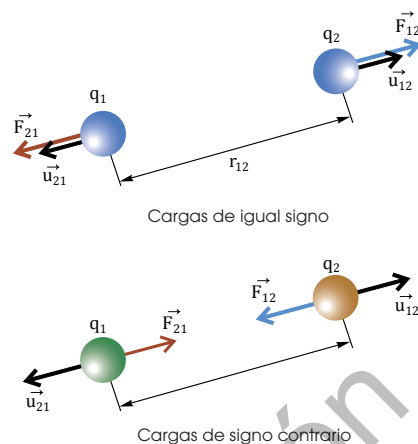


Fig. 37

- Ley de Coulomb. Fuerza electrostática entre dos cargas q_1 y q_2 . $\vec{F}_{12}$ es la fuerza electrostática que q_1 ejerce sobre q_2 y $\vec{F}_{21}$ es la fuerza electrostática de q_2 sobre q_1 . Los vectores unitarios $\vec{u}_{12}$ y $\vec{u}_{21}$ tienen la dirección de la recta que une ambas cargas y su sentido es radial (se alejan de la carga que ejerce la fuerza).

La fuerza electrostática es una fuerza central, pues está dirigida a lo largo de la línea que une las cargas eléctricas.

Ejemplo 24

Dos cargas $q_1 = +4 \text{ mC}$ y $q_2 = -4 \text{ mC}$ están en el vacío y situadas, respectivamente, en los puntos de coordenadas $(3, 0)$ y $(-3, 0)$, en unidades del SI. Calculemos la fuerza electrostática que ejercen sobre una carga $q_3 = +1 \text{ mC}$ situada en el origen de coordenadas.

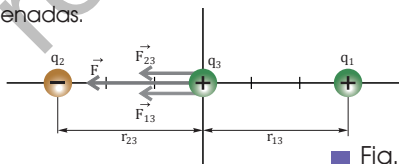


Fig. 38

COMPRENSIÓN. Por el principio de superposición, la fuerza resultante sobre q_3 es la suma vectorial de las fuerzas que ejercen sobre ella, por separado, las cargas q_1 y q_2 .

DATOS. $q_1 = +4 \cdot 10^{-3} \text{ C}$; $q_2 = -4 \cdot 10^{-3} \text{ C}$;
 $q_3 = +10^{-3} \text{ C}$; $r_{13} = 3 \text{ m}$; $r_{23} = 3 \text{ m}$

RESOLUCIÓN. La fuerza que q_1 ejerce sobre q_3 es repulsiva, por lo que va dirigida en el sentido negativo del eje X. La fuerza que q_2 ejerce sobre q_3 es atractiva, y está dirigida en el mismo sentido que la anterior. Calculamos sus módulos utilizando la ley de Coulomb:

$$F_{13} = K \frac{q_1 q_3}{r_{13}^2} = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2} \cdot \frac{4 \cdot 10^{-3} \text{ C} \cdot 10^{-3} \text{ C}}{(3 \text{ m})^2} = 4 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$F_{23} = K \frac{q_2 q_3}{r_{23}^2} = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2} \cdot \frac{4 \cdot 10^{-3} \text{ C} \cdot 10^{-3} \text{ C}}{(3 \text{ m})^2} = 4 \cdot 10^3 \text{ N}$$

La fuerza total que q_1 y q_2 ejercen sobre q_3 es:

$$\vec{F} = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} = -4 \cdot 10^3 \vec{i} \text{ N} - 4 \cdot 10^3 \vec{i} \text{ N} = -8 \cdot 10^3 \vec{i} \text{ N}$$

11.3. Campo eléctrico

Al igual que una masa genera una perturbación a su alrededor, que es el campo gravitatorio, una carga eléctrica crea a su alrededor una perturbación que es la causa de la fuerza electrostática entre ella y cualquier otra carga:

El **campo eléctrico** es la perturbación que genera una carga eléctrica en el espacio, de modo que cualquier otra carga eléctrica que se encuentre en sus inmediaciones nota sus efectos.

Matemáticamente, se define la magnitud **intensidad de campo eléctrico**, $\vec{E}$, creado por una carga Q en un punto, como la fuerza que esta carga ejerce sobre la unidad de carga positiva situada en ese punto:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{K \frac{Q q}{r^2} \vec{u}}{q} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}; \quad \vec{F} = q\vec{E}$$

- El campo eléctrico tiene carácter vectorial y se representa gráficamente mediante **líneas de fuerza**, que son líneas imaginarias que describen el movimiento de una carga positiva sometida al campo eléctrico. Las líneas de fuerza siempre se originan en las cargas positivas y finalizan en las negativas.
- El vector intensidad del campo es tangente a las líneas de fuerza en cada punto y tiene el mismo sentido que estas. El campo es más intenso en aquellas regiones en que las líneas de fuerza están más juntas.
- La unidad de la magnitud intensidad de campo eléctrico en el SI es el $\text{N} \cdot \text{C}^{-1}$.
- Un **campo eléctrico es uniforme** cuando tiene la misma intensidad en todos los puntos. En este caso, las líneas de campo son paralelas y equidistantes.
- El campo eléctrico cumple el **principio de superposición**. Es decir, el campo eléctrico creado por un sistema de cargas puntuales es la suma vectorial de los campos que produciría, separadamente, cada una de ellas.

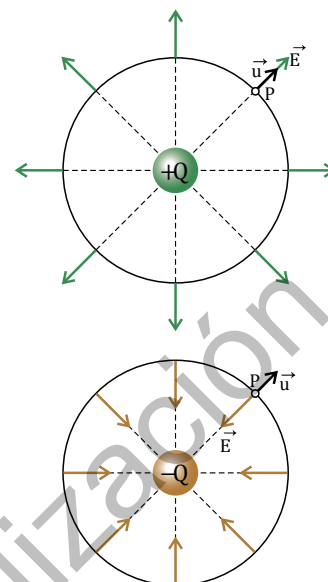


Fig. 39.

■ Campo eléctrico producido por una carga puntual. El vector $\vec{u}$ es el vector unitario dirigido a lo largo de la línea que une la carga Q con el punto P. El campo eléctrico producido por una carga Q en un punto P tiene la dirección de la recta que une la carga y el punto. Se trata de un campo central.

Ejemplo 25

Dos cargas $+q$ y $-4q$ están en el vacío y separadas una distancia d . ¿En qué punto de la recta que las une se anula el campo eléctrico total?

COMPRENSIÓN. En todo punto de la recta, cada carga crea un campo en la dirección de esta recta. El campo eléctrico total es la suma de los campos creados por ambas. El punto donde se anula el campo eléctrico total no puede estar entre las dos cargas porque allí los campos tienen el mismo sentido.

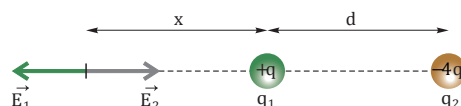
DATOS. $q_1 = +q$; $q_2 = -4q$

RESOLUCIÓN. Si x es la distancia entre q_1 y el punto en que se anula el campo total:

$$\begin{aligned} \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 0 &\Rightarrow E_1 = E_2 \Rightarrow K \frac{q}{x^2} = K \frac{4q}{(x+d)^2} \Rightarrow \\ \Rightarrow (x+d)^2 &= 4x^2 \Rightarrow 3x^2 - 2xd - d^2 = 0 \Rightarrow x_1 = d; \quad x_2 = -\frac{d}{3} \end{aligned}$$

Solo tiene sentido la solución $x = d$. El campo es nulo a una distancia d de q_1 y $2d$ de q_2 .

COMPROBACIÓN. Al sustituir el valor de x obtenido, resulta: $E_1 = E_2 = Kq / d^2$.



12. SEMEJANZAS Y DIFERENCIAS ENTRE LAS INTERACCIONES GRAVITATORIA Y ELECTROSTÁTICA

Como habrás podido observar a lo largo de toda la unidad, las interacciones gravitatoria y electrostática tienen algunas características en común y algunas diferencias. La interacción electrostática es un tipo de fuerza electromagnética que, junto con la interacción gravitatoria, forma parte de las cuatro interacciones fundamentales de la naturaleza.

Para simplificar un estudio comparativo entre estas interacciones, vamos a resumir en dos tablas las analogías y las diferencias, respectivamente, entre ambas.

Semejanzas	
Característica	Descripción
Tipo de fuerza	Ambas fuerzas son centrales y disminuyen con el cuadrado de la distancia.
Líneas de fuerza	En ambos campos son abiertas (nacen y terminan en puntos distintos) y son radiales.

Y TAMBIÉN:

Las leyes que hemos tratado en esta unidad, leyes de Kepler, ley de gravitación universal de Newton y ley de Coulomb, son parte muy importante de una formación científica básica.

Diferencias		
Característica	Interacción gravitatoria	Interacción electrostática
Magnitud característica (que crea el campo)	Masa (cualquier cuerpo). Se mide en kilogramos (kg). La masa siempre es positiva.	Carga eléctrica en reposo. Se mide en culombios (C). La carga eléctrica puede ser positiva o negativa. La carga está cuantizada.
Cuerpos a los que afecta	Todos los cuerpos con masa (es universal).	Cuerpos con carga eléctrica neta.
Atractiva / Repulsiva	Atractiva.	Atractiva o repulsiva, dependiendo del signo de las cargas que interaccionan.
Constante de la ley de interacción	G. Es una constante universal. Su unidad en el SI es el $\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$.	K. Depende del medio en que se encuentren las cargas. Su unidad en el SI es el $\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$.
Intensidad de la interacción	Es débil, solo apreciable entre cuerpos de gran masa.	Es muy fuerte, incluso entre cargas muy pequeñas.
Movimiento de cuerpos o partículas	Las masas dejadas en reposo en un campo gravitatorio siempre se mueven en la dirección y el sentido del campo gravitatorio.	Las cargas eléctricas dejadas en reposo en un campo electrostático pueden moverse en sentido igual o contrario al campo eléctrico, dependiendo del signo de la carga.
Unidades del campo en el SI	$\text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$.	$\text{N} \cdot \text{C}^{-1}$.



Problemas resueltos

A

Momento de fuerzas

En un museo de oficios antiguos, el molinero dispone de dos burros para mover la muela de un molino, cada uno de los cuales realiza una fuerza de 600 N. La longitud del travesaño al que están enganchados es de 4,0 m. Determina la modificación que debe hacerse en la instalación para que el molino siga funcionando con un único burro capaz de aplicar una fuerza de 800 N.

Solución

COMPRENSIÓN. Cada burro está situado a 2 m del eje de giro, con lo que cada uno ejerce un momento de fuerza que permite mantener el giro de la muela a pesar del rozamiento entre las partes móviles.

DATOS.

$OA = 2,0\text{ m}$; $OB = 2,0\text{ m}$; $F_A = F_B = 600\text{ N}$; $F_C = 800\text{ N}$

RESOLUCIÓN. En primer lugar, calculamos el momento de fuerza total que ejercen ambos burros:

$$MT = F_A \cdot OA + F_B \cdot OB =$$

$$= 600\text{ N} \cdot 2,0\text{ m} + 600\text{ N} \cdot 2,0\text{ m} = 2,4 \cdot 10^3\text{ N}\cdot\text{m}$$

Si solo se dispone de un burro, a una distancia d del eje de giro y aplicando una fuerza de 800 N, para que el molino siga funcionando el momento de fuerza deberá ser igual al que ejercían los dos animales juntos:

$$M_T = F_C \cdot d \Rightarrow d = \frac{M_T}{F_C} = \frac{2,4 \cdot 10^3\text{ N}\cdot\text{m}}{800\text{ N}} = 3,0\text{ m}$$

Por lo tanto, el burro debe tirar a 3,0 m del eje de giro.

COMPROBACIÓN. Puedes comprobar que el momento de fuerza que ejerce un burro situado a 3,0 m del eje de giro es igual al que realizan dos burros empujando a 2,0 m de dicho punto.

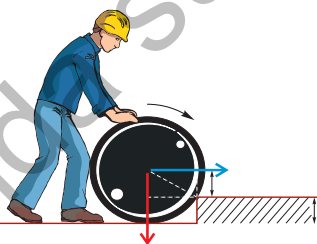
1. Un hércules de circo hace girar la muela de un molino accionando un travesaño de 2,0 m de longitud con una fuerza de 950 N. Calcula el momento de la fuerza que ejerce sobre el travesaño.

2. Dos chicos, de 400 N y 300 N de peso respectivamente, están montados en los extremos de un tablón de 4 m de longitud apoyado en su parte central. Halla en qué punto deberá colocarse un niño de 300 N de peso para que el momento de fuerza total sea nulo.

B

Momento de fuerza y giro

Determina con qué fuerza horizontal hay que empujar en el centro de un bidón cilíndrico de 5 000 N de peso y 30 cm de radio que está tumbado en el suelo para que comience a subir un escalón de 5 cm.



Solución

COMPRENSIÓN. El peso, P , del bidón y la fuerza, F , con que se empuja ejercen un momento sobre él, M , respecto del punto de contacto entre bidón y escalón, que provocan giros en sentidos contrarios. Para que el bidón pueda comenzar a subir el escalón, el momento de F debe ser, como mínimo, igual al momento de P .

DATOS. $P = 5000\text{ N}$; $r = 30\text{ cm} = 0,30\text{ m}$

RESOLUCIÓN.

— Calculamos el momento, M , ejercido por la fuerza, considerando como eje de giro la línea que pasa por el punto de contacto entre el bidón y el escalón:

$$M = Fd = F \cdot 0,25\text{ m} = 0,25\text{ m} \cdot F$$

— Calculamos la distancia entre la dirección del peso del bidón y el eje de giro mediante el teorema de Pitágoras:

$$(0,30\text{ m})^2 = a^2 + (0,25\text{ m})^2$$

$$a = (0,30\text{ m})^2 - (0,25\text{ m})^2 = 0,17\text{ m}$$

— Calculamos el momento de fuerza ejercido por el peso:

$$M = P \cdot a = 5000\text{ N} \cdot 0,17\text{ m} = 850\text{ N}\cdot\text{m}$$

— Igualando ambos momentos, obtenemos el valor de la fuerza F con que hay que empujar el bidón:

$$0,25\text{ m} \cdot F = 850\text{ N}\cdot\text{m} \Rightarrow F = 3400\text{ N}$$

El bidón deberá empujarse con una fuerza horizontal de 3400 N.

COMPROBACIÓN. Cuando los momentos de las dos fuerzas ejercidas sobre el cilindro sean iguales, este empezará a subir por el escalón. Conforme vaya ascendiendo, la fuerza requerida será menor.



C Momento de fuerza y equilibrio

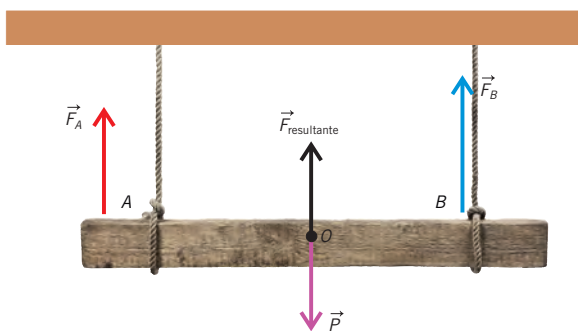
Un tablón de 250 N de peso y 2,4 m de longitud se mantiene horizontal y está suspendido de dos cuerdas verticales. Una de ellas, que está sujeta a un extremo, soporta una fuerza de 100 N.

— ¿Qué fuerza soporta la otra cuerda y dónde está sujeta?

Solución

COMPRESIÓN. Si el tablón está suspendido de dos cuerdas y se mantiene horizontal, se encontrará en equilibrio.

DATOS. $P = 250 \text{ N}$; $F_A = 100 \text{ N}$; $OA = 1,2 \text{ m}$; $l = 2,4 \text{ m}$



RESOLUCIÓN.

La resultante de las dos fuerzas ejercidas por las cuerdas (F_A y F_B) debe ser igual al peso del tablón:

$$F_{\text{neto}} = 0; F_A + F_B = P;$$

$$F_B = P - F_A = 250 \text{ N} - 100 \text{ N} = 150 \text{ N}$$

La segunda condición de equilibrio implica que el tablón no puede girar; tomamos momentos desde el centro de gravedad del tablón (de modo que el momento de la fuerza peso será nulo) e igualamos a cero el momento total:

$$M = 0 \Rightarrow F_A \cdot OA = F_B \cdot OB \Rightarrow 100 \cdot 1,2 = 150 \cdot x \Rightarrow x = 0,8 \text{ m}$$

La otra cuerda soportará una fuerza de 150 N y su punto de aplicación deberá encontrarse a 0,8 m del centro.

COMPROBACIÓN. Los momentos ejercidos por ambas fuerzas son iguales: $120 \text{ N} \cdot \text{m}$. Este hecho impide el giro del tablón.

- Un tronco de 10 m de longitud y 1000 N de peso está situado horizontalmente sobre dos soportes: uno se encuentra a 2 m del extremo izquierdo y el otro, a 4 m del derecho. ¿Qué fuerza ejerce el tronco sobre cada soporte?
- Un pescador que sostiene su caña de pescar de 1,5 m a 20 cm de su extremo captura un pez de 30 N de peso. ¿Qué fuerza deberá ejercer para que el pez no vuelva al agua?

D La velocidad del barco

Una lámpara que pesa 200 N está colgada de dos cables, cada uno de los cuales forma un ángulo de 45° con el techo. ¿Qué fuerza soporta cada cable?

Solución

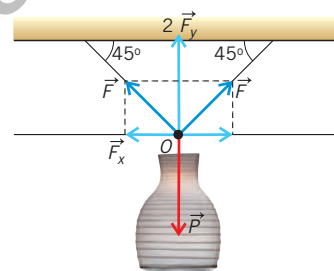
COMPRESIÓN. En el esquema se muestra cómo la lámpara se encuentra en equilibrio al estar sujeta de dos cables. La fuerza que soporta cada uno de ellos puede descomponerse en dos componentes, una horizontal y otra vertical. Observa que la suma de las dos componentes verticales debe ser igual al peso de la lámpara, de acuerdo con la primera condición de equilibrio. Además, al ser iguales los ángulos que forman ambos cables con el techo, las componentes horizontales de las dos fuerzas también lo serán, por lo que se anularán.

DATOS. $P = 200 \text{ N}$;

$\alpha = 45^\circ$

RESOLUCIÓN.

Intenta resolver el problema tú solo. Para ello, oculta la columna de la respuesta y sigue estos pasos:



Pasos

- Calculamos las componentes horizontal, F_x , y vertical, F_y , de la fuerza, F , que soporta cada cuerda.
- Las dos componentes verticales tienen el mismo sentido, por lo que la fuerza total que se ejerce sobre la lámpara en la dirección vertical y hacia arriba será la suma de ambas.
- Aplicamos la condición de equilibrio.

Respuesta

$$F_x = F \cdot \cos 45^\circ; F_y = F \cdot \sin 45^\circ$$

$$F_{\text{neto}} = 0 \Rightarrow 2 F \sin 45^\circ = P$$

$$F = \frac{P}{2 \sin 45^\circ} = \frac{200 \text{ N}}{2 \sin 45^\circ} = 141 \text{ N}$$

Cada cable del que cuelga la lámpara soporta una fuerza de 141 N.

- Del techo cuelga, mediante un cable, una lámpara formada por dos esferas de cristal: la superior, de 8 N de peso, está unida a la inferior, de 200 N de peso, por otro cable. ¿Qué fuerza soporta cada cable?
- Un cuadro de 5 N de peso cuelga de dos cuerdas desiguales. Los ángulos que forman ambas cuerdas con la horizontal son de 70° y 40° . Determina la fuerza que soporta cada cuerda.

**E****Impulso mecánico y choque**

Sobre una bola de billar de 220 g, inicialmente en reposo, se ejerce con el taco una fuerza horizontal de 50 N durante 10 milésimas de segundo, y, como resultado, la bola se pone en movimiento sobre una superficie horizontal sin rozamiento hasta impactar con una bola especial de 800 g, que se encuentra en reposo. Si, tras el choque, la primera bola queda en reposo, ¿con qué velocidad se moverá la segunda?

Solución

COMPRENSIÓN. El impulso inicial ejercido sobre la bola provoca el aumento de su momento lineal, comenzando su movimiento. Posteriormente, en el instante del choque no intervienen fuerzas externas, por lo que el momento lineal permanecerá constante.

DATOS. $m_1 = 0,220 \text{ kg}$; $F = 50 \text{ N}$; $t = 0,010 \text{ s}$; $m_2 = 0,800 \text{ kg}$

RESOLUCIÓN. Intenta resolver el problema tú solo. Para ello, oculta la respuesta y sigue estos pasos:

Pasos

- Calculamos la velocidad que adquiere la bola 1, relacionando la variación de su momento lineal con el impulso.
- Hallamos el momento lineal total inicial (antes del choque).
- Hallamos el momento lineal final (después del choque).
- Calculamos la velocidad de la bola 2, igualando ambos momentos lineales.

Respuesta

$$\begin{aligned} - \vec{I} &= \vec{F} \cdot \Delta t = \Delta \vec{p} = m_1 \vec{v} \Rightarrow \\ \Rightarrow \vec{v} &= \frac{\vec{F} \cdot \Delta t}{m_1} = \frac{50 \vec{i} \text{ N} \cdot 0,010 \text{ s}}{0,220 \text{ kg}} = 2,3 \vec{i} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \\ - \vec{p}_0 &= m_1 \vec{v}_1 + m_2 \cdot 0 = m_1 \vec{v}_1 \\ - \vec{p}_f &= m_1 \cdot 0 + m_2 \vec{v}_2 = m_2 \vec{v}_2 \\ - \vec{p}_0 &= \vec{p}_f \Rightarrow m_1 \vec{v}_1 = m_2 \vec{v}_2 \Rightarrow \\ \Rightarrow \vec{v}_2 &= \frac{m_1 \vec{v}_1}{m_2} = \frac{0,220 \text{ kg} \cdot 2,3 \vec{i} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{0,800 \text{ kg}} = 0,63 \vec{i} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \end{aligned}$$

La segunda bola se moverá a $0,63 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ en el mismo sentido en que lo hacía la primera.

COMPROBACIÓN. La bola 2 sale despedida a menor velocidad de la que tenía la bola 1, pues tiene una masa mayor.

7. Una caja de 2 kg que se desplaza hacia la derecha a $5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ choca contra otra de 3 kg que se mueve en sentido contrario, a $2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Después del impacto, ambas cajas se mantienen unidas. ¿Con qué velocidad avanzan?

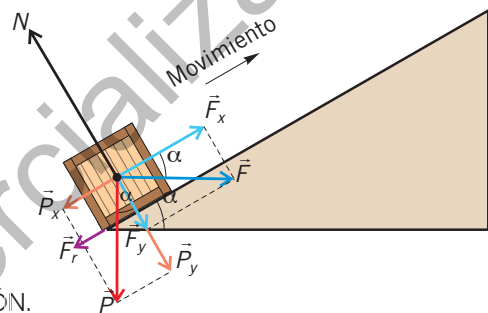
F**Aplicación de la segunda ley de Newton**

Sobre una masa de 5,0 kg, que se encuentra en reposo en la base de un plano inclinado 30° , se aplica una fuerza horizontal de 50 N. Si el coeficiente de rozamiento entre la masa y el plano es 0,20, calcula su aceleración.

Solución

COMPRENSIÓN. En el diagrama de fuerzas de la figura, aparecen todas las fuerzas que actúan sobre la masa. Su movimiento será, de acuerdo con la segunda ley de Newton, uniformemente acelerado.

DATOS. $m = 5,0 \text{ kg}$; $v_0 = 0$; $\alpha = 30^\circ$; $F = 50 \text{ N}$; $\mu = 0,20$

**RESOLUCIÓN.**

Intenta resolver el problema tú solo. Para ello, oculta la columna de la respuesta y sigue estos pasos:

Pasos

- Aplicamos la segunda ley de Newton en la dirección paralela al plano inclinado.
- Procedemos igualmente en la dirección perpendicular.
- Calculamos las fuerzas que aparecen en la ley de Newton.
- Sustituimos y despejamos la aceleración.

Respuesta

$$\begin{aligned} - \vec{F}_{\text{net}x} &= m \vec{a} \Rightarrow F_x - (P_x + F_r) = m a \\ - \vec{F}_{\text{net}y} &= 0 \Rightarrow N - (F_y + P_y) = 0 \Rightarrow N = F_y + P_y \\ - F_x &= F \cos \alpha = 43 \text{ N}; \quad F_y = F \sin \alpha = 25 \text{ N}; \\ P_x &= m g \sin \alpha = 25 \text{ N}; \quad P_y = m g \cos \alpha = 42 \text{ N}; \\ F_r &= \mu N = \mu (P_y + F_y) = 0,20 \cdot (42 + 25) \text{ N} = 13 \text{ N} \\ - a &= \frac{F_x - (P_x + F_r)}{m} = \frac{(43 - 25 - 13) \text{ N}}{5,0 \text{ kg}} = 1,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \end{aligned}$$

La aceleración de la masa será de $1,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

COMPROBACIÓN. La fuerza aplicada supera a P_x y al rozamiento, por lo que el objeto ascenderá, siendo $a > 0$.

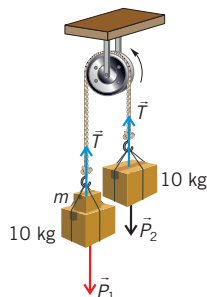
8. Un cubo de fregar se desliza a lo largo de un suelo horizontal con una velocidad inicial de $2,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ y se detiene después de recorrer 1,4 m. Determina el coeficiente de rozamiento cinético.

**G****Polea simple (máquina de Atwood)**

Atados a los extremos de una cuerda que pasa a través de una polea (ambas de masa despreciable) cuelgan dos bloques de 10 kg de masa (máquina de Atwood). Si queremos que uno de los bloques recorra una distancia de 2,4 m en 2,0 s, partiendo del reposo, ¿qué sobrecarga habrá que añadirle?

Solución

COMPRESIÓN. El sistema se encuentra inicialmente en reposo, por ser ambas masas iguales. Al añadir una sobrecarga a una de ellas, comenzarán a moverse con movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.



DATOS. $m_1 = (10 + m) \text{ kg}$;
 $m_2 = 10 \text{ kg}$; $d = 2,4 \text{ m}$; $t = 2,0 \text{ s}$

RESOLUCIÓN. Intenta resolver el problema tú solo. Para ello, oculta la respuesta y sigue estos pasos:

Pasos

- Aplicamos la segunda ley de Newton a las masas 1 y 2.
- Resolvemos el sistema de ecuaciones resultante, obteniendo la expresión de la aceleración.
- Calculamos la aceleración de los dos bloques, teniendo en cuenta que su movimiento es uniformemente acelerado.
- Igualando ambas expresiones, hallamos el valor de m .

Respuesta:

$$\begin{aligned} \vec{F}_{\text{net}1} &= m_1 \vec{a} \Rightarrow P_1 - T = m_1 a \\ \vec{F}_{\text{net}2} &= m_2 \vec{a} \Rightarrow T - P_2 = m_2 a \end{aligned}$$

$$a = \frac{P_1 - P_2}{m_1 + m_2} = g \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} = g \frac{m}{m + 20 \text{ kg}}$$

$$d = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow a = \frac{2d}{t^2} = \frac{2 \cdot 2,4 \text{ m}}{(2,0 \text{ s})^2} = 1,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

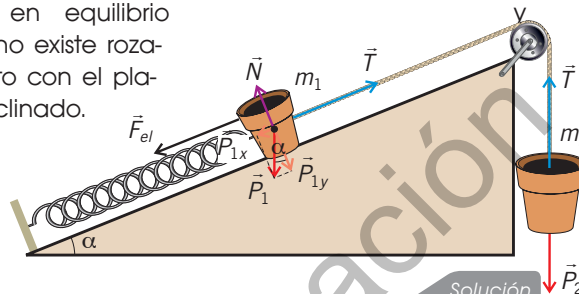
$$\begin{aligned} -g \frac{m}{m + 20 \text{ kg}} &= 1,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \Rightarrow \\ \Rightarrow m &= \frac{20 \text{ kg} \cdot 1,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}}{9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} - 1,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}} = 2,8 \text{ kg} \end{aligned}$$

La sobrecarga debe ser de 2,8 kg.

COMPROBACIÓN. Comprueba que el valor es correcto, sustituyéndolo en cualquiera de las dos ecuaciones iniciales.

H**Equilibrio y ley de Hooke**

Determina cuánto se estira el muelle inferior, de constante elástica $100 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$, si se sabe que el conjunto está en equilibrio que no existe rozamiento con el plano inclinado.

*Solución*

COMPRESIÓN. Observa el dibujo. Si el conjunto está en equilibrio, la fuerza resultante sobre cada masa deberá ser nula.

DATOS. $k = 100 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$; $m_1 = 1,0 \text{ kg}$; $m_2 = 2,0 \text{ kg}$; $\alpha = 37^\circ$

RESOLUCIÓN.

Intenta resolver el problema tú solo. Para ello, oculta la respuesta y sigue estos pasos:

Pasos

- Aplicamos la segunda ley de Newton a la masa 1, en las direcciones horizontal y vertical.
- Aplicamos la segunda ley de Newton a la masa 2 y aislamos la tensión.
- Despejamos la fuerza elástica de la primera ecuación y, a partir de ella, hallamos la elongación del muelle.

Respuesta:

$$-\vec{F}_{\text{net}x} = 0 \Rightarrow T - (P_{1x} + F_{\text{el}}) = 0$$

$$\vec{F}_{\text{net}y} = 0 \Rightarrow N - P_{1y} = 0$$

$$-\vec{F}_{\text{net}2} = 0 \Rightarrow P_2 - T = 0 \Rightarrow T = P_2$$

$$-P_2 - (P_{1x} + F_{\text{el}}) = 0 \Rightarrow F_{\text{el}} = P_2 - P_{1x} = kx \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow x &= \frac{m_2 g - m_1 g \sin \alpha}{k} = \\ &= \frac{2,0 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} - 1,0 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \sin 37^\circ}{100 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}} = \\ &= 0,14 \text{ m} \end{aligned}$$

El muelle se ha estirado 0,14 m.

COMPROBACIÓN. La respuesta es coherente, pues las masas son similares y no existe rozamiento con el plano inclinado.

9. Un muelle de constante elástica $400 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ se conecta a un bloque de 3 kg que descansa sobre una superficie sin rozamiento. Tiramos del muelle hacia la derecha, de manera que el bloque acelera a razón de $4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. ¿Cuál será el alargamiento del muelle?



I Polea simple (máquina de Atwood)

Una bola de 200 g, sujeta a una cuerda de 60 cm de longitud, gira uniformemente a 79,6 r. p. m. en un plano vertical. Calcula la tensión de la cuerda en los puntos más alto y más bajo de su trayectoria.

Solución

COMPRENSIÓN. La fuerza centrípeta va siempre dirigida hacia el centro de la trayectoria y su valor es constante, pues lo es la velocidad de giro. Sin embargo, la tensión que soporta la cuerda no tiene siempre el mismo valor.

DATOS. $m = 0,200 \text{ kg}$; $R = 0,60 \text{ m}$;
 $\omega = 79,6 \text{ r. p. m.} = 8,34 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

RESOLUCIÓN. Intenta resolver el problema tú solo. Para ello, oculta la respuesta y sigue estos pasos:

Pasos:

- En el punto más alto, la fuerza centrípeta es igual a la suma del peso de la bola y de la tensión de la cuerda.
- En el punto más bajo, la fuerza centrípeta es igual a la diferencia entre la tensión y el peso de la bola.
- Calculamos los valores de la fuerza centrípeta y del peso.
- Hallamos los valores de la tensión en los puntos más alto y más bajo.

Respuesta:

$$- F_c = P + T_2 \Rightarrow T_2 = F_c - P$$

$$- F_c = T_1 - P \Rightarrow T_1 = F_c + P$$

$$- F_c = m \frac{v^2}{R} = m \frac{\omega^2 R^2}{R} = m \omega^2 R = 8,3 \text{ N}$$

$$P = m g = 0,200 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = 2,0 \text{ N}$$

$$- T_2 = F_c - P = 8,3 \text{ N} - 2,0 \text{ N} = 6,3 \text{ N}$$

$$T_1 = F_c + P = 8,3 \text{ N} + 2,0 \text{ N} = 10,3 \text{ N}$$

La tensión que soporta la cuerda en el punto más alto es 6,3 N; en el más bajo, 10,3 N.

COMPROBACIÓN. Comprueba que el valor es correcto, sustituyéndolo en cualquiera de las dos ecuaciones iniciales.

10. Un hombre agarra por los brazos a su hijo de 25 kg y lo hace girar en círculos de 0,75 m de radio con un período de 1,5 s. ¿Cuál es la magnitud y la dirección de la fuerza que debe ejercer?

J Equilibrio dinámico

Un vehículo de 1000 kg toma una curva de 110 m de radio peraltada 9° a $98 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Si $\mu = 0,14$, ¿se saldrá de la curva?

Solución

COMPRENSIÓN. Como podemos ver en el diagrama de fuerzas, para que el vehículo no se salga de la curva, las componentes horizontales del rozamiento y de la fuerza normal deben poder suministrar la aceleración centrípeta necesaria al vehículo.

DATOS. $m = 1000 \text{ kg}$;

$R = 110 \text{ m}$; $\alpha = 9^\circ$;

$v = 98 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 27 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$;

$\mu = 0,14$

RESOLUCIÓN.

Intenta resolver el problema tú solo. Para ello, oculta la respuesta y sigue estos pasos:

Pasos:

- Aplicamos la segunda ley de Newton en el eje X.
- Planteamos el equilibrio de fuerzas en el eje Y y despejamos el valor de la fuerza normal.
- Introducimos el valor de la fuerza normal en la ecuación del eje X.
- Comprobamos si se cumple la igualdad en el eje X.

Respuesta:

$$- N_x + F_{Rx} = m a_c \Rightarrow N \sin \alpha + F_R \cos \alpha = m a_c \Rightarrow \\ \Rightarrow N \sin \alpha + \mu N \cos \alpha = m a_c$$

$$N_y - F_{Ry} - P = 0 \Rightarrow N \cos \alpha - F_R \sin \alpha - P = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow N \cos \alpha - \mu N \sin \alpha = m g$$

$$N = \frac{m g}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha} = \frac{1000 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}}{\cos 9^\circ - 0,14 \sin 9^\circ} = 1,0 \cdot 10^4 \text{ N}$$

$$N \sin \alpha + \mu N \cos \alpha = 1,0 \cdot 10^4 \text{ N} \cdot (\sin 9^\circ + 0,14 \cos 9^\circ) = 3,0 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$m a_c = m \frac{v^2}{R} = 1000 \text{ kg} \cdot \frac{(27 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})^2}{110 \text{ m}} = 6,6 \cdot 10^3 \text{ N}$$

El vehículo se saldrá de la curva, pues: $N \sin \alpha + \mu N \cos \alpha < m a_c$

COMPROBACIÓN. Para no salirse, el auto debería tener menor velocidad, disminuyendo así la aceleración centrípeta a un valor que el rozamiento y la fuerza normal puedan suministrar.

11. Un avión vuela en un círculo horizontal a $480 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, inclinando sus alas un ángulo de 40° . Entonces, aparece una fuerza ascensional, perpendicular al plano de las alas, que lo mantiene en el aire. Calcula el radio de su trayectoria.

K

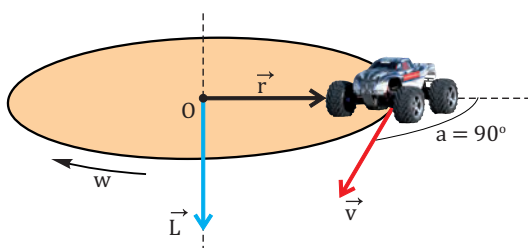
Momento angular de un móvil puntual

Un auto teledirigido de 3,0 kg de masa se mueve con velocidad constante de $4,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, describiendo una circunferencia de 5,0 m de radio en sentido horario. Calcula la velocidad angular del auto y su momento angular respecto al centro de la circunferencia.

Solución

COMPRENSIÓN. El auto describe un movimiento circular, por lo que posee velocidad angular y momento angular con respecto al centro de su trayectoria.

DATOS. $m = 3,0 \text{ kg}$; $v = 4,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $R = 5,0 \text{ m}$



RESOLUCIÓN. Intenta resolver el problema tú solo. Para ello, oculta la respuesta y sigue estos pasos:

Pasos:

- Calcula ω gracias a que la velocidad lineal y angular están relacionadas a través del radio de la circunferencia.
- Halla el vector momento angular, que es perpendicular al plano de la circunferencia. En este caso, el ángulo que forman el vector de posición y la velocidad es de 90° , al tratarse de una trayectoria circular.

Respuesta:

$$- v = \omega R \Rightarrow \omega = \frac{v}{R} = \frac{4,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{5,0 \text{ m}} = 0,80 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$- L = r m v \sin \alpha = 5,0 \text{ m} \cdot 3,0 \text{ kg} \cdot 4,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \sin 90^\circ = 60 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$$

El momento angular del auto con respecto al centro de la circunferencia es constante, pues lo son el radio de su trayectoria, su velocidad y el ángulo que forman ambos.

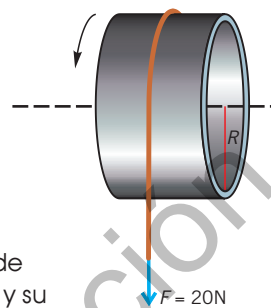
COMPROBACIÓN. **Observa** que, al ser perpendiculares los vectores posición y velocidad, el momento angular de esta al centro de la circunferencia es máximo.

12. Un cuerpo de 3,0 kg se mueve a velocidad constante de $4,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ sobre una línea recta. ¿Cuál es su momento angular respecto a un punto O situado a 5,0 m de la línea en un instante de tiempo en que el vector de posición de la partícula con respecto a O es perpendicular a su velocidad?

L

Momento de una fuerza y aceleración angular

Un cilindro hueco uniforme de 12 cm de radio y 5,0 kg de masa gira libremente en torno a un eje que pasa por su centro. Se enrolla una cuerda alrededor del disco y se tira de ella con una fuerza de 20 N. Calcula el momento de fuerza ejercido sobre el disco y su aceleración angular.



Solución

COMPRENSIÓN. Observa en la figura que la fuerza aplicada sobre la cuerda es perpendicular al eje del cilindro hueco, de manera que provoca su giro. Además, en el caso de un cilindro hueco, la expresión de L es la de una masa puntual.

DATOS. $m = 5,0 \text{ kg}$; $R = 0,12 \text{ m}$; $F = 20 \text{ N}$; $\alpha = 90^\circ$

RESOLUCIÓN.

Intenta resolver el problema tú solo. Para ello, oculta la respuesta y sigue estos pasos:

Pasos:

- Calcula el momento de la fuerza, teniendo en cuenta que el vector de posición del punto de contacto entre el cilindro hueco y la cuerda forma un ángulo de 90° con la propia cuerda.
- Calcula la aceleración angular a partir de la relación entre el momento de fuerza y el momento angular.

Respuesta:

$$- M = R F \sin \alpha = 0,12 \text{ m} \cdot 20 \text{ N} \cdot \sin 90^\circ = 2,4 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$L = I \omega = m R^2 \omega$$

$$M = \frac{\Delta L}{\Delta t} = m R^2 \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = m R^2 \alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{M}{m R^2} = \frac{2,4 \text{ N} \cdot \text{m}}{5,0 \text{ kg} \cdot (0,12 \text{ m})^2} = 33 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2}$$

COMPROBACIÓN. El valor relativamente elevado de la aceleración angular se debe a que la fuerza se ejerce sobre un disco cuya masa y radio son muy pequeños.

13. Una cuerda se enrolla alrededor de un cilindro hueco de 3,0 kg y 10 cm de radio, que es libre de girar alrededor de su eje. Se tira de la cuerda con una fuerza de 15 N. Si el cilindro se encuentra inicialmente en reposo, halla el momento de fuerza ejercido por la cuerda y la velocidad angular del cilindro al cabo de 4 s.



M

Radio orbital y período de revolución de un planeta

En cierto sistema planetario, el período de uno de los planetas es $N^{3/2}$ veces mayor que el del planeta más cercano a la estrella central. Razona cuál es la relación entre sus radios orbitales.

Solución

COMPRENSIÓN. El radio orbital de un planeta y su período de revolución están relacionados mediante la tercera ley de Kepler. Como ambos planetas pertenecen al mismo sistema planetario, la constante de proporcionalidad es la misma.

DATOS. $T_1 = N^{3/2} T_2$

RESOLUCIÓN. Intenta resolver el problema tú solo. Para ello, oculta la respuesta y sigue estos pasos:

Pasos:

- Aplicamos la tercera ley de Kepler a cada planeta.
- Relacionamos ambos períodos teniendo en cuenta que el radio orbital de uno es $N^{3/2}$ veces mayor que el del otro.

Respuesta:

$$— T_1^2 = kr_1^3 \text{ y } T_2^2 = kr_2^3; \quad T_1 = (kr_1^3)^{1/2} \text{ y } T_2 = (kr_2^3)^{1/2}$$

El radio orbital del planeta considerado es N veces mayor que el del planeta más cercano a la estrella.

$$— \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{kr_1^3}{kr_2^3} \right)^{1/2}; \quad \frac{N^{3/2} T_2}{T_2} = \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^{3/2}; \quad r_1 = N r_2$$

COMPROBACIÓN. El resultado es lógico, pues si el radio orbital es mayor, más tiempo tardará el planeta en describir su órbita.

- El cometa Halley se mueve en una órbita elíptica alrededor del Sol. En el perihelio el cometa está a $8,75 \cdot 10^7$ km del Sol, mientras que en el afelio se encuentra a $5,26 \cdot 10^9$ km de este. ¿En cuál de los dos puntos tiene el cometa mayor velocidad?
- El radio orbital de Urano es 19,2 veces mayor que el terrestre. Determina cuántos años tardará en completar una vuelta alrededor del Sol.

N

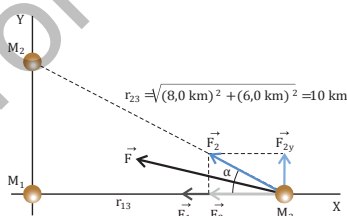
Momento de fuerza y giro

Dos masas iguales de 30 000 kg se encuentran en el origen de coordenadas y, sobre el eje X , en el punto $x = 6,0$ km. Una tercera masa de 2 000 kg se halla sobre el eje Y , en el punto $y = 8,0$ km. Encuentra la fuerza que las dos primeras masas ejercen sobre la tercera.

Solución

COMPRENSIÓN. La fuerza total que M_1 y M_2 ejercen sobre M_3 se calcula aplicando el principio de superposición.

DATOS. $M_1 = M_2 = 30\,000$ kg; $M_3 = 2\,000$ kg; $r_{13} = 8,0 \cdot 10^3$ m; $r_{23} = 1,0 \cdot 10^4$ m



RESOLUCIÓN. Calculamos las fuerzas que M_1 y M_2 ejercen sobre M_3 :

$$\begin{aligned} \vec{F}_1 &= -G \frac{M_1 M_3}{r_{13}^2} \vec{i} = -6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \cdot \\ &\quad \cdot \frac{30\,000 \text{ kg} \cdot 2\,000 \text{ kg}}{(8,0 \cdot 10^3 \text{ m})^2} \vec{i} = -6,3 \cdot 10^{-11} \vec{i} \text{ N} \\ \vec{F}_2 &= -G \frac{M_2 M_3}{r_{23}^2} \vec{u} = -6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \cdot \\ &\quad \cdot \frac{30\,000 \text{ kg} \cdot 2\,000 \text{ kg}}{(1,0 \cdot 10^4 \text{ m})^2} \vec{u} = -4,0 \cdot 10^{-11} \vec{u} \text{ N} \end{aligned}$$

Descomponemos $\vec{F}_2$ en sus componentes cartesianas usando las razones trigonométricas seno y coseno:

$$\begin{aligned} \vec{F}_{2x} &= -F_2 \cos \alpha \vec{i} = -4,0 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \frac{8,0 \cdot 10^3 \text{ m}}{1,0 \cdot 10^4 \text{ m}} \vec{i} = \\ &= -3,2 \cdot 10^{-12} \vec{i} \text{ N} \\ \vec{F}_{2y} &= F_2 \sin \alpha \vec{j} = 4,0 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \frac{6,0 \cdot 10^3 \text{ m}}{1,0 \cdot 10^4 \text{ m}} \vec{j} = \\ &= 2,4 \cdot 10^{-12} \vec{j} \text{ N} \end{aligned}$$

Y sumamos vectorialmente ambas fuerzas:

$$\begin{aligned} \vec{F} &= \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = (-6,3 \cdot 10^{-11} - 3,2 \cdot 10^{-12}) \vec{i} \text{ N} + \\ &+ 2,4 \cdot 10^{-12} \vec{j} \text{ N} = (-6,6 \cdot 10^{-11} \vec{i} + 2,4 \cdot 10^{-12} \vec{j}) \text{ N} \end{aligned}$$

- En los cuatro vértices de un cuadrado de 20 km de lado se sitúan cuatro masas iguales de 1000 kg. Calcula el módulo del vector intensidad del campo gravitatorio en el centro del cuadrado.

- Dos masas, $M_1 = 3,0 \cdot 10^8$ kg y $M_2 = 1,5 \cdot 10^9$ kg, están situadas en los puntos de coordenadas (3,0, 4,0) y (-5,0, -1,0) en metros, respectivamente. Representa el campo gravitatorio resultante en el punto (3,0, -1,0) y determina su módulo.



Campo gravitatorio lunar

En cierto sistema planetario, el período de uno de los planetas es $N^{3/2}$ veces mayor que el del planeta más cercano a la estrella central. Razona cuál es la relación entre sus radios orbitales.

Solución

COMPRENSIÓN. El campo gravitatorio que crea una masa a su alrededor depende de dicha masa y de la distancia a que nos encontremos de ella.

En este caso, la masa de la Luna crea el campo gravitatorio, y la distancia entre esta y su superficie será igual al radio lunar (pues el centro de masa de la Luna se encuentra en su centro geométrico).

DATOS. $M_L = 0,012 \cdot M_T$; $R_L = 0,25 \cdot R_T$; $g_T = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

RESOLUCIÓN. Determinamos la gravedad en la superficie lunar. Para ello, empleamos la expresión del campo gravitatorio:

$$g_L = G \frac{M_L}{R_L^2} = G \frac{0,012 \cdot M_T}{(0,25 \cdot R_T)^2} = G \frac{M_T}{R_T^2} \cdot \frac{0,012}{0,25^2} = g_T \cdot 0,192 = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot 0,192 = 1,88 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

COMPROBACIÓN. El resultado es lógico, pues si el radio orbital es mayor, más tiempo tardará el planeta en describir su órbita.

18. La masa de Saturno es $5,69 \cdot 10^{26} \text{ kg}$. Calcula el campo gravitatorio que ejerce sobre su satélite Mimas, sabiendo que el radio medio de su órbita es de 186 000 km. Datos: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$.

19. La masa de Marte es 9,3 veces menor que la de la Tierra, y su radio es 1,9 veces menor. ¿Cuál será el peso en Marte del robot Curiosity, que está investigando dicho planeta, si su masa es de una tonelada? Datos: $g_T = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.



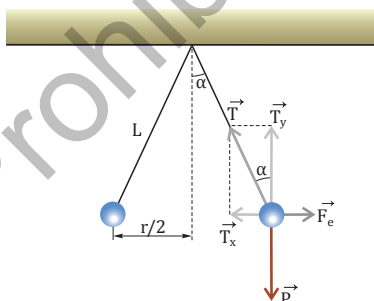
Ley de Coulomb y equilibrio

Dos partículas de 25 g y con igual carga eléctrica se suspenden de un mismo punto mediante hilos inextensibles de masa despreciable y 80 cm de longitud. En la situación de equilibrio, los hilos forman entre sí un ángulo de 45° . Calcula la carga de las partículas y la tensión de los hilos. DATOS: $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$.

Solución

COMPRENSIÓN. En la figura se indican las fuerzas que actúan sobre cada partícula; ambas se encuentran en equilibrio, por lo que la fuerza resultante sobre cada una es nula.

DATOS. $m = 0,025 \text{ kg}$; $L = 0,80 \text{ m}$; $\alpha = 22,5^\circ$



RESOLUCIÓN. En primer lugar, aplicamos la condición de equilibrio en las direcciones horizontal y vertical:

$$T_x + F_e = 0 \Rightarrow T \sin \alpha = K \frac{q^2}{r^2}$$

$$\vec{T}_y + \vec{P} = 0 \Rightarrow T \cos \alpha = mg$$

A continuación, hallamos la tensión:

$$T = \frac{mg}{\cos \alpha} = \frac{0,025 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}}{\cos 22,5^\circ} = 0,27 \text{ N}$$

Finalmente, calculamos la carga de cada partícula teniendo en cuenta que la distancia entre ambas es $r = 2 L \sin \alpha$:

$$q = \pm \sqrt{\frac{T r^2 \sin \alpha}{K}} = \pm \sqrt{\frac{0,27 \text{ N} \cdot (0,61 \text{ m})^2 \cdot \sin 22,5^\circ}{9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}}} = \pm 2,1 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

La carga de las partículas debe tener el mismo signo y su valor absoluto es de $2,1 \mu\text{C}$. La tensión en la cuerda es de 0,27 N.

COMPROBACIÓN. Sustituyendo los valores obtenidos para T y para q, comprobamos que la fuerza resultante sobre cada partícula es nula.

20. Dos masas, $M_1 = 3,0 \cdot 10^8 \text{ kg}$ y $M_2 = 1,5 \cdot 10^9 \text{ kg}$, están situadas en los puntos de coordenadas (3,0, 4,0) y (-5,0, -1,0) en metros, respectivamente. Representa el campo gravitatorio resultante en el punto (3,0, -1,0) y determina su módulo.

21. Dos cargas $q_1 = -2 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ y $q_2 = 5 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ están fijadas en los puntos $x_1 = -0,3 \text{ m}$ y $x_2 = 0,3 \text{ m}$ del eje OX, respectivamente. Dibuja las fuerzas que actúan sobre cada carga y determina su valor.

**Q****Partícula cargada en un campo eléctrico**

Una partícula con carga $2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ y masa 10^{-8} g se encuentra en reposo en el origen de coordenadas dentro de un campo eléctrico uniforme de $500 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$, dirigido en el sentido positivo del eje Y. Calcula su velocidad al cabo de una milésima de segundo.

Solución

COMPRENSIÓN. La fuerza eléctrica sobre la partícula tiene el mismo sentido que el campo eléctrico, al ser la carga positiva. La partícula inicia un MRUA en la dirección y el sentido de la fuerza.

DATOS. $q = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$; $m = 10^{-8} \text{ kg}$; $v_0 = 0$; $E = 500 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$; $t = 10^{-3} \text{ s}$

RESOLUCIÓN. Intenta resolver el problema tú solo. Para ello, oculta la respuesta y sigue estos pasos:

Pasos:

- Aplicamos la segunda ley de Newton para hallar la aceleración de la partícula.
- Calculamos su velocidad teniendo en cuenta que su movimiento es un MRUA.

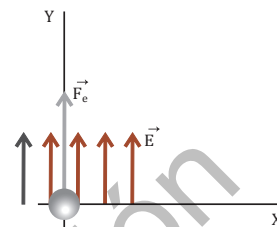
Respuesta:

$$\begin{aligned} \vec{F} = m\vec{a} &\Rightarrow \vec{F}_e = q\vec{E} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m} = \\ &= \frac{2 \cdot 10^{-6} \text{ C} \cdot 500 \vec{j} \text{ N}}{10^{-8} \text{ kg}} = 10^5 \vec{j} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \end{aligned}$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t = 10^5 \vec{j} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot 10^{-3} \text{ s} = 10^2 \vec{j} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

La velocidad de la partícula después de 10^{-3} s vale $10^2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ y está dirigida en el sentido positivo del eje Y.

COMPROBACIÓN. La velocidad adquirida es muy grande debido al elevado valor de la aceleración y al pequeño valor de la masa.

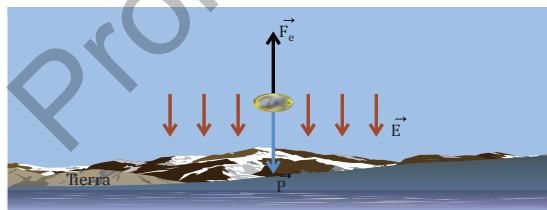
**R****Fuerza electrostática frente a fuerza peso**

La Tierra tiene un campo eléctrico cerca de su superficie cuyo valor es aproximadamente de $150 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$, dirigido verticalmente hacia abajo. Determina: a. La carga que debe suministrarse a una moneda de 3 g de masa para que quede «levitando» cerca de la superficie terrestre; b. Lo que sucedería si se utilizara una moneda de 2 g con la misma carga eléctrica.

Solución

COMPRENSIÓN. Para que la fuerza neta sobre la moneda sea nula y esta pueda levitar, su carga debe ser negativa.

DATOS. $E = 150 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$; $m = 0,003 \text{ kg}$; $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$



RESOLUCIÓN.

a. Aplicamos la condición de equilibrio:

$$\begin{aligned} \vec{F}_{\text{neto}} = 0 &\Rightarrow F_e - P = 0 \Rightarrow |q|E = mg \Rightarrow \\ \Rightarrow |q| &= \frac{mg}{E} = \frac{0,003 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}}{150 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ C} \end{aligned}$$

La moneda de 3 g debe cargarse con $-2 \cdot 10^{-4} \text{ C}$.

b. Si el peso es menor que la fuerza eléctrica, la moneda se moverá hacia arriba. Calculamos su aceleración:

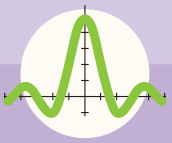
La aceleración de esta moneda será de $5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ hacia arriba.

$$\begin{aligned} \vec{F}_{\text{neto}} = m\vec{a} &\Rightarrow F_e - P = ma \Rightarrow a = \frac{qE - mg}{m} = \\ &= \frac{2 \cdot 10^{-4} \cdot 150 \text{ N} - 0,002 \cdot 9,8 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}}{0,002 \text{ kg}} = 5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \end{aligned}$$

COMPROBACIÓN. Al ser menor la masa de la segunda moneda, esta se moverá hacia arriba.

22. En un día de calma, el campo eléctrico sobre la superficie de la Tierra es de $100 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$, dirigido hacia abajo. Una gota de agua, con una carga neta igual a 250 veces la carga del electrón y $4,082 \cdot 10^{-16} \text{ kg}$ de masa, se encuentra cerca de la superficie terrestre. ¿Permanecerá en equilibrio?

23. Una partícula de polvo de 10^{-14} g tiene una carga de 20 electrones y está en equilibrio entre dos placas paralelas horizontales entre las que hay un campo eléctrico uniforme de $30,6 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$. Halla en qué sentido y con qué aceleración se mueve la partícula al aumentar el valor del campo eléctrico hasta $31,3 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$.



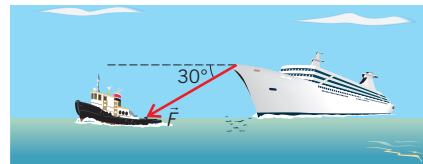
Ejercicios y problemas

1 La naturaleza de las fuerzas

- Aunque en el texto aparecen los principales científicos que han contribuido al desarrollo del concepto de fuerza, hay otros de gran importancia. Redacta una breve biografía científica de cada uno de estos, valorando sus aciertos y sus errores: Descartes, Leibniz y Euler.
- Los conceptos de *masa*, *fuerza* y *centro de gravedad* aparecen explicados al inicio del tema, pues en ellos se fundamenta la dinámica. En pequeños grupos, piensen de qué forma pueden aplicarse al diseño de un auto de Fórmula 1. ¿Qué características deben tener en cuenta los ingenieros que desarrollan estos vehículos en relación con dichas magnitudes?
- Clasifica las fuerzas que aparecen en las siguientes situaciones en fuerzas de contacto o a distancia:
 - Un alumno empuja a otro.
 - El protón de un átomo atrae a un electrón de su corteza.
 - Una pelota lanzada con una determinada velocidad sobre el suelo se detiene después de recorrer una distancia.
 - Júpiter atrae a su satélite Ío.
 - Un clip metálico es atraído por un imán.
- Indica qué interacción está relacionada con cada uno de los siguientes fenómenos o situaciones:
 - Apartamos un fajo de folios.
 - Un imán queda sujeto en la puerta del frigorífico.
 - La Tierra da vueltas alrededor del Sol.
 - La transformación o el decaimiento de un átomo de cesio en un átomo de otro elemento químico.
 - Cae un jarrón de la mesa al suelo.
 - Un neutrón se convierte en un protón.
 - Se libera energía en una fisión nuclear.
 - Tiene lugar el fenómeno de las mareas.
 - Un alumno empuja a otro en el patio.
 - Se unen, en el Sol, dos núcleos de deuterio para dar lugar a un núcleo de helio.
- Busca información en Internet y elabora una tabla con las principales características de las interacciones fundamentales de la naturaleza. Refleja cada una de las siguientes características en una columna.
 - Alcance (en metros).
 - Intensidad relativa (toma la interacción nuclear fuerte como referencia o valor 1).
 - Partículas mediadoras; es decir, sobre las que actúa cada interacción.
 - Partículas portadoras de fuerza; es decir, que permiten que la fuerza se propague por el espacio.
 - Procesos físicos de los que es responsable cada interacción.
- En cada tipo de proceso radiactivo interviene una o varias de las interacciones fundamentales de la naturaleza. Las aplicaciones son múltiples: medicina, agricultura, industria, obtención de energía, armamento, etc.
 - Busca información sobre estas aplicaciones.
 - ¿Con qué interacción fundamental de la naturaleza está relacionada cada una de ellas?
 - Redacta dos textos, en el primero los argumentos irán a favor de la radiactividad y en el segundo, en contra. Con dichos argumentos debate en clase. Defiende una de las dos posturas y considera las implicaciones sociales, tecnológicas, medioambientales, etc.

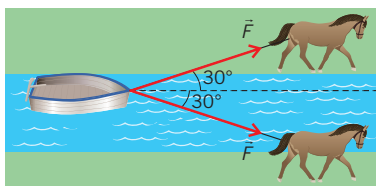
2 Composición y descomposición de fuerzas

- Dibuja la resultante de tres fuerzas concurrentes de 32 N, 8 N y 18 N, las dos primeras de la misma dirección, pero sentidos opuestos, y la tercera perpendicular a ellas. Halla numéricamente su intensidad.
- Un barco remolca a otro de mayor tamaño que se ha averiado con una fuerza de $2 \cdot 10^6$ N, tal y como se indica en la imagen. Calcula la intensidad de la fuerza que lo hace avanzar.



- Dos personas empujan un mueble. Cuando lo hacen en la misma dirección y el mismo sentido, la resultante sobre este vale 500 N; cuando lo hacen en sentidos contrarios, la resultante es de 100 N en el sentido de la que empuja con mayor fuerza. ¿Cuánto valen las fuerzas con que empuja cada una?

10. Dos caballos avanzan por las dos orillas de un río, tiran de una balsa con fuerzas iguales a $5\,000\text{ N}$ y forman un ángulo de 30° con la dirección de la corriente, tal y como se indica en la imagen. ¿Qué fuerza hace que la balsa se mueva?



11. En una mudanza, dos personas empujan un mueble con fuerzas iguales a 300 N cuyas direcciones son perpendiculares. Determina gráfica y numéricamente las características de la fuerza que permite el avance del mueble. ¿Qué sucedería si el ángulo entre ambas fuerzas fuese mayor de 90° ?
12. El motor de un auto es capaz de ejercer una fuerza de 4000 N . Cuando circula por una carretera recta hacia el norte, sopla un viento en dirección este, ejerciendo sobre el auto una fuerza de 400 N . ¿Qué debe hacer el piloto para no salirse de la carretera?
13. Un cuerpo de 120 N de peso cuelga a 80 cm de uno de los extremos de una viga de masa despreciable y 2 m de longitud. Calcula las fuerzas que soportan dos personas que la sostienen por sus extremos. Representa el sistema de fuerzas.
14. Una barra de 70 cm de longitud pesa 4 N . Se cuelgan de sus extremos dos cuerpos cuyos pesos son 6 y 10 N . Calcula la fuerza resultante y su punto de aplicación. Representa el sistema de fuerzas.
15. La resultante de dos fuerzas paralelas del mismo sentido es de 200 N .
- Si una de ellas tiene un valor de 120 N y dista 40 cm de la resultante, ¿cuál será la intensidad de la otra fuerza?
 - ¿Qué distancia existirá entre ambas? Representa el sistema de fuerzas.
16. Halla el valor, la dirección, el sentido y el punto de aplicación de la resultante de dos fuerzas paralelas, de 40 N y 60 N , cuyas líneas de acción distan entre sí 80 cm si: a. Son del mismo sentido; b. Son de sentido contrario.

—Dibuja la fuerza resultante en cada caso.

3 Momentos de una fuerza

17. La distancia entre el pomo de una puerta y el eje de sus bisagras es de 50 cm . Empujamos sobre el pomo con una fuerza de 100 N que es perpendicular al plano de la puerta. ¿Cuánto vale el momento de la fuerza? ¿Y si el pomo estuviera en el centro de la puerta? Interpreta el resultado obtenido.
18. Para abrir una puerta de 90 cm de anchura, se requiere un momento de fuerza mínimo de $1,5\text{ N} \cdot \text{m}$. Si se ejerce perpendicularmente sobre el picaporte, situado en el borde de la puerta, una fuerza de 2 N , ¿conseguiremos abrirla? Razona tu respuesta.
19. Un piloto de Fórmula 1 ejerce una fuerza de 30 N sobre los extremos de su volante de 30 cm de diámetro. ¿Cuánto vale el momento del par de fuerzas que permite el giro del volante?
20. A un volante de 30 cm de radio, se le aplica un par de fuerzas, de modo que se obtiene un momento de fuerzas total igual a $147\text{ N} \cdot \text{m}$, que ocasiona su giro. ¿Cuánto vale cada fuerza ejercida?
21. De los extremos de una cuerda que pasa a través de una polea de 10 cm de radio, se cuelgan sendas masas de 20 kg y 30 kg . ¿Hacia dónde gira la polea? Calcula el momento de fuerza total.
22. Dos niños juegan con una puerta tratando de girarla, cada uno en un sentido. El niño A empuja desde el picaporte (situado en el borde) con una fuerza de 100 N , mientras que el niño B aplica una fuerza de 120 N a 25 cm del picaporte. Si la anchura de la puerta es de $1,5\text{ m}$, ¿quién ganará el juego?
23. El momento de fuerza total que hace girar un volante de 30 cm de diámetro tiene un valor de $3\text{ N} \cdot \text{m}$. Determina las características (módulo, dirección y sentido) de las fuerzas que provocan el giro del volante.

4 Equilibrio

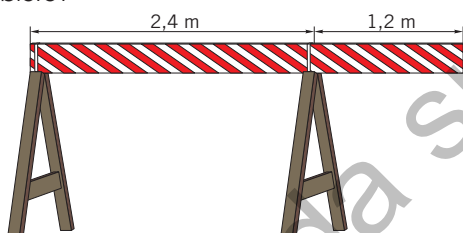
24. Razona la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

- Si un cuerpo está en reposo, necesariamente no se le está aplicando ninguna fuerza.
- Un paracaidista alcanza, después de un cierto tiempo tras su salto, una velocidad constante llamada velocidad límite. A partir de ese instante, se encontrará en equilibrio estático.

25. Un saco de arena, que pesa 600 N , está colgado de una cuerda. Mediante otra cuerda se tira horizontalmente de él con una fuerza de 250 N . Si el saco se mantiene así en reposo, ¿qué fuerza ejerce sobre él la cuerda que cuelga del techo?

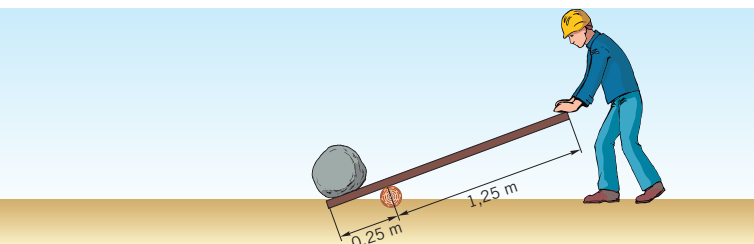
26. Un niño sujeta en cada una de sus manos un perro atado a una correa. Los dos perros tiran del niño en direcciones perpendiculares y con fuerzas de 100 N y 150 N . ¿Qué características debe tener la fuerza que ejerce el niño para no moverse?

27. Un tablero homogéneo de 48 N de peso y $3,6\text{ m}$ de longitud se encuentra en reposo horizontalmente sobre dos caballetes, como se muestra en la imagen. ¿Qué fuerzas ejercen los caballetes sobre el tablero?



28. Una piñata cuelga del techo gracias a una cuerda. Un niño tira horizontalmente de ella con una fuerza de 30 N hasta que se alcanza el reposo. En ese momento, la cuerda forma un ángulo de 30° con la vertical. Calcula: a. La fuerza que soporta la cuerda; b. El peso de la piñata.

29. Calcula la fuerza que debemos ejercer sobre la palanca de la imagen para mover la roca de 2000 N de peso.



30. Una atleta de 900 N de peso se encuentra haciendo flexiones. Su centro de gravedad se halla justo por encima del punto P del suelo, el cual dista 90 cm de los pies y 60 cm de las manos. ¿Qué fuerza ejerce el suelo sobre las manos?

31. Dos obreros transportan una viga de 5 m de longitud y 250 N de peso. El obrero A sujeta por un borde y el B, a 60 cm del otro borde. Dibuja todas las fuerzas que actúan sobre la viga y calcula la fuerza que ejerce cada obrero.

32. Para determinar el centro de gravedad de un hombre, se le coloca horizontalmente sobre una tabla de peso despreciable, que está apoyada sobre dos balanzas, como se muestra en la imagen. Si su altura es de $1,88\text{ m}$ y las balanzas marcan 445 N (la de la izquierda) y 400 N (la de la derecha), ¿dónde estará localizado el centro de gravedad?

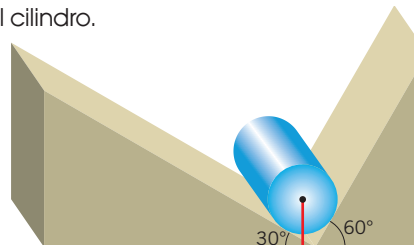


33. Una viga de 10 m y 3000 N de peso se extiende sobre una repisa horizontal, tal y como se indica en la imagen, descansando sobre ella. La viga está dispuesta de tal modo que un alumno de 600 N de peso puede andar sobre ella hasta el extremo. ¿Cuál es la máxima distancia, x , que puede haber entre el borde de la repisa y el extremo de la viga?



34. Un peso de 60 N se sostiene en la mano, formando el brazo y el antebrazo un ángulo de 90° . El bíceps ejerce una fuerza, vertical y hacia arriba, que dista $3,4\text{ cm}$ del codo. ¿Cuánto vale dicha fuerza si la distancia del peso al codo es de 30 cm ?

35. Un cilindro de 100 N de peso se apoya sobre dos planos inclinados, tal y como se indica en la figura. Determina la fuerza ejercida por cada plano sobre el cilindro.



36. El 58% del peso de un autobús es soportado por las ruedas delanteras. La distancia entre las ruedas delanteras y traseras es de 8 m . Determina la posición del centro de gravedad del autobús.

5 Leyes de la dinámica

37. Un estudiante razona del siguiente modo:

«Si lanzo horizontalmente una piedra, en el momento de soltarla dejan de actuar fuerzas sobre ella, por lo que continuará moviéndose en línea recta y con la misma velocidad que tenía al soltarla».

¿En qué falla su razonamiento?

38. Dibuja los diagramas de fuerzas correspondientes a las siguientes situaciones. Indica, en cada caso, cómo se aplicaría la segunda ley de Newton.

- Un globo aerostático que desciende a velocidad constante.
- Un proyectil en el punto más alto de su trayectoria parabólica.
- Un niño en un columpio, cuando pasa por el punto más bajo y por el punto más alto.
- Un gimnasta ascendiendo por una cuerda con aceleración constante.

39. Un velocista de 85 kg de masa es capaz de acelerar de 0 a 36 km · h⁻¹ en los primeros 3 s de su carrera. ¿Qué fuerza es necesaria para ello?

40. Explica por qué no se puede trepar por una cuerda sin tirar de ella hacia abajo.

41. Justifica por qué es imposible detenerse bruscamente cuando vamos corriendo.

42. Di cómo avanzan los cohetes que se lanzan al espacio.

43. Razona por qué suelen ser más aparatosos los accidentes de tráfico de los autobuses.

44. Si dejamos caer una pelota desde la ventana del aula, ¿se mantiene constante su momento lineal?

45. Una patinadora de 50 kg, que se mueve a 3 m · s⁻¹, se abraza a un patinador de 70 kg que se desliza en sentido contrario con una velocidad de 2 m · s⁻¹. Determina la velocidad con que se mueven ambos después de unirse.

46. Un petardo que está en reposo explota y se divide en dos partes. Justifica que las velocidades de ambas partes han de tener la misma dirección, pero sentidos contrarios, e indica cómo estarán relacionadas.

47. Una bala de 17 g de masa se lanza contra un saco de arena de 1500 g, quedándose incrustada en él. El conjunto bala-saco se mueve, tras el impacto, con una velocidad de 0,64 m · s⁻¹. Determina la velocidad de la bala antes del impacto. Considera despreciable el rozamiento.

48. Un cuerpo se mueve con una velocidad de 5 m · s⁻¹. Si repentinamente se rompe en dos partes iguales, de manera que una de ellas se mueve con una velocidad de 2 m · s⁻¹ en la misma dirección e igual sentido que el cuerpo original, ¿cuál será la velocidad (módulo, dirección y sentido) de la otra parte?

49. Se desea determinar la relación entre las masas de dos carritos de supermercado que colisionan. Para ello, lanzamos el carrito A con una rapidez de 0,7 m · s⁻¹ contra el B, que está en reposo. Tras el impacto, A rebota con una rapidez de 0,3 m · s⁻¹, mientras que B sale despedido a 0,5 m · s⁻¹. ¿Cuál de las dos masas es mayor y en qué proporción?

50. Un vagón de tren militar, provisto de un cañón, tiene una masa de 4000 kg y viaja a 72 km · h⁻¹ en una vía horizontal. En cierto momento, dispara un proyectil de 20 kg en la misma dirección e igual sentido de la marcha con una rapidez de 320 m · s⁻¹. Halla la velocidad del vagón tras el disparo.

51. En una partida de billar, el taco golpea una bola en reposo de 200 g con una fuerza de 40 N durante una centésima de segundo y, como resultado, la bola rueda por el tapete hasta que golpea otra bola igual que se halla en reposo. Calcula la velocidad de la segunda bola si la primera, tras el choque, retrocede a 0,2 m · s⁻¹.

52. En un campo de tiro se pone a prueba un nuevo modelo de ametralladora. Los proyectiles, de 100 g de masa, salen disparados a una velocidad de 400 m · s⁻¹. La máxima fuerza que puede ejercer el operario al sujetar el arma es de 200 N. ¿Cuál es el máximo número de balas que puede disparar en un minuto?

53. Se dispara un proyectil de 8 g a 100 m · s⁻¹, y queda incrustado en el centro de un bloque de madera de 2 kg. Calcula la velocidad del bloque inmediatamente después del impacto. ¿Qué fuerza ejerce el bloque sobre el proyectil si el impacto dura 0,01 s?

54. Una bala de 9 g parte del reposo y recorre 6 cm en el cañón del fusil. La velocidad de la bala cuando deja el cañón es de $1200 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Determina el valor de la fuerza ejercida sobre la bala considerando constante su valor.

—¿Cuál será la fuerza que se ejerce sobre el fusil?

55. Ayúdame de la dirección web que aparece a continuación para elaborar una presentación que resuma brevemente las leyes de Newton: <https://goo.gl/nviB39>

56. Los cohetes espaciales son objetos en movimiento cuya masa disminuye con el tiempo.

—Busca información en Internet acerca de cómo son capaces de avanzar estos dispositivos y cuáles son las ecuaciones que describen su movimiento.

6 Interacciones de contacto

57. Di por qué resulta sencillo arrastrar un trineo tirando de él con una cuerda inclinada con respecto a la horizontal.

58. Justifica por qué, cuanto más se aprieta una palma de la mano contra la otra, más difícil resulta deslizarlas.

59. Calcula la aceleración que adquiere un cuerpo al dejarlo en lo alto de un plano inclinado 37° , si el coeficiente de rozamiento con el plano es 0,10.

60. Lanzamos una jarra de agua de 2 kg por una superficie horizontal con una velocidad de $36 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Si $\mu = 0,20$, ¿qué distancia recorrerá hasta detenerse?

61. Dos masas iguales cuelgan de los extremos de una cuerda que pasa a través de una polea. ¿Puede afirmarse que no existe tensión en la cuerda? Justifica tu respuesta.

62. Una persona de 70 kg que practica *puenting* salta al vacío desde un puente. La cuerda elástica que tiene amarrada a sus tobillos mide 10 m sin estirar. Determina la constante elástica de la cuerda si la persona cae una distancia total de 30 m.

63. Petra desea tirar de un baúl de 20 kg, que ha hallado semioculto en el desván de casa, con una fuerza de 100 N. Si el coeficiente de rozamiento entre el baúl y el suelo es de 0,1, determina la aceleración con que el baúl comenzará a moverse cuando la fuerza:

- Sea paralela al plano.
- Forme un ángulo de 20° sobre la horizontal.
- Forme un ángulo de 20° bajo la horizontal.

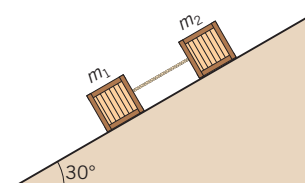
64. Un objeto de 5,0 kg se apoya sobre una superficie horizontal. El coeficiente de rozamiento estático es de 0,50; el dinámico, de 0,20. Calcula la fuerza mínima necesaria para iniciar el movimiento, y, si se mantiene dicha fuerza, halla la velocidad del objeto a los 2 s.

65. Durante una mudanza, un estudiante de 70 kg de masa trata de mover un cajón de 120 kg, sin ruedas, lleno de libros de física. Para ello, empuja el cajón con una fuerza paralela al suelo. El coeficiente de rozamiento estático del cajón con el suelo es de 0,2 y el de sus zapatos con el suelo, de 0,25. ¿Podrá mover el cajón?

66. Dos bloques de 10,0 kg y 5,0 kg están unidos por una cuerda inextensible de masa despreciable y situados sobre un plano inclinado de 20° . Si $\mu = 0,25$ para ambos, calcula: a. La fuerza F , paralela al plano necesaria para que los bloques asciendan con velocidad constante; b. La tensión que soporta la cuerda que los une.

67. En una película, el protagonista pretende huir de su enemigo descolgándose con ayuda de una cuerda, pero su masa es de 90 kg y la cuerda solo soporta una tensión de 750 N: a. ¿cuál es la mínima aceleración con la que ha de descolgarse?; b. ¿podría quedarse temporalmente quieto en la cuerda?

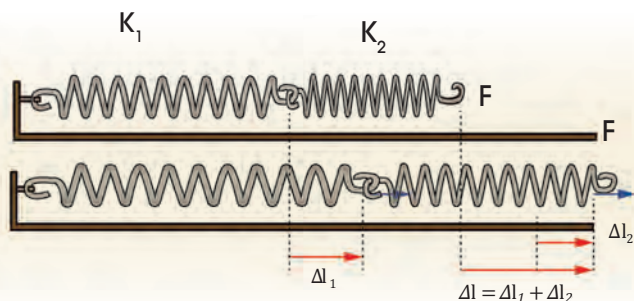
68. Dos cuerpos de masas $m_1 = 3,0 \text{ kg}$ y $m_2 = 4,0 \text{ kg}$ están unidos mediante una cuerda inextensible y de masa despreciable, según se indica en la figura. Si los respectivos coeficientes de rozamiento son de 0,20 y 0,40, calcula la aceleración del sistema y la tensión de la cuerda.



MUELLES EN SERIE Y MUELLES EN PARALELO

Muelles en serie

Los dos muelles están sometidos a la misma fuerza F , aunque cada uno experimenta un alargamiento diferente de acuerdo con la ley de Hooke.



$$\Delta l_1 = \frac{F}{K_1} \quad \Delta l_2 = \frac{F}{K_2}$$

Sobre el conjunto de ambos muelles la fuerza F provoca un alargamiento $\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2$.

$$\begin{aligned} \Delta l &= \Delta l_1 + \Delta l_2 \\ K &= \frac{F}{\Delta l} = \frac{F}{\Delta l_1 + \Delta l_2} = \frac{F}{\frac{F}{K_1} + \frac{F}{K_2}} = \frac{1}{\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}} \\ \frac{1}{K} &= \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}; \quad K = \frac{K_1 K_2}{K_1 + K_2} \end{aligned}$$

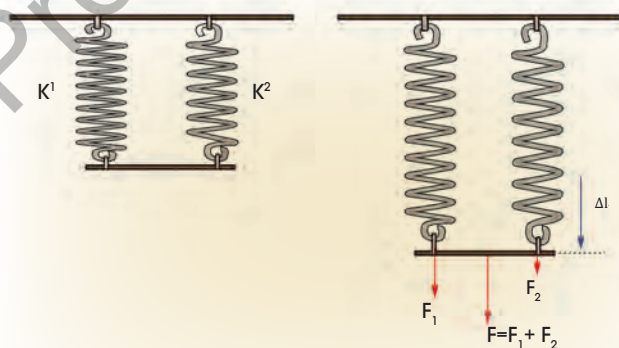
Si $K_1 = K_2$ resulta: $K = \frac{K_1}{2} = \frac{K_2}{2}$

Objetivo de la práctica

En esta práctica uniremos dos muelles iguales, primero en serie y después en paralelo, determinaremos experimentalmente las constantes elásticas de estas asociaciones y comprobaremos si coinciden con las calculadas teóricamente.

Muelles en paralelo

Los dos muelles experimentan el mismo alargamiento Δl , aunque cada uno está sometido a una fuerza diferente de acuerdo con la ley de Hooke.



acuerdo con la ley de Hooke.

$$F_1 = K_1 \Delta l \quad F_2 = K_2 \Delta l$$

Sobre el conjunto de ambos muelles la fuerza será $F = F_1 + F_2$.

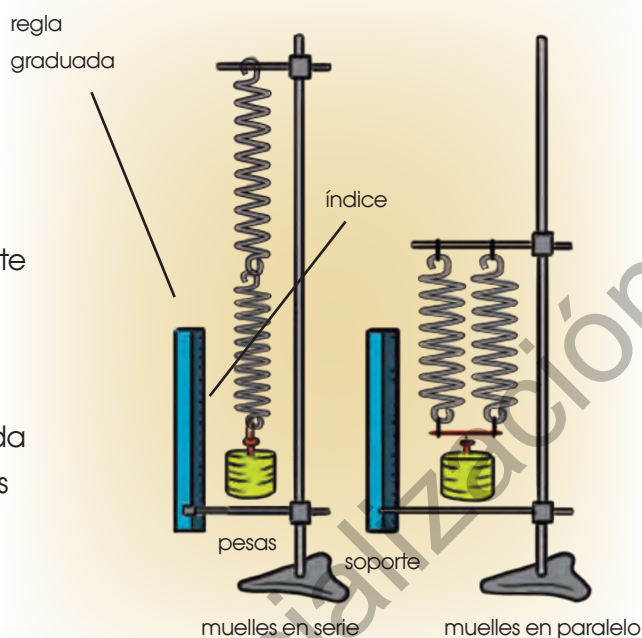
$$K = \frac{F}{\Delta l} = \frac{F_1 + F_2}{\Delta l} = \frac{F_1}{\Delta l} + \frac{F_2}{\Delta l} = K_1 + K_2$$

Si $K_1 = K_2$, resulta: $K = 2 K_1 = 2 K_2$

MATERIALES:

- dos muelles de acero iguales de constante elástica conocida
- regla graduada
- portapesos o platillo para aplicar la carga
- pesas o discos ranurados de masa conocida
- soporte metálico provisto de brazo y pinzas

PROCESOS:



Muelles en serie

1. **Asocia** los dos muelles en serie. Para hacerlo basta con unirlos por un extremo.
2. **Cuelga** ambos muelles unidos al brazo del soporte. **Cuelga** en el extremo libre el portapesos o el platillo y **ajusta** el índice del muelle al cero de la regla.
3. **Coloca** los discos o pesas necesarios para que empiece a alargarse el muelle de una forma apreciable. **Añade** pesas regularmente, por ejemplo de 10 g en 10 g o de 50 g en 50 g, anotando en la tabla 1 el valor de las pesas y el alargamiento producido.
4. **Efectúa** al menos seis mediciones sucesivas con diferentes pesas.
5. **Representa** gráficamente la fuerza aplicada, en newtons, en función de los alargamientos, en centímetros. Une los puntos obtenidos y **observa** la forma de la gráfica.
6. **Determina** el valor de la pendiente de la recta. Este valor es justamente la constante elástica resultante.

Medición	Masa de las pesas (kg)	Fuerza aplicada (N) $p = m \cdot g$	Alargamiento Δl (cm)	$F / \Delta l$ (N/cm)



SENTIDO CRÍTICO

El primer gravitómetro: la Torre de Pisa

La gravedad acelera igual a los cuerpos independientemente de su masa, aunque nuestra intuición nos dice lo contrario.

Al dejar caer desde una altura, por ejemplo desde la mesa, una hoja de papel y un lápiz, este último llega antes al suelo. Razonamos de la siguiente forma:

«...claro, el lápiz pesa más, con lo que se acelera más rápidamente...». Pero ese razonamiento no es correcto. Basta con repetir el experimento en condiciones de vacío (<http://goo.gl/XQoDVc>).

La conclusión para el primer experimento, teniendo en cuenta su variante al vacío, es que el rozamiento con el aire es el causante de que el lápiz llegue antes.

En ausencia de rozamiento, la hoja y el lápiz (la pluma y el martillo lunares) llegan a la vez, son aceleradas igualmente.

átomos individuales) que la fuerza de la gravedad terrestre actuando sobre un átomo, que se rige por las leyes de la mecánica cuántica, lo acelera exactamente igual que a un balón de fútbol, objeto macroscópico que se rige por las leyes de la mecánica clásica. Para ello, han utilizado un interferómetro atómico y un gravitómetro.

Un interferómetro divide en dos un haz de luz (o, en nuestro caso, de átomos), cada uno de los cuales recorre caminos diferentes y, después, se vuelven a unir.

Al unirse, interfieren constructiva o destructivamente, de forma que permiten medir con muchísima precisión

la diferencia de camino recorrido.

Los físicos de Stanford han diseñado y construido un interferómetro atómico nuevo, en el que han utilizado átomos ultraenfriados por láser y pulsos ópticos. Mediante varios láseres se extrae energía cinética del átomo individual, enfriándolo hasta algunas millonésimas de grado por encima del cero absoluto, de forma que, a esas temperaturas tan bajas, se mueve solo a centímetros por segundo, con lo que es más fácil seguirlo. Los pulsos se utilizan para separar y combinar los átomos. De ahí se puede deducir la velocidad en la caída libre.

AUDIOVISUAL

Los cohetes y las leyes de Newton

La física que subyace en el vuelo de los aviones de reacción, el lanzamiento de los cohetes o la puesta en órbita de satélites, se puede explicar con las leyes de Newton. Con lo que sabes, ¿podrías lanzar un cohete!

Visiona el vídeo «Rockets – The Newton's 3rd Law in action and reaction» en el siguiente enlace:

<http://goo.gl/45pmdB>

La segunda ley de Newton establece que la acción de una fuerza neta sobre un cuerpo dará lugar a una variación en el tiempo de su momento lineal.

El momento lineal de un cuerpo es una magnitud vectorial que es directamente proporcional a su masa y a su velocidad. Por lo tanto, siendo la masa fija, lo único que puede cambiar bajo la acción de la fuerza neta es la velocidad. Pero la variación temporal de la velocidad no es más que la aceleración.

Sin embargo, no siempre puede considerarse la masa de los cuerpos constante.

Una excepción clara son los cohetes, en los que el combustible (se necesita muchísimo para poder enviarlos al espacio exterior) se consume y cuya

masa respecto a la masa del propio cohete sin combustible es muy grande. Un auto que circula por la carretera también consume combustible, pero su masa, respecto a la del auto sin combustible, es muy pequeña, con lo que la inercia del auto sin combustible o con él apenas cambia.

- Teniendo en cuenta todo esto, ¿cómo crees que habría que modificar el enunciado de la segunda ley de Newton aplicada al caso de los cohetes?
- Enuncia la tercera ley de Newton para este caso concreto en el que se quiere lanzar un cohete. Indica cuál es la acción y cuál la reacción.
- Haz un esquema indicando las fuerzas que toman parte en el desplazamiento del cohete.
- Propón más ejemplos en los que el movimiento se explique utilizando la tercera ley de Newton.

<http://goo.gl/v7jvZL>



Físicos de la Universidad de Stanford han modernizado el experimento que, según la leyenda, Galileo llevó a cabo en la Torre de Pisa (y el de Scott en la Luna), para probar que los cuerpos se aceleran igual, independientemente de su masa. Los investigadores han demostrado con una precisión asombrosa (siete partes en mil millones; jamás se había llegado a esta precisión al medir la aceleración de



Fuerzas

Fuerza es toda causa capaz de alterar el estado de reposo o de movimiento de un cuerpo, o de producir en él una deformación.

- Es una magnitud vectorial.
- Siempre actúan por parejas.

Tipos

- De contacto
- A distancia

Interacciones fundamentales:

- nuclear fuerte
- electromagnética
- nuclear débil
- gravitatoria

Fuerza resultante sobre un cuerpo

Aquella que produce el mismo efecto que todas las fuerzas que actúan simultáneamente sobre el cuerpo.

Se determina componiendo fuerzas.

Momento de una fuerza

Magnitud vectorial responsable del giro de un cuerpo, produciendo una aceleración angular

Par de fuerzas

Dos fuerzas paralelas de igual valor y sentido contrario que provocan el giro del cuerpo sobre el que actúan.

Equilibrio

Estático: Todos los puntos del cuerpo están en reposo relativo.

Traslacional: Velocidad lineal constante distinta de cero (MRU).

Rotacional: Gira con velocidad angular constante.

Condiciones de equilibrio:

- fuerza resultante nula
- momento resultante nulo



Fuerzas y movimiento

La dinámica explica las causas que provocan los movimientos de cualquier objeto del universo.

Primera ley de Newton: ley de inercia

Todo cuerpo permanece en estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme a no ser que actúe sobre él alguna fuerza neta o resultante.

Leyes de la dinámica
Se aplican sobre sistemas de referencia inerciales.

Segunda ley de Newton:
ley fundamental de la dinámica

Enunciado

Toda fuerza (neta o resultante) ejercida sobre un cuerpo provoca en este una variación temporal de su momento lineal. $\vec{F}_{\text{neta}} = m \vec{a}$

Conservación del momento lineal

$$\vec{F}_{\text{neta}} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = 0 \Rightarrow \vec{p} = \text{cte}$$

Tercera ley de Newton: ley de acción-reacción

Cuando un cuerpo A ejerce una fuerza sobre un cuerpo B (llamada acción), este responde al cuerpo A ejerciendo una fuerza de igual valor, pero de sentido contrario (llamada reacción).

Interacciones de contacto
Existen entre cuerpos cuyas superficies están en contacto directo.

Fuerza normal: Fuerza de contacto con la que una superficie sostiene un cuerpo apoyado sobre ella. Siempre es perpendicular a dicha superficie de contacto.

Fuerza de rozamiento: Fuerza existente entre las superficies de dos objetos que están en contacto, oponiéndose al movimiento relativo entre estos. Es paralela a las superficies de contacto, proporcional a la fuerza normal y depende de la naturaleza de las superficies, aunque no del área de contacto.

$$\vec{F}_r = \mu \vec{N}$$

Tensión: Fuerza que se transmite a lo largo de una cuerda o cable cuando se ejerce una fuerza sobre uno de sus extremos.

Fuerza elástica: Fuerza con que un objeto elástico responde a la fuerza que lo deforma. Tiene siempre sentido contrario a la deformación.

$$\vec{F}_{\text{el}} = -k \vec{x}$$

Dinámica del MCU

La fuerza centrípeta es la fuerza neta que se ejerce sobre un objeto que describe un movimiento circular uniforme y evita que escape de su trayectoria. Va dirigida desde el objeto hacia el centro de su trayectoria circular.

$$F_c = m \frac{v^2}{R}$$

Dinámica de rotación

Momento angular: Magnitud vectorial asociada al giro de cualquier cuerpo. En el caso de una partícula, $L = r m v \sin \alpha$ y su dirección es perpendicular a $\vec{r}$ y $\vec{v}$.

El momento angular está relacionado con el momento de la fuerza que provoca el giro

$$M = \frac{\Delta L}{\Delta t}$$

Conservación del momento angular. Si $M = \frac{\Delta L}{\Delta t} = 0 \Rightarrow L = \text{cte}$.



Interacciones gravitatoria y electrostática

Leyes de Kepler

Ley de las órbitas: Todos los planetas se mueven describiendo órbitas elípticas en torno al Sol, localizado en uno de los focos de la elipse.

Ley de los períodos: El vector de posición de un planeta con respecto al Sol barre áreas iguales en intervalos de tiempo iguales.

Ley de los períodos: El cuadrado del período de revolución de un planeta alrededor del Sol es proporcional al cubo del semieje mayor de la elipse que describe en su movimiento. $T^2 = k r^3$

Interacción gravitatoria

Ley de gravitación universal de Newton: Dos partículas materiales cualesquiera del universo se atraen entre sí con una fuerza directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa.

$$\vec{F}_{12} = -G \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2} \vec{u}_{12}; \quad \vec{F}_{21} = -G \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2} \vec{u}_{21}; \quad \vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

Las leyes de Kepler son consecuencia de la ley de gravitación universal y de la conservación del momento angular.

Campo gravitatorio: Perturbación que una partícula genera a su alrededor por el hecho de tener masa, y que actúa sobre cualquier otra masa cercana a ella.

$$g = G \frac{M}{r^2}$$

Peso: Fuerza con que dicho cuerpo es atraído por la Tierra debido a la influencia del campo gravitatorio terrestre.

$$\vec{P} = m \vec{g}$$

Ley de Coulomb: La fuerza electrostática de atracción o de repulsión entre dos cargas eléctricas en reposo es directamente proporcional al producto de ambas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa.

$$\vec{F}_{12} = K \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \vec{u}_{12}; \quad \vec{F}_{21} = K \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \vec{u}_{21}; \quad \vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

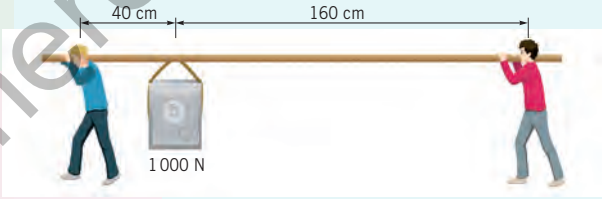
Interacción electrostática

Campo eléctrico: Perturbación que genera una carga eléctrica en el espacio, de modo que cualquier otra carga eléctrica que se encuentre en sus inmediaciones nota sus efectos.

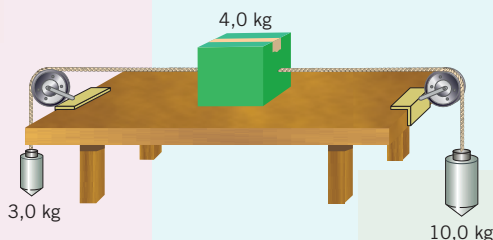
Las interacciones gravitatoria y electrostática son dos de las interacciones fundamentales de la naturaleza. Presentan semejanzas y diferencias.



Para finalizar

- 1 Razona la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:
 - a. La masa es una propiedad general de la materia porque nos permite diferenciar unos objetos de otros.
 - b. Si sobre un cuerpo actúa una única fuerza, entonces este puede encontrarse en reposo.
 - c. Si un cuerpo está en reposo, necesariamente no se le está aplicando ninguna fuerza.
 - d. Un cuerpo se mueve siempre en la misma dirección y el mismo sentido que la fuerza que existe sobre él.
- 2 **Asocia** los siguientes fenómenos a una de las interacciones fundamentales de la naturaleza:
 - a. Señales de radio y de televisión.
 - b. Degradación del carbono-14.
 - c. Formación de un agujero negro.
 - d. Propagación de la luz.
 - e. Corriente eléctrica.
 - f. Estabilidad del núcleo de un átomo.
- 3 El motor de un auto es capaz de ejercer una fuerza de 5000 N . El viento sopla perpendicularmente a su dirección con una fuerza de 200 N .
 - a. ¿Cuál es la fuerza total sobre el auto?
 - b. ¿Qué debería hacer el conductor para no desviarse de su trayectoria inicial?
- 4 En ocasiones, es imposible abrir una puerta aunque se ejerza una fuerza sobre ella.
— ¿Cuándo sucederá esto?
- 5 ¿Por qué es más fácil abrir un bote de tapa grande que otro de tapa pequeña?
- 6 La fuerza necesaria para abrir una puerta tirando de su manecilla es la centésima parte de su peso. Si la puerta pesa 100 N y la distancia de la manecilla al eje de giro es de 1 m , **calcula**:
 - a. La fuerza necesaria para abrir la puerta si la aplicamos en un punto que dista 50 cm del eje.
 - b. La fuerza necesaria para abrir la puerta si la aplicamos a un punto que dista 10 cm del eje.
- 7 En la siguiente figura, ¿por qué uno de los trabajadores se muestra tan descansado y su compañero, con tanta fatiga?
- 8 Un puente de 100 m de largo y 10^5 N de peso se mantiene en posición horizontal mediante dos apoyos situados en sus extremos.
— **Calcula** la fuerza que soportan estos apoyos cuando un vehículo de 10^4 N de peso se sitúa a 30 m de uno de los extremos.
- 9 En los extremos de una tabla de 6 m de longitud y 300 N de peso se colocan dos niños que pesan 400 N y 500 N , respectivamente. **Determina** dónde deberá estar situado el punto de apoyo para conseguir que la tabla permanezca en equilibrio.
- 10 Una escalera de mano de $3,0\text{ m}$ de longitud y 400 N de peso se apoya sin rozamiento sobre una pared vertical y el suelo horizontal, formando un ángulo de 60° con el suelo (considera que el centro de masas de la escalera se encuentra en su centro geométrico). **Calcula** la fuerza que habrá que ejercer horizontalmente sobre la base de la escalera para que esta no resbale.

- 11 En un ejemplo de esta unidad determinaste en el laboratorio los valores de las fuerzas que marcaban dos dinamómetros de los que se colgaba una botella de 9,8 N de peso.
- Intenta explicar en qué principio físico basa el dinamómetro su funcionamiento; es decir, por qué sirve para medir fuerzas.
 - La fuerza elástica que ejerce un muelle se llama fuerza restauradora o recuperadora. ¿Por qué? ¿Será una fuerza de contacto o una fuerza a distancia?
- 12 Al vigía situado en lo más alto del mástil de un barco que navega con velocidad constante se le cae una moneda. Indica la afirmación correcta: a. La moneda cae delante de la base del mástil; b. La moneda cae en la base del mástil; c. La moneda cae detrás del mástil.
- 13 Un carro de masa m se mueve con velocidad v por un suelo horizontal y liso. Otro carro de masa doble se desplaza en sentido contrario con una velocidad igual a la mitad de la del primero. Chocan y quedan unidos. **Determina** la velocidad con que se moverán tras el choque.
- 14 Una caja de 80 kg descansa sobre una superficie inclinada 30° con la horizontal. Un muchacho comprueba que, para evitar que la caja se deslice por el plano inclinado, basta con aplicar una fuerza de 200 N paralela a la superficie.
- ¿Cuál es el coeficiente de rozamiento estático entre la caja y la superficie? ¿Cuál es la fuerza máxima que puede aplicarse a la caja, paralelamente al plano inclinado, antes de que se deslice hacia arriba?
- 15 **Explica**, al menos, tres razones por las que la existencia de rozamiento es fundamental en la vida cotidiana.
- 16 ¿Qué relación ha de haber entre las masas de una máquina de Atwood para que se muevan con una aceleración igual a la quinta parte de la gravedad?
- 17 **Determina** la aceleración del sistema de la imagen y las tensiones de las cuerdas, teniendo en cuenta que el coeficiente de rozamiento es de 0,40.



AUTOEVALUACIÓN

Reflexiona y **autoevalúate** en tu cuaderno:

• Trabajo personal

¿Cómo ha sido mi actitud frente al trabajo?

¿He cumplido mis tareas?

¿Qué aprendí en esta unidad?

• **Escribe** la opinión de tu familia.

• Trabajo en equipo

¿He compartido con mis compañeros y compañeras?

¿He respetado las opiniones de los demás?

• **Pide** a tu profesor o profesora sugerencias para mejorar y **escríbelas**.

Actividades

1. Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F) y justifica tu respuesta:

- La descripción del movimiento no depende del sistema de referencia utilizado.
- Un referencial inercial está en reposo o bien se mueve en línea recta y a velocidad constante con respecto a cualquier otro sistema de referencia inercial.
- Un sistema de referencia no inercial es aquel en el que no se cumple la ley de inercia.
- El movimiento de un móvil es descrito igual desde cualquier sistema de referencia inercial.

Opciones de respuestas:

- a V, b F, c V, d F
- a F, b F, c V, d V
- a F, b V, c V, d F
- a V, b V, c F, d F

2. Un estudiante sale de casa en dirección al colegio. Para ello, camina sucesivamente 300 m hacia el Oeste, 400 m hacia el Norte y 600 m hacia el Este. Calcula su desplazamiento y la distancia recorrida.

- El desplazamiento es (400, 300) m cuyo módulo es 500 m y la distancia recorrida es 500 m.
- El desplazamiento es (300, 400) m cuyo módulo es 500 m y la distancia recorrida es 1 300 m.
- El desplazamiento es (300, 400) m cuyo módulo es 500 m y la distancia recorrida es 500 m.
- El desplazamiento es (400, 300) m cuyo módulo es 500 m y la distancia recorrida es 1 300 m.

3. Responde esta pregunta: ¿Cómo llamarías a la distancia que recorre un auto de Fórmula 1?

- Trayectoria.
- Vector desplazamiento.
- Posición final.

Opciones de respuestas:

- solo a
- a y b
- solo c
- todas

4. Bruce Bursford, el hombre más rápido sobre una bicicleta, alcanzó, desde el reposo, una velocidad de $334 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ en 30,0 s rodando sobre una plataforma de rodillos. Halla su aceleración media.

Opciones de respuestas:

- $a_m = 1,19 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
- $a_m = 0,119 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
- $a_m = 30,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
- $a_m = 3,09 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

5. Un nadador cruza una piscina en diagonal. El vector de posición del nadador está determinado por la expresión: $\mathbf{r}(t) = (t - 1)\mathbf{i} - 2t\mathbf{j}$, en unidades del SI. Calcula el módulo del vector desplazamiento entre los instantes $t = 0 \text{ s}$ y $t = 2 \text{ s}$.

Opciones de respuestas:

- $|\Delta \mathbf{r}| = 1,5 \text{ m}$
- $|\Delta \mathbf{r}| = 3 \text{ m}$
- $|\Delta \mathbf{r}| = 4,5 \text{ m}$
- $|\Delta \mathbf{r}| = 6 \text{ m}$

QUIMICA

Prohibida su comercialización

PRESIDENTE DE LA REPÚBLICA

Lenín Moreno Garcés

MINISTRA DE EDUCACIÓN

Monserrat Creamer Guillén

Viceministra de Educación

Susana Araujo Fiallos

Viceministro de Gestión Educativa

Vinicio Baquero Ordóñez

Subsecretaria de Fundamentos Educativos

María Fernanda Crespo Cordovez

Subsecretario de Administración Escolar

Mariano Eduardo López

Directora Nacional de Currículo

Graciela Mariana Rivera Bilbao la Vieja

Director Nacional de Recursos Educativos

Ángel Gonzalo Núñez López

Directora Nacional de Operaciones y Logística

Carmen Guagua Gaspar

Primera impresión

Marzo 2020

Impreso por:

EDITORIAL DON BOSCO

OBRAS SALESIANAS DE COMUNICACIÓN

Marcelo Mejía Morales

Gerente general

Paúl F. Córdova Guadamud

Dirección editorial

Ligia Elena Quijia

Editor de área

Paulina Margoth Hidalgo Miño

Adaptación y edición de contenidos

Luis Felipe Sánchez Ludeña

Coordinación de estilo

Pamela Cueva Villavicencio

Coordinación gráfica

Pamela Cueva Villavicencio

Diagramación

Darwin Xavier Parra Ojeda

Ilustración

Darwin Xavier Parra Ojeda

Diseño de portada e ilustración

En alianza con

Grupo edebé

Proyecto: Química 2

Bachillerato segundo curso

Antonio Garrido González

Dirección general

María Banal Martínez

Dirección editorial

José Estela Herrero

Dirección de edición

de Educación Secundaria

Santiago Centelles Cervera

Dirección pedagógica

Juan López Navarro

Dirección de producción



ISBN 978-9942-23-022-5

Primera impresión: Julio 2016

Este libro fue evaluado por la Universidad Internacional SEK, y obtuvo su certificación curricular el 4 de mayo de 2016.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN

© Ministerio de Educación del Ecuador

Av. Amazonas N34-451 y Av. Atahualpa

Quito-Ecuador

www.educacion.gob.ec

La reproducción parcial o total de esta publicación, en cualquier forma y por cualquier medio mecánico o electrónico, está permitida siempre y cuando sea por los editores y se cite correctamente la fuente autorizada.

DISTRIBUCIÓN GRATUITA PROHIBIDA SU VENTA

ADVERTENCIA

Un objetivo manifiesto del Ministerio de Educación es combatir el sexismo y la discriminación de género en la sociedad ecuatoriana y promover, a través del sistema educativo, la equidad entre mujeres y hombres. Para alcanzar este objetivo, promovemos el uso de un lenguaje que no reproduzca esquemas sexistas, y de conformidad con esta práctica preferimos emplear en nuestros documentos oficiales palabras neutras, tales como las personas (en lugar de los hombres) o el profesorado (en lugar de los profesores), etc. Sólo en los casos en que tales expresiones no existan, se usará la forma masculina como genérica para hacer referencia tanto a las personas del sexo femenino como masculino. Esta práctica comunicativa, que es recomendada por la Real Academia Española en su Diccionario Panhispánico de Dudas, obedece a dos razones: (a) en español es posible <referirse a colectivos mixtos a través del género gramatical masculino>, y (b) es preferible aplicar <la ley lingüística de la economía expresiva> para así evitar el abultamiento gráfico y la consiguiente ilegibilidad que ocurriría en el caso de utilizar expresiones como las y los, os/as y otras fórmulas que buscan visibilizar la presencia de ambos sexos.

Lenín



Toda una Vida



**EL
GOBIERNO
DE TODOS**

1 unidad temática

Reacciones químicas y sus ecuaciones (16 - 49)

Contenidos



- Masa atómica y avogadro
- Masa molecular y avogadro
- Composición porcentual
- Fórmula empírica y molecular
- Balanceo de ecuaciones
- Estequiometría de las reacciones
- Reactivo limitante y reactivo en exceso
- Rendimiento de reacción

2 unidad temática

Soluciones acuosas y sus reacciones (50 - 81)

Contenidos



- Reacciones de precipitación
- Número de oxidación de elementos y compuestos
- Cálculos estequiométricos de reacciones óxido reducción
- Celdas galvánicas
- Electrólisis

Objetivos:

- Desarrollar habilidades de pensamiento científico a fin de lograr flexibilidad intelectual, espíritu indagador y pensamiento crítico, demostrar curiosidad por explorar el medio que les rodea y valorar la naturaleza como resultado de la comprensión de las interacciones entre los seres vivos y el ambiente físico. (U1, U2, U3, U4, U5, U6)
- Comprender el punto de vista de la ciencia sobre la naturaleza de los seres vivos, su diversidad, interrelaciones y evolución; sobre la Tierra, sus cambios y su lugar en el universo; sobre los procesos tanto físicos como químicos que se producen en los seres vivos y en la materia. (U1, U2, U3, U4, U5, U6)
- Integrar los conceptos de las ciencias biológicas, químicas, físicas, geológicas y astronómicas, para comprender la ciencia, la tecnología y la sociedad, ligadas a la capacidad de inventar, innovar y dar soluciones a la crisis socioambiental. (U1, U2, U3, U4, U6)
- Comprender y valorar la historia del desarrollo científico, tecnológico y cultural relacionado con la acción que este ejerce en la vida personal y social. (U1, U2, U3, U4, U5, U6)
- Apreciar la importancia de la formación científica, los valores y actitudes propios del pensamiento científico, y adoptar una actitud crítica y fundamentada ante los grandes problemas que hoy plantean las relaciones entre *ciencia* y *sociedad*. (U1, U2, U3, U4, U5, U6)
- Usar las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) como herramientas para la búsqueda crítica de información, el análisis y la comunicación de sus experiencias y conclusiones sobre los fenómenos y hechos naturales y sociales. (U1, U2, U3, U4, U5, U6)

- Interpretar las reacciones químicas como la reorganización y recombinación de los átomos con transferencia de energía, con la observación y cuantificación de átomos que participan en los reactivos y en los productos. (U2)
- Comprender y valorar la historia del desarrollo científico, tecnológico y cultural relacionado con la acción que este ejerce en la vida personal y social. (U2, U3, U5, U6)
- Resolver problemas de la ciencia mediante el método científico, con la identificación de problemas, la búsqueda crítica de información, la elaboración de conjeturas, el diseño de actividades experimentales, el análisis y la comunicación de resultados confiables y éticos. (U3)
- Reconocer y valorar los aportes de la ciencia para comprender los aspectos básicos de la estructura y el funcionamiento de su propio cuerpo, con el fin de aplicar medidas de promoción, protección y prevención de la salud integral. (U4, U6)
- Relacionar las propiedades de los elementos y de sus compuestos con la naturaleza de su enlace y con su estructura generando así iniciativas propias en la formación de conocimientos con responsabilidad social. (U5, U6)

Destrezas con criterios de desempeño:

- Experimentar y deducir el cumplimiento de las leyes de transformación de la materia: leyes ponderales y de la conservación de la materia, que rigen la formación de compuestos químicos.
- Calcular y establecer la masa molecular de compuestos simples con base en la masa atómica de sus componentes, para evidenciar que son inmanejables en la práctica y la necesidad de usar unidades de medida, mayores, como la mol, que permitan su uso.
- Utilizar el número de Avogadro en la determinación de la masa molar (mol) de varios elementos y compuestos químicos y establecer la diferencia con la masa de un átomo y una molécula.
- Examinar y clasificar la composición porcentual de los compuestos químicos, con base en sus relaciones moleculares.
- Comparar los tipos de reacciones químicas: combinación, descomposición, desplazamiento, exotérmicas y endotérmicas partiendo de la experimentación, análisis e interpretación de los datos registrados y la complementación de información bibliográfica y TIC.
- Interpretar y analizar las reacciones de oxidación y reducción como la transferencia de electrones que experimentan los elementos al perder o ganar electrones.
- Deducir el número o índice de oxidación de cada elemento que forma parte del compuesto químico e interpretar las reglas establecidas para determinar el número de oxidación.
- Aplicar y experimentar diferentes métodos de igualación de ecuaciones tomando en cuenta el cumplimiento de la ley de la conservación de la masa y la energía, así como las reglas de número de oxidación en la igualación de las ecuaciones de óxido-reducción.
- Examinar y aplicar el método más apropiado para balancear las ecuaciones químicas, basándose en la escritura correcta de las fórmulas químicas y el conocimiento del rol que desempeñan los coeficientes y subíndices para utilizarlos o modificarlos correctamente.

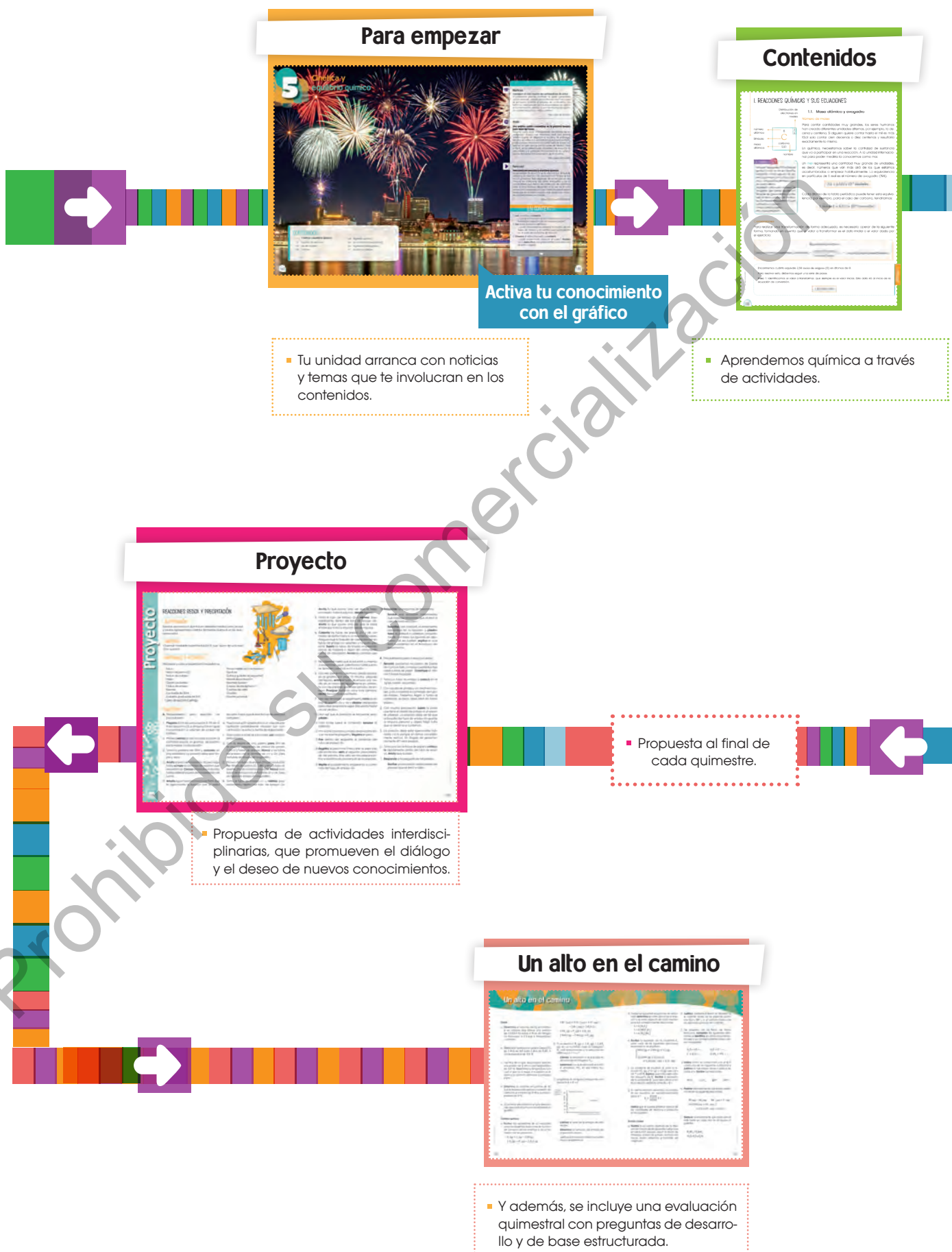
1	2	3	4	5	6
✓					
✓					
✓					
✓					
✓					
✓					
✓					
✓					
✓					

Unidades

- Examinar y clasificar las características de los distintos tipos de sistemas dispersos según el estado de agregación de sus componentes y el tamaño de las partículas de la fase dispersa.
- Comparar y analizar disoluciones de diferente concentración, mediante la elaboración de soluciones de uso común.
- Analizar y clasificar las propiedades de los gases que se generan en la industria y aquellos que son más comunes en la vida que inciden en la salud y el ambiente.
- Examinar y experimentar las leyes de los gases que los rigen desde el análisis experimental y la interpretación de resultados, para reconocer los procesos físicos que ocurren en la cotidianidad.
- Determinar y comparar la velocidad de las reacciones químicas mediante la variación de factores como concentración de uno de los reactivos, el incremento de temperatura y el uso de algún catalizador, para deducir su importancia.
- Comparar y examinar las reacciones reversibles e irreversibles en función del equilibrio químico y la diferenciación del tipo de electrolitos que constituyen los compuestos químicos reaccionantes y los productos.
- Determinar y examinar la importancia de las reacciones ácido-base en la vida cotidiana.
- Analizar y deducir respecto al significado de la acidez, la forma de su determinación y su importancia en diferentes ámbitos de la vida como la aplicación de los antiácidos y el balance del pH estomacal con ayuda de las TIC.
- Deducir y comunicar la importancia del pH a través de la medición de este parámetro en varias soluciones de uso diario.
- Diseñar y experimentar el proceso de desalinización en su hogar o en su comunidad como estrategia de obtención de agua dulce.

1	2	3	4	5	6
		✓			
		✓			
			✓		
			✓		
				✓	
				✓	
					✓
					✓
					✓
					✓

El proyecto de Química 2



Experimento



- Te convertirás en un joven científico.

Zona Wi-Fi



- Aprenderás la química en relación con la sociedad.

Resumen



- Síntesis de lo aprendido.

Para finalizar



Autoevaluación

Evaluando tus destrezas

¿Qué significan estos íconos?

EN GRUPO



Y TAMBIÉN:



TIC



Reacciones químicas y sus ecuaciones

1 1.0079 H Hydrogen 1s ¹																																																																								
3 6.941 Li Lithium 2s ¹	4 9.012 Be Beryllium 2s ²																																																																							
11 22.99 Na Sodium 3s ¹	12 24.31 Mg Magnesium 3s ²																																																																							
19 39.10 K Potassium 4s ¹	20 40.08 Ca Calcium 4s ²	21 44.96 Sc Scandium 3d ¹ 4s ²	22 47.87 Ti Titanium 3d ² 4s ²	23 50.94 V Vanadium 3d ³ 4s ²	24 52.00 Cr Chromium 3d ⁵ 4s ¹	25 54.94 Mn Manganese 3d ⁵ 4s ²	26 55.84 Fe Iron 3d ⁶ 4s ²	27 58.93 Co Cobalt 3d ⁷ 4s ²	28 58.93 Ni Nickel 3d ⁸ 4s ²	29 58.93 Cu Copper 3d ¹⁰ 4s ¹	30 58.93 Zn Zinc 3d ¹⁰ 4s ²	31 68.93 Ga Gallium 4s ² 4p ¹	32 69.72 Ge Germanium 4s ² 4p ²	33 72.64 As Arsenic 4s ² 4p ³	34 74.92 Se Selenium 4s ² 4p ⁴	35 78.96 Br Bromine 4s ² 4p ⁵	36 79.90 Kr Krypton 4s ² 4p ⁶	37 85.47 Rb Rubidium 5s ¹	38 87.62 Sr Strontium 5s ²	39 88.91 Y Yttrium 4d ¹ 5s ²	40 91.22 Zr Zirconium 4d ² 5s ²	41 92.91 Nb Niobium 4d ⁴ 5s ¹	42 95.94 Mo Molybdenum 4d ⁵ 5s ¹	43 (99) Tc Technetium 4d ⁵ 5s ²	44 101.07 Ru Ruthenium 4d ⁷ 5s ¹	45 102.91 Rh Rhodium 4d ⁸ 5s ¹	46 106.42 Pd Palladium 4d ¹⁰	47 106.91 Ag Silver 4d ¹⁰ 5s ¹	48 112.41 Cd Cadmium 4d ¹⁰ 5s ²	49 112.41 In Indium 5s ² 5p ¹	50 114.82 Sn Tin 5s ² 5p ²	51 118.71 Sb Antimony 5s ² 5p ³	52 121.76 Te Tellurium 5s ² 5p ⁴	53 127.60 I Iodine 5s ² 5p ⁵	54 127.60 Xe Xenon 5s ² 5p ⁶	55 132.91 Cs Caesium 6s ¹	56 137.33 Ba Barium 6s ²	57 138.91 La Lanthanum 5d ¹ 6s ²	58-71 Lanthanide series	72 178.49 Hf Hafnium 5d ² 6s ²	73 180.95 Ta Tantalum 5d ³ 6s ²	74 183.84 W Tungsten 5d ⁴ 6s ²	75 186.21 Re Rhenium 5d ⁵ 6s ²	76 190.23 Os Osmium 5d ⁶ 6s ²	77 192.22 Ir Iridium 5d ⁷ 6s ²	78 196.22 Pt Platinum 5d ⁹ 6s ¹	79 197.04 Au Gold 5d ¹⁰ 6s ¹	80 197.04 Hg Mercury 5d ¹⁰ 6s ²	81 204.38 Tl Thallium 6s ² 6p ¹	82 208.98 Pb Lead 6s ² 6p ²	83 208.98 Bi Bismuth 6s ² 6p ³	84 209 Po Polonium 6s ² 6p ⁴	85 209 At Astatine 6s ² 6p ⁵	86 209 Rn Radon 6s ² 6p ⁶	87 223 Fr Francium 7s ¹	88 226 Ra Radium 7s ²	89-103 Actinide series	104 263 Rf Rutherfordium 6d ² 7s ²	105 262 Db Dubnium 6d ³ 7s ²	106 266 Sg Seaborgium 6d ⁴ 7s ²	107 264 Bh Bohrium 6d ⁵ 7s ²	108 269 Hs Hassium 6d ⁶ 7s ²	109 268 Mt Meitnerium 6d ⁷ 7s ²	110 268 Ds Darmstadtium 6d ⁸ 7s ²	111 270 Rg Roentgenium 6d ⁹ 7s ²	112 277 Cn Copernicium 6d ¹⁰ 7s ²	113 284 Nh Nihonium 7s ² 7p ¹	114 289 Fl Flerovium 7s ² 7p ²	115 288 Mc Moscovium 7s ² 7p ³	116 293 Lv Livermorium 7s ² 7p ⁴	117 293 Ts Tennessine 7s ² 7p ⁵	118 293 Og Oganesson 7s ² 7p ⁶

CONTENIDOS:

1. Reacciones químicas y sus ecuaciones

- 1.1. Masa atómica y Avogadro
- 1.2. Masa molecular y Avogadro
- 1.3. Composición porcentual
- 1.4. Fórmula empírica y molecular
- 1.5. Balanceo de ecuaciones
- 1.6. Estequiometría de las reacciones
- 1.7. Reactivo limitante y reactivo en exceso
- 1.8. Rendimiento de reacción

Nonmetals →

Other nonmetals

5 10.81 B Boron 2s ² 2p ¹	6 12.01 C Carbon 2s ² 2p ²	7 14.01 N Nitrogen 2s ² 2p ³	8 16.00 O Oxygen 2s ² 2p ⁴	9 18.99 F Fluorine 2s ² 2p ⁵	10 20.18 Ne Neon 2s ² 2p ⁶
13 26.98 Al Aluminium 3s ² 3p ¹	14 28.09 Si Silicon 3s ² 3p ²	15 30.97 P Phosphorus 3s ² 3p ³	16 32.06 S Sulfur 3s ² 3p ⁴	33 74.92 As Arsenic 4s ² 4p ³	34 78.96 Se Selenium 4s ² 4p ⁴
29 63.55 Cu Copper 3d ¹⁰ 4s ¹	30 65.41 Zn Zinc 3d ¹⁰ 4s ²	49 114.82 In Indium 5s ² 5p ¹	50 118.71 Sn Tin 5s ² 5p ²	51 121.76 Sb Antimony 5s ² 5p ³	52 127.60 Te Tellurium 5s ² 5p ⁴
79 196.97 Au Gold 5d ¹⁰ 6s ¹	80 200.59 Hg Mercury 5d ¹⁰ 6s ²	81 204.38 Tl Thallium 6s ² 6p ¹	82 207.2 Pb Lead 6s ² 6p ²	83 208.98 Bi Bismuth 6s ² 6p ³	84 (209) Po Polonium 6s ² 6p ⁴
111 (272) Rg Roentgenium 6d ¹⁰ 7s ¹	112 (277) Cn Copernicium 6d ¹⁰ 7s ²	Poor metals			
65 158.93 Dy Dysprosium 4f ¹⁰ 6s ²	66 162.50 Ho Holmium 4f ¹¹ 6s ²	67 164.93 Er Erbium 4f ¹² 6s ²	68 167.26 Tm Thulium 4f ¹³ 6s ²	69 168.93 Yb Ytterbium 4f ¹⁴ 6s ²	70 173.04 Lu Lutetium 4f ¹⁴ 5d ¹ 6s ²
97 (247) Bk Berkelium 5f ⁷ 7s ²	98 (251) Cf Californium 5f ¹⁰ 7s ²	99 (252) Es Einsteinium 5f ¹¹ 7s ²	100 (257) Fm Fermium 5f ¹² 7s ²	101 (258) Md Mendelevium 5f ¹³ 7s ²	102 (259) No Nobelium 5f ¹⁴ 7s ²

Metalloids



Noticia:

El diamante ya no es el material natural más duro

Existen materiales artificiales más duros que el diamante, pero en esta ocasión estamos ante una sustancia natural bautizada como *lonsdaleite*. Este compuesto, al igual que los diamantes, está constituido por átomos de carbono y la revista *New Scientist* asegura que es un 58% más duro que la piedra preciosa.

<http://goo.gl/qoEKLv>



Web:

Marie Curie, la primera mujer en ganar el Premio Nobel

La primera mujer catedrática en la Universidad de París y la primera en ganar el Premio Nobel, compartido con su marido Pierre Curie, por sus investigaciones sobre los elementos radiactivos.

<http://goo.gl/ipfE0V>



Película:

¿Quimifobia? Química en la vida cotidiana

El reportaje trata de demostrar que el desarrollo de la sociedad actual se ha dado gracias a la evolución de la química. Se debe tomar en cuenta que los diferentes productos desarrollados en la industria química no son buenos o malos. Este tipo de adjetivos van a estar dados dependiendo del uso.

<https://goo.gl/xPo2YP>

EN CONTEXTO:

- Lee la noticia y responde:
 - ¿Qué es el *lonsdaleite* y cómo se origina?
 - ¿Qué establece la ley de la conservación de la masa?
- Pon atención a la lectura sobre Marie Curie y contesta:

—¿Qué hizo Marie Curie para llegar a ser la primera catedrática en la universidad y lograr el Premio Nobel?
- Observa el video y responde:

—¿Cómo se diagnostica la quimifobia?

I. REACCIONES QUÍMICAS Y SUS ECUACIONES

		distribución de electrones en niveles
número atómico	6	2 6
símbolo	C	
masa atómica	carbono 12,01	
		nombre

Y TAMBIÉN: ?

Amadeo Avogadro (1776-1856) se graduó como doctor en Derecho Canónico, pero nunca ejerció su profesión. Su pasión fue siempre la física y química con grandes destrezas para la matemática.

Manifestó la llamada hipótesis de Avogadro que decía: iguales volúmenes de gases distintos contienen el mismo número de moléculas si ambos se encuentran a igual temperatura y presión.

Tomado de la página:

<http://goo.gl/IOgGIS>

1.1. Masa atómica y Avogadro

Número de moles

Para contar cantidades muy grandes, los seres humanos han creado diferentes unidades alternas, por ejemplo, la decena y centena. Si alguien quiere contar hasta el mil es más fácil solo contar cien decenas o diez centenas y resultaría exactamente lo mismo.

En química, necesitamos saber la cantidad de sustancia que va a participar en una reacción. A la unidad internacional para poder medirla la conocemos como *mol*.

Un **mol** representa una cantidad muy grande de unidades, es decir, números que van más allá de los que estamos acostumbrados a emplear habitualmente. La equivalencia en partículas de 1 mol es el número de Avogadro (NA).

$$N_A = 6,023 \times 10^{23} \text{ unidades}$$

Cada átomo de la tabla periódica puede tener esta equivalencia; por ejemplo, para el caso del carbono, tendríamos:

$$1 \text{ mol de C} = 6,023 \times 10^{23} \text{ átomos de C}$$

Conversiones

Para realizar una transformación de forma adecuada, es necesario operar de la siguiente forma, tomando en cuenta que el valor a transformar es el dato inicial o el valor dado por el ejercicio:

Ecuación de conversión

$$\frac{\text{valor a transformar}}{\text{(unidad dada)}} \times \text{equivalencia} \frac{\text{(unidad buscada)}}{\text{(unidad dada)}} = \text{cantidad buscada} \frac{\text{(unidad buscada)}}{\text{(unidad buscada)}}$$

Encontremos cuánto equivale 2,50 moles de oxígeno (O) en átomos de O.

Para resolver esto, debemos seguir una serie de pasos.

Paso 1: Identificamos el valor a transformar, que siempre es el valor inicial. Este dato irá al inicio de la ecuación de conversión.

2,50 moles de O

Ejemplo 1

Paso 2: Consideremos que la equivalencia en este caso es:

$$1 \text{ mol O} = 6,023 \times 10^{23} \text{ átomos de O}$$

Reemplacemos los datos en la ecuación de conversión, con el fin de que las unidades dadas se simplifiquen:

$$2,50 \text{ mol O} \times \frac{6,02 \times 10^{23} \text{ átomos O}}{1 \text{ mol O}} = 1,50 \times 10^{24} \text{ átomos O}$$

Calculemos cuánto equivale $1,15 \times 10^{22}$ átomos de carbono en moles.

$$1,15 \times 10^{22} \text{ átomos C} \times \frac{1 \text{ mol C}}{6,02 \times 10^{23} \text{ átomos C}} = 0,02 \text{ mol C}$$

Ejemplo 2

Moles, masa y avogadro

Para lograr definir esta relación, concluimos que un mol de átomos de un determinado tipo de carbono pesa exactamente doce gramos.

Otra de las unidades definidas son las unidades de masa atómica (uma), a las cuales las representamos como un doceavo de la masa de un átomo de carbono.

Por lo tanto, un átomo de carbono pesa exactamente doce uma, y un mol de carbono pesa doce gramos.

$$1 \text{ mol de C} = 6,023 \times 10^{23} \text{ átomos de C} = 12,01 \text{ g de C}$$

Para registrar el peso de los diferentes elementos, realizemos una comparación entre las unidades definidas a partir del carbono.

Por ejemplo, un átomo de hidrógeno pesa la doceava parte que un átomo de carbono. Y definimos, con base en esto, el peso del hidrógeno y de todos los átomos, para obtener la equivalencia en gramos, moles y átomos.

$$1 \text{ mol de H} = 6,023 \times 10^{23} \text{ átomos de H} = 1 \text{ g de H}$$

Y TAMBIÉN:



Notación científica

Es un recurso matemático que utilizamos para simplificar cálculos y representar en forma reducida números muy grandes o números muy pequeños. Si movemos la coma decimal hacia la izquierda, el exponente será positivo; mientras que si movemos hacia la derecha, el exponente será negativo.

Notación científica

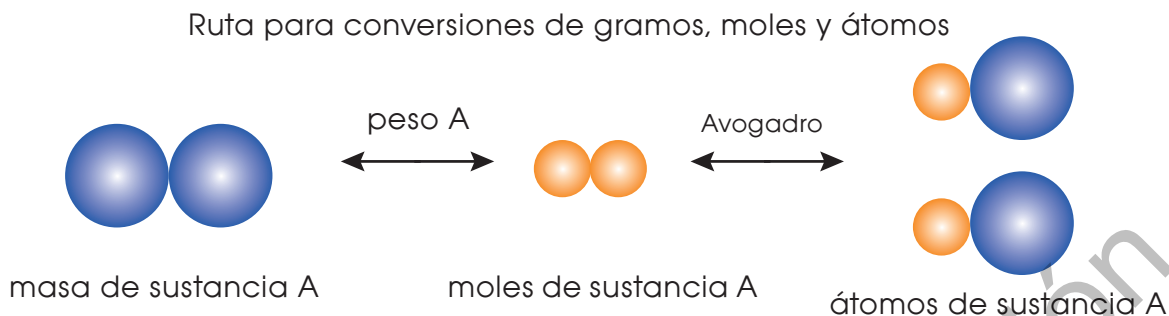
3 190 000
6 5 4 3 2 1

$$= 3,19 \cdot 10^6$$

0,00002205
1 2 3 4 5

$$= 2,205 \cdot 10^{-5}$$

Para resolver cualquier ejercicio de masa atómica, debemos seguir este camino por medio de las flechas:



Para transformar la masa de cualquier elemento, (A), a la cantidad de átomos presentes en esa masa, es indispensable convertir la masa a moles. Para transformar la masa de un elemento a moles, debemos dividir la masa descrita por el peso de la tabla periódica. Después de ello, multiplicamos al número de moles obtenido por el número de Avogadro, para así lograr la transformación a átomos del elemento requerido.

Calcular el número de átomos de Fe presentes en 22,21 g de Fe.

Paso 1: El dato inicial es 22,21 gramos de Fe.

Paso 2: Para convertir a número de átomos, primero debemos transformar a número de moles de Fe a través de la equivalencia en gramos de la tabla periódica. Verifiquemos que las unidades dadas se simplifiquen:

$$22,21 \text{ g de Fe} \times \frac{1 \text{ mol de Fe}}{55,85 \text{ g de Fe}} = 0,40 \text{ mol de Fe}$$

Paso 3: Con el número de moles de Fe, podemos transformar a átomos con la equivalencia del número de Avogadro. Verifiquemos que las unidades dadas se simplifiquen:

$$0,40 \text{ mol de Fe} \times \frac{6,023 \times 10^{23} \text{ átomos de Fe}}{1 \text{ mol de Fe}} = 2,41 \times 10^{23} \text{ átomos de Fe}$$

Ejemplo 3

Si tenemos un total de $1,35 \times 10^{31}$ átomos de Au, ¿cómo debería quedar expresada esta cantidad en moles?

$$1,35 \times 10^{31} \text{ átomos de Au} \times \frac{1 \text{ mol de Au}}{6,023 \times 10^{23} \text{ átomos de Au}} = 2,24 \times 10^7 \text{ moles de Au}$$

Ejemplo 4

EN GRUPO



Analicen: si tenemos $3,12 \times 10^{21}$ átomos de plomo, ¿cuántos gramos de plomo tenemos?

Investiguen tres efectos del plomo en el medioambiente y en la salud de las personas.

1.2. Masa molecular y Avogadro

Subíndices moleculares

En química, la mayoría de las veces usamos compuestos expresados como moléculas, las cuales emplean subíndices.

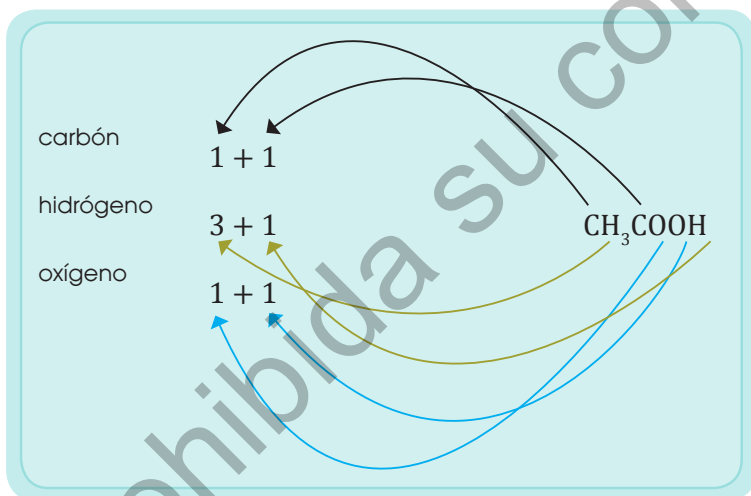
Para conocer la cantidad de átomos en un componente dentro de una molécula es necesario tener en cuenta el subíndice del elemento y los subíndices de los paréntesis.

Calculemos el número de átomos de cada una de las especies que componen una molécula de ácido acético, CH_3COOH .

Paso 1: Hagamos una lista de los elementos químicos que contienen la molécula.

- carbón
- hidrógeno
- oxígeno

Paso 2: Tomando en cuenta los subíndices, anotemos cuántas veces se repite cada elemento dentro de la molécula.



Paso 3: Describamos la proporcionalidad de elementos que existe en la molécula.

- carbón: 2 átomos de C
- hidrógeno: 4 átomos de H
- oxígeno: 2 átomos de O

Ejemplo 5

Y TAMBIÉN:



Una **molécula** es la unión de átomos en proporciones definidas, usando subíndices. Por ejemplo, el óxido de sodio, Na_2O está formado por dos átomos de sodio (Na) y un átomo de oxígeno (O).



<https://goo.gl/Uqixsi>

■ Óxido de sodio

Fórmulas moleculares y empíricas

Las fórmulas moleculares son aquellas que indican el número de átomos que tienen cada elemento (H_2 es la fórmula del hidrógeno) mientras que la fórmula empírica indica qué elementos están presentes en una fórmula, (H_2O_2 peróxido de hidrógeno contiene dos átomos de hidrógeno y dos átomos de oxígeno).

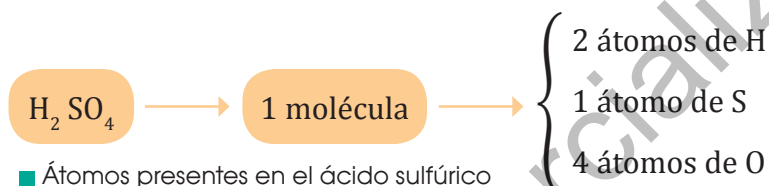
Existen compuestos cuya composición está descrita por subíndices que abarcan a más de un tipo de elemento. La diferencia para realizar el cálculo no es tan grande, solo se precisa añadir un par de pasos. Como ejemplo, calcularemos la composición en átomos de la molécula de carbonato de aluminio (III).



El subíndice del $(\text{CO}_3)^{2-}_{3'}$ al ser 3, le afecta el triple al carbono y al oxígeno. De manera que tenemos tres átomos de carbono, nueve (3×3) átomos de oxígeno y dos átomos de aluminio.

Cálculo de masa molecular

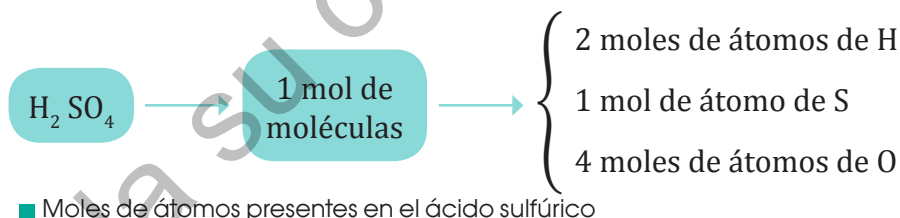
Por lo general, buscamos hallar la masa molecular de un compuesto. Para ello, necesitamos saber la cantidad de átomos de cada especie que componen una molécula.



Esto quiere decir que, de un compuesto, podemos tener nuevas equivalencias.

1 molécula de $\text{H}_2\text{SO}_4 = 2$ átomos de H; 1 átomo de S; 4 átomos de O

También podemos ver al compuesto como:



1 mol de $\text{H}_2\text{SO}_4 = 2$ moles de H; 1 mol de S; 4 moles de O

La suma de los pesos de los elementos que hay en un compuesto da como resultado el peso de la molécula y esto es equivalente a un mol del mismo compuesto.

Y TAMBIÉN:



Mol

Proviene del latín, moles, 'masa'. Es una de las magnitudes físicas fundamentales en el SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES. Se utiliza para medir cantidades de todas las sustancias presentes en un sistema determinado.

Calculemos la masa molecular del carbonato de hierro (III), $\text{Fe}_2(\text{CO}_3)_3$.

Paso 1: Escribamos la composición atómica del compuesto.

Elemento	Átomos moles
Hierro:	2
Carbón:	3
Oxígeno:	9

Ejemplo 6

Paso 2: Multipliquemos el número de moles de átomos por el valor correspondiente del peso atómico de la tabla periódica.

Elemento	# moles	×	Masa atómica (g/mol)	= Masa total (g)
Hierro:	2	×	55,85	= 111,70
Carbón:	3	×	12,01	= 36,03
Oxígeno	9	×	16,00	= 144,00

Paso 3: Sumemos las masas que componen la molécula.

$$111,70(\text{g Fe}) + 36,03(\text{g C}) + 144,00(\text{g O}) = 291,73 \text{ g Fe}_2(\text{CO}_3)_3$$

$$\text{Equivale: } 1 \text{ mol Fe}_2(\text{CO}_3)_3 = 291,73 \text{ g Fe}_2(\text{CO}_3)_3$$

Calculemos la masa molecular de la glucosa ($\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$).

$$72,06 (\text{g C}) + 12,12 (\text{g H}) + 95,94 (\text{g O}) = 180,12 \text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$$

El peso molecular de un compuesto sirve para poder encontrar la relación que existe entre la masa de un compuesto, su número de moles y moléculas.

Ejemplo 7

Los huesos de las personas están formados principalmente por carbonato de calcio (CaCO_3). Si queremos conocer la cantidad de calcio en 45 gramos de un hueso, debemos determinar la cantidad de calcio en moles.

Paso 1: Determinemos la masa del carbonato de calcio.

$$40\text{g Ca} + 12,01 \text{ g C} + 48\text{g O} = 100,01 \text{ g CaCO}_3$$

Paso 2: Tomemos el dato del problema y relacionémoslo con el número de moles empleando la masa molecular del compuesto. De allí, transformemos el dato a moles de Ca.

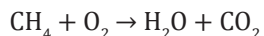
$$45 \text{ g CaCO}_3 \times \frac{1 \text{ mol de CaCO}_3}{100,01 \text{ g de CaCO}_3} \times \frac{1 \text{ mol de Ca}}{1 \text{ mol de CaCO}_3} = 0,45 \text{ moles de Ca}$$

Conociendo el número de moles de calcio, podemos transformar a átomos empleando el número de Avogadro; o a gramos, a través del peso de la tabla periódica.

Ejemplo 8

La importancia de las conversiones es que, mientras más rápido las dominemos, más fáciles se nos harán las siguientes unidades. Una persona que comprende y conoce cómo transformar de átomos a gramos y a moles está preparado para continuar con química. Por ello, realizaremos otro ejemplo en cuanto a conversiones.

El metano (CH_4) con el oxígeno (O_2) producen agua (H_2O) y dióxido de carbono (CO_2), como mostramos en la siguiente reacción.

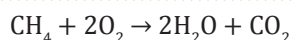


a. Con $7,20 \times 10^{21}$ moléculas de CH_4 , ¿cuántos gramos de H_2O vamos a producir?

b. Con 6,5 moles de O_2 , ¿cuántas moles de CO_2 vamos a producir?

c. Con 60 gramos de O_2 , ¿cuántos gramos de H_2O vamos a formar?

Para resolver correctamente cualquier ejercicio debemos balancear la ecuación.



Resolución del literal a

Antes de realizar el cálculo estequiométrico, es necesario cambiar las moléculas de CH_4 a moles del compuesto. Para ello, empleemos el número de Avogadro.

$$7,20 \times 10^{21} \text{ moléculas } \text{CH}_4 \times \frac{1 \text{ mol } \text{CH}_4}{6,023 \times 10^{23} \text{ moléculas } \text{CH}_4} = 0,012 \text{ mol } \text{CH}_4$$

Una vez que conocemos la cantidad en moles de metano, podemos realizar el cálculo estequiométrico, para lo cual es indispensable emplear los datos de la ecuación química y la masa molar del producto.

$$0,012 \text{ mol } \text{CH}_4 \times \frac{2 \text{ moles } \text{H}_2\text{O}}{1 \text{ mol } \text{CH}_4} \times \frac{18 \text{ g } \text{H}_2\text{O}}{1 \text{ mol } \text{H}_2\text{O}} = 0,43 \text{ g } \text{H}_2\text{O}$$

Resolución del literal b

$$6,5 \text{ moles } \text{O}_2 \times \frac{1 \text{ mol } \text{CO}_2}{2 \text{ moles } \text{O}_2} = 3,25 \text{ moles de } \text{CO}_2$$

Resolución del literal c

$$60 \text{ g } \text{O}_2 \times \frac{1 \text{ mol } \text{O}_2}{32 \text{ g } \text{O}_2} \times \frac{2 \text{ moles } \text{H}_2\text{O}}{2 \text{ moles } \text{O}_2} \times \frac{18 \text{ g } \text{H}_2\text{O}}{1 \text{ mol } \text{H}_2\text{O}} = 33,75 \text{ g } \text{H}_2\text{O}$$

1. **Calcula** la masa molecular del nitrato de calcio, $\text{Ca}(\text{NO}_3)_2$.
2. **Obtén** la cantidad de nitrato de potasio, KNO_3 , en moles y en gramos, que contiene $2,12 \times 10^{22}$ átomos de potasio.
3. **Calcula** la masa molecular del dióxido de carbono, CO_2 .

1.3. Composición porcentual

La fórmula de un compuesto indica la relación entre el número de átomos de cada elemento presente en el compuesto.

A partir de la fórmula, podemos calcular el porcentaje con que contribuye cada elemento a la masa total del compuesto.

El equipo de espectrometría de masas determina los tipos de elementos que componen una muestra y el porcentaje de los mismos.



<https://goo.gl/2VcD2R>

■ Espectrómetro de masas

Entre las principales aplicaciones del espectrómetro encontramos:

- Determinación de residuos de pesticidas en alimentos
- Determinación de la cantidad de un elemento en un medicamento
- Identificación de abuso de drogas y sus metabolitos en sangre, orina y saliva

Para determinar, mediante cálculos, el porcentaje de un elemento en un compuesto, debemos conocer varios conceptos. La **composición porcentual** es el porcentaje en masa de cada elemento presente en un compuesto. La obtenemos dividiendo la masa de cada elemento para la masa del compuesto.

Y TAMBIÉN:



Composición porcentual

La ley fundamental de la química establece que todo compuesto químico formado por dos o más elementos distintos están presentes en dicho compuesto en una cantidad o composición porcentual determinada.

$$\% \text{ Elemento} = \frac{(\text{cantidad de átomos del elemento}) \times (\text{peso del elemento})}{\text{peso del compuesto}} \times 100\%$$

Determinemos cuántos átomos de aluminio y de oxígeno hay en el óxido de aluminio (Al_2O_3).

$$\text{Al} = 2 \text{ átomos}$$

$$\text{O} = 3 \text{ átomos}$$

Podemos ver en la fórmula Al_2O_3 , que hay dos átomos de aluminio y tres átomos de oxígeno en el compuesto.

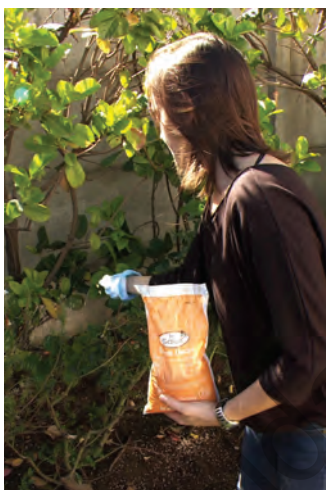
Y TAMBIÉN:



El ácido fosfórico se puede aplicar en:

Abonos: abonos foliares (plantas) y fertirrigación (cultivos arbóreos)

Química: regulador de pH, fabricación de fosfatos



<http://goo.gl/vwX2Rq>

Calculemos el porcentaje de hidrógeno (H), fósforo (P) y oxígeno (O) presentes en ácido fosfórico (H_3PO_4).

Peso del compuesto:

$$\text{H} = 1\text{g} \times 3 = 3\text{g}$$

$$\text{P} = 31\text{g} \times 1 = 31\text{g}$$

$$\text{O} = 16\text{g} \times 4 = 64\text{g}$$

$$\text{H}_3\text{PO}_4 = 3 + 31 + 64 = 98\text{g}$$

Podemos ver la cantidad de átomos de cada elemento dentro del compuesto. Para el H_3PO_4 , hay tres átomos de hidrógeno, un átomo de fósforo y cuatro átomos de oxígeno.

$$\% \text{H} = \frac{(3) \times (1)}{98} \times 100\% = 3,06\%$$

$$\% \text{P} = \frac{(1) \times (31)}{98} \times 100\% = 31,63\%$$

$$\% \text{O} = \frac{(4) \times (16)}{98} \times 100\% = 65,31\%$$

Al sumar los porcentajes de los elementos, si el resultado es o tiende al 100%, el ejercicio está bien realizado. La pequeña diferencia que hay es por el redondeo de las masas de los elementos en la tabla periódica.

4. ¿Cuántos átomos de calcio, nitrógeno y oxígeno hay en un mol de $\text{Ca}(\text{NO}_3)_2$?
5. **Calcula** los siguientes porcentajes:
 - a. hidrógeno y oxígeno en el agua (H_2O)
 - b. carbono, hidrógeno y oxígeno en metanol (CH_3OH)

1.4. Fórmula empírica y molecular

Al determinar la fórmula empírica de un compuesto, conociendo su composición porcentual, podemos identificar experimentalmente los compuestos.

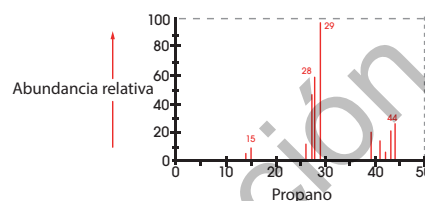
La proporción del número de átomos de cada elemento que constituye un compuesto queda reflejada en su fórmula. A partir de ella es muy sencillo calcular la proporción entre las masas de los elementos, expresada en porcentaje.

La composición centesimal, la fórmula empírica y la fórmula molecular son maneras de expresar la composición de un compuesto.

Y TAMBIÉN:



La composición centesimal se obtiene al analizar la composición en masa de un compuesto en el laboratorio.



■ Composición centesimal

La **composición centesimal** de cada elemento es un compuesto que representa las cien unidades de masa del compuesto. Ejemplo: 40% de C y 60% de H.

La **fórmula empírica** es la mínima relación que hay entre los átomos de un compuesto. Ejemplo: C_2H_5 .

La **fórmula molecular** es la relación real que existe entre los átomos de un compuesto. Ejemplo: $2 \times (C_2H_5) = C_4H_{10}$.

El ácido ascórbico (vitamina C) contiene 40,92% en masa de carbono, 4,58% en masa de hidrógeno y 54,50% en masa de oxígeno.

a. Determinemos la fórmula empírica del ácido ascórbico.

b. Establezcamos la fórmula molecular del ácido ascórbico si el peso molecular real es de 176,14 g.

Para la resolución del ejercicio debemos seguir una serie de pasos:

Paso 1: Verifiquemos que todos los porcentajes dados de los compuestos estén en unidades de gramos.

40,92 g de C; 4,58 g de H; 54,50 g de O

Paso 2: Pasemos a moles cada uno de los elementos.

$$C: 40,92 \text{ g de C} \times \frac{1 \text{ mol de C}}{12,01 \text{ g de C}} = 3,40 \text{ mol de C}$$

Ácido ascórbico

Es un ácido de azúcar con propiedades antioxidantes.



<http://goo.gl/2wAtYL>

Ejemplo 12

<https://goo.gl/th0Gmu>

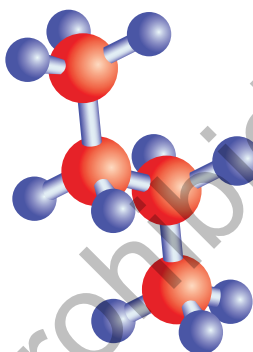


■ **Cloruro sódico (cristal iónico):**

Fórmula molecular: No hay.

Fórmula empírica: NaCl

<https://goo.gl/th0Gmu>



■ **Butano:**

Fórmula molecular: C₄H₁₀

Fórmula empírica: C₂H₅

$$\text{H} : 4,58 \text{ g de H} \times \frac{1 \text{ mol de H}}{1,01 \text{ g de H}} = 4,53 \text{ mol de H}$$

$$\text{O} : 54,50 \text{ g de O} \times \frac{1 \text{ mol de O}}{16 \text{ g de O}} = 3,40 \text{ mol de O}$$

Paso 3: Con base en las respuestas obtenidas, identifiquemos el valor menor y dividamos todos los resultados para este.

$$\text{C} : \frac{3,40 \text{ mol}}{3,40 \text{ mol}} = 1$$

$$\text{H} : \frac{4,53 \text{ mol}}{3,40 \text{ mol}} = 1,33$$

$$\text{O} : \frac{3,40 \text{ mol}}{3,40 \text{ mol}} = 1$$

Paso 4: Si los resultados obtenidos son números enteros, pasemos al paso 5. Caso contrario, multipliquemos por cualquier número (pero siguiendo un orden) hasta que el resultado sea un número entero. Entonces, si multiplicamos por 2, tendríamos:

$$\text{C} : 1 \times 2 = 2 \qquad \text{H} : 1,33 \times 2 = 2,66$$

$$\text{O} : 1 \times 2 = 2$$

Como el resultado del hidrógeno no es un número entero, debemos seguir el orden y multiplicar por 3 y así sucesivamente hasta obtener números enteros como respuesta.

$$\text{C} : 1 \times 3 = 3 \qquad \text{H} : 1,33 \times 3 = 3,99 \approx 4$$

$$\text{O} : 1 \times 3 = 3$$

El resultado del hidrógeno es 4, ya que podemos redondear en estos casos.

Paso 5: Los resultados obtenidos representan los subíndices del compuesto en el orden respectivo en el que fueron nombrados en el ejercicio.

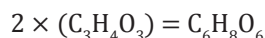


Paso 6: Para determinar si se trata de una fórmula empírica o molecular, debemos obtener el peso del compuesto calculado y compararlo respecto al valor real (valor dado en el ejercicio).

$$\text{C}_3\text{H}_4\text{O}_3 = (12,01 \times 3) + (1,01 \times 4) + (16 \times 3) = 88,07$$

$$\text{factor} = \frac{\text{peso real}}{\text{peso calculado}} = \frac{176,14}{88,07} = 2$$

Paso 7: Si el factor es igual a 1, significa que tenemos una fórmula empírica y molecular a la vez. Caso contrario, debemos multiplicar cada subíndice del compuesto por el factor calculado y ese resultado será la fórmula molecular.



Calculemos la fórmula empírica de la sustancia, está compuesta por 18,4% de carbono, 21,5% de nitrógeno y 60,1% de potasio.

$$18,4 \text{ g C} \times \frac{1 \text{ mol C}}{12,01 \text{ g C}} = \frac{1,53 \text{ mol C}}{1,53 \text{ mol}} = 1$$

$$21,5 \text{ g N} \times \frac{1 \text{ mol N}}{14,01 \text{ g N}} = \frac{1,53 \text{ mol N}}{1,53 \text{ mol}} = 1$$

$$60,1 \text{ g K} \times \frac{1 \text{ mol K}}{39,10 \text{ g K}} = \frac{1,53 \text{ mol K}}{1,53 \text{ mol}} = 1$$

De modo que la fórmula es: $\text{C}_1\text{N}_1\text{K}_1 = \text{CNK}$.

Ejemplo 13

Y TAMBIÉN:



El cianuro de potasio (CNK), puede convertirse en un gas tóxico si tiene contacto con cualquier ácido.



El cianuro de potasio, cuando es ingerido, reacciona con la acidez del estómago y genera un gas tóxico.

EN GRUPO



La **alicina** es el compuesto responsable del olor característico del ajo. Un análisis de dicho compuesto muestra la siguiente composición porcentual en masa: C: 44,4%, H: 6,21%, S: 39,5%, O: 9,86%

Calculen su fórmula empírica.

Determinen su fórmula molecular si la masa es de 324 g.

Investiguen tres de sus principales propiedades en la industria química y en la vida cotidiana.

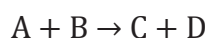
1.5 Balanceo de ecuaciones

Muchas sustancias químicas pueden combinarse para dar lugar a otras sustancias químicas de distinta naturaleza. A estos fenómenos los denominamos *reacciones químicas*.

Una ecuación química consta de dos miembros separados por una flecha ($\rightarrow$) que indica el sentido de la transformación.

A las sustancias que la inician las denominamos *reactivos* y las colocamos al lado izquierdo de la flecha. Las sustancias finales que obtenemos son los *productos* y van a la derecha de la flecha.

reactivos $\rightarrow$ productos



Si hay varios reactivos y productos, a unos y otros los separamos por medio del signo más (+).

De esta manera, podemos identificar que los reactivos A y B reaccionan para formar C y D.

Al estado físico de las sustancias que intervienen en una reacción lo indicamos mediante símbolos que colocamos detrás de cada fórmula. Si el elemento o compuesto es:

- Sólido, lo representamos como: (s).
- Líquido, lo representamos como: (l).
- Gas, lo representamos como: (g).
- Acuoso, lo representamos como: (ac).

Para comprender de modo eficaz las ecuaciones químicas, debemos tomar en cuenta las leyes de transferencia de la materia.

Leyes de transferencia de la materia

Establecen las relaciones en masa que verificamos en reacciones químicas y son válidas para todo tipo de sustancias. Están divididas en: ley de conservación de la masa y ley de proporciones definidas.

• Ley de la conservación de la masa

Esta ley menciona que la masa no se crea ni se destruye, solo se transforma.

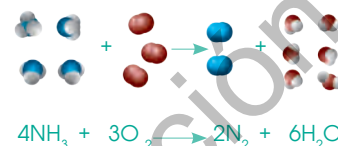
En toda reacción química la masa total de los reactivos es igual a la masa total de los productos de la reacción.

$$\text{reactivos} = \text{productos}$$

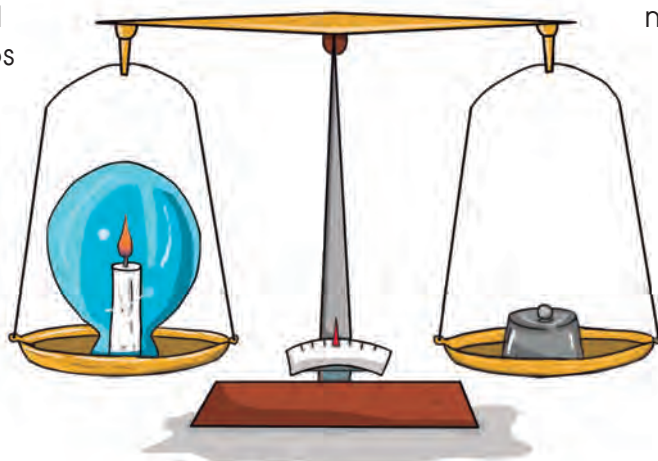
Y TAMBIÉN:



La reacción entre el amoníaco y el oxígeno (reactivos) se produce para formar nitrógeno molecular y agua (productos).



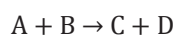
masa total
de reactivos



masa total de
productos

■ Ley de la conservación de la masa

Si 100 gramos de A reaccionan con 50 gramos de B para producir 70 gramos de C, ¿cuántos gramos de D esperamos que se produzcan tomando en cuenta la siguiente reacción?



Reemplacemos los datos que conocemos de la siguiente reacción y el que no conocemos, en este caso D, lo ponemos como incógnita (cualquier letra).

$$100 \text{ g} + 50 \text{ g} = 70 \text{ g} + D$$

$$150 \text{ g} = 70 \text{ g} + D$$

$$D = 80 \text{ g}$$

Ejemplo 14

Y TAMBIÉN: ¿?



Joseph Louis Proust
(1754-1826)

Es un fundador de la química moderna, en

1799, enunció la ley de las proporciones definidas o ley de Proust, en donde observó que las cantidades relativas de los elementos constitutivos de un compuesto permanecen constantes, independientemente del origen del compuesto inicial.

• Ley de proporciones definidas

Cuando combinamos dos o más elementos forman un compuesto.

Siempre obtenemos agua, independientemente del procedimiento, por cada gramo de hidrógeno, H, han reaccionado exactamente 8 g de oxígeno, O.

$$\begin{array}{l} 2 \text{ g de hidrógeno} + 16 \text{ g de oxígeno} \left\{ \begin{array}{l} 2 \text{ g H} \\ 16 \text{ g O} \end{array} \right. \\ 10 \text{ g de hidrógeno} + 80 \text{ g de oxígeno} \left\{ \begin{array}{l} 10 \text{ g H} \\ 80 \text{ g O} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ g H} \\ 8 \text{ g O} \end{array} \right. \\ 0,5 \text{ g de hidrógeno} + 4 \text{ g de oxígeno} \left\{ \begin{array}{l} 0,5 \text{ g H} \\ 4 \text{ g O} \end{array} \right. \end{array}$$

Ejemplo 15

Las ecuaciones químicas describen abreviadamente las reacciones con base en las leyes de la transformación de la materia, para que esta descripción sea totalmente correcta, hay que introducir coeficientes, llamados *coeficientes estequiométricos*.

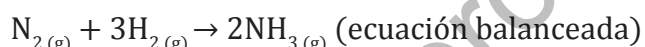
Estos indican en qué proporción intervienen las moléculas de reactivos y productos en una reacción química.

Así, por ejemplo, la ecuación química que representa la síntesis del amoníaco es:



Pero la ecuación no está completa porque el lado izquierdo tiene el doble de átomos de nitrógeno que el lado derecho. De igual manera, hay una diferencia entre el número de átomos de hidrógeno del lado izquierdo y del lado derecho.

Para estar de acuerdo con la ley de la conservación de la masa, debe existir el mismo número de átomos en ambos lados de la flecha. Por lo que necesitamos balancear la ecuación.



La ecuación balanceada muestra:

- Una molécula de nitrógeno (N_2) se combina con tres moléculas de hidrógeno (H_2) para formar dos moléculas de amoníaco (NH_3).
- Un mol de nitrógeno (N_2) se combina con tres moles de hidrógeno (H_2) para formar dos moles de amoníaco (NH_3).
- Veintiocho gramos de nitrógeno (N_2) se combinan con seis gramos de hidrógeno (H_2) para formar 34 gramos de amoníaco (NH_3).
- 34 gramos de reactivos producen 34 gramos de productos.

A estas maneras de interpretar la ecuación las resumimos en la siguiente tabla:

$\text{N}_{2(g)} + 3\text{H}_{2(g)} \rightarrow 2\text{NH}_{3(g)}$
1 molécula + 3 moléculas → 2 moléculas
1 mol + 3 moles → 2 moles
2(14 g) + 6(1 g) → 2(17 g)
28 g + 6 g → 34 g de producto
34 g de reactivo → 34 g de producto

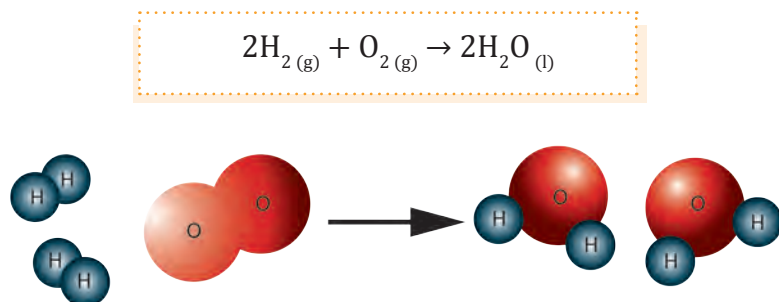
6. **Interpreta** en una tabla las moléculas, moles y gramos de las siguientes ecuaciones:

- $2\text{CO (g)} + \text{O}_2 \text{ (g)} \rightarrow 2\text{CO}_2 \text{ (g)}$.
- $\text{CH}_4 + 2\text{O}_2 \rightarrow 2\text{H}_2\text{O} + \text{CO}_2$
- $2\text{HCl} + \text{Ca} \rightarrow \text{CaCl}_2 + \text{H}_2$
- $2\text{Mg} + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{MgO}$



■ Síntesis del amoníaco (NH_3)

Además podemos interpretarla de manera gráfica, por ejemplo, para la ecuación de formación del agua.



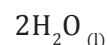
■ Ecuación química de la formación del agua

Podemos comprobar que la ecuación está correcta porque el número de hidrógenos y oxígenos son los mismos en reactivos y en productos.

Y TAMBIÉN:



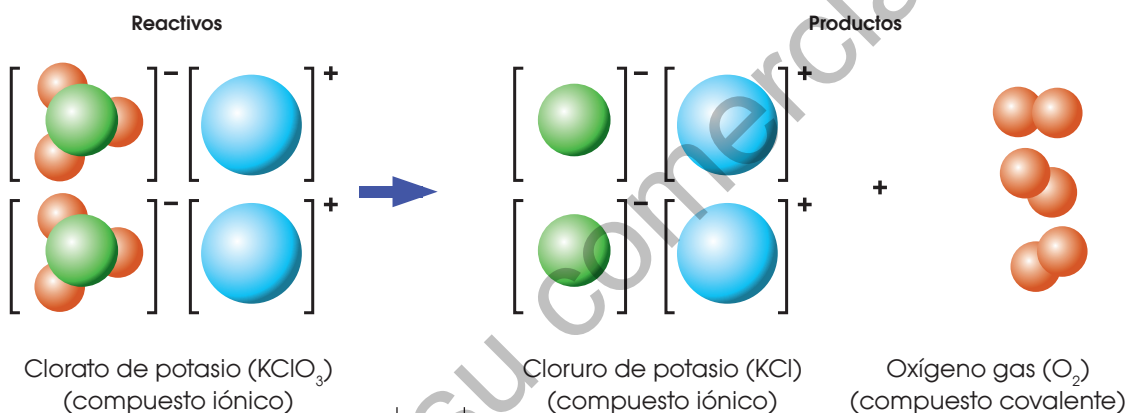
El coeficiente estequiométrico afecta a todo el elemento o compuesto. En la ecuación química de formación del agua podemos ver que el coeficiente estequiométrico 2 afecta a todo el compuesto.



Esto quiere decir que:

- El compuesto tiene dos moléculas de hidrógeno (H_2).
- El compuesto tiene dos moléculas de oxígeno (O).
- En total hay dos moléculas de agua.

Ejemplo 16



Sustancia o sustancias iniciales

Sustancia o sustancias finales

■ Reacción de calcinación del clorato de potasio

Pasos para balancear una ecuación

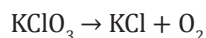
El objetivo de balancear una ecuación química es que haya el mismo número de cada tipo de átomos en ambos lados de la flecha.

Para ello debemos agregar coeficientes estequiométricos a los elementos o compuestos de la reacción, ya sean reactivos o productos.

Para igualar debemos seguir el siguiente orden:

- metales
- no metales o aniones que se mantengan a lo largo de la reacción
- hidrógeno
- oxígeno

Balancemos la siguiente ecuación:



Paso 1: Si el número de metales del lado izquierdo no es igual al derecho, debemos agregar un coeficiente estequiométrico para que se cumpla la igualdad.

El número de potasio (K) de la izquierda (1) es igual que el de la derecha (1).

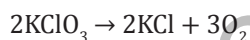
Paso 2: Si el número de no metales o aniones del lado izquierdo es diferente a los del lado derecho, debemos agregar un coeficiente estequiométrico para que se cumpla esa igualdad.

El número de cloro (Cl) de la izquierda (1) es igual que el de la derecha (1).

Paso 3: Si el número de oxígenos del lado izquierdo es igual al derecho, debemos agregar un coeficiente estequiométrico para que se cumpla esa igualdad.

El número de oxígeno de la izquierda (3) es diferente al del lado derecho (2), por lo que agregamos un coeficiente estequiométrico.

Hay que tener presente que agregar un coeficiente al oxígeno afecta a todo el KClO_3 . De modo que debemos repetir el paso 1 y 2, tendríamos:



Paso 4: Si el número de hidrógenos del lado izquierdo es igual al derecho, debemos agregar un coeficiente estequiométrico para que cumpla esa igualdad.

En este ejercicio no aplica este paso.

Paso 5: Comprobemos que la ecuación esté balanceada revisando que el tipo y número de elementos sean los mismos en cada lado.

Reactivos	Productos
K (2)	K (2)
Cl (2)	Cl (2)
O (6)	O (6)

Y TAMBIÉN:



Clorato de potasio (KClO_3)

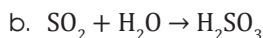
Es un químico muy peligroso. Se usa para la elaboración de explosivos por su facilidad para producir oxígeno.

TIC

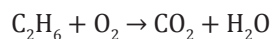


En la siguiente página: <http://goo.gl/FglV4F>, se presentan los cambios químicos y la diferencia entre reactivo y producto.

7. **Balancea** las siguientes ecuaciones:



Balancemos la siguiente ecuación:



Para la resolución de este ejercicio debemos emplear los pasos anteriormente descritos. La diferencia es que el carbono y el hidrógeno aparecen una sola vez en cada lado de la ecuación y que el oxígeno aparece en dos compuestos del lado derecho (CO_2 y H_2O).

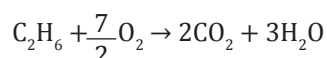
Paso 1: $\text{C}_2\text{H}_6 + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{CO}_2 + \text{H}_2\text{O}$

Paso 2: No aplica.

Paso 3: $\text{C}_2\text{H}_6 + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{CO}_2 + 3\text{H}_2\text{O}$

Paso 4: Hay dos oxígenos (O) en el lado izquierdo. En el lado derecho hay siete oxígenos (O), cuatro provenientes del CO_2 y tres provenientes del H_2O .

Al no haber un número entero que multiplicado por 2 nos den 7, procedemos a multiplicar al lado izquierdo por $\frac{7}{2}$.



Paso 4.1: Solamente en estos casos, cuando haya una fracción o decimal en la ecuación balanceada, debemos transformar a ese número a un número entero.

Tenemos que multiplicar por 2 para que los oxígenos del lado izquierdo sean un número entero. Pero si se multiplicamos por un factor a un coeficiente estequiométrico de la ecuación, tenemos que multiplicar a TODOS los coeficientes de la ecuación por dicho factor.



Paso 5: Comprobemos que la ecuación esté balanceada revisando que el tipo y número de elementos sean los mismos en cada lado.

Reactivos	Productos
C (4)	C (4)
H (12)	H (12)
O (14)	O (14)

Y TAMBIÉN:

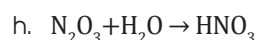
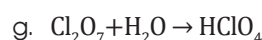
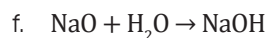
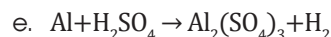
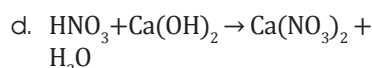
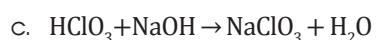
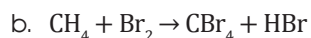
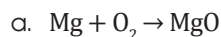


Es una reacción química en la que participan como reactivos un combustible (como metano, etano o propano) en presencia de oxígeno molecular para generar dióxido de carbono y agua. Además, se desprende gran cantidad de energía en forma de calor y luz.



<http://goo.gl/LVtHPC>

8. **Balancéa** las siguientes ecuaciones:



Y TAMBIÉN:



Una **reacción química** es un proceso en el cual una sustancia desaparece para formar una o más sustancias nuevas, mientras que las ecuaciones químicas son el modo de representar las reacciones químicas.

1.6. Estequiometría de las reacciones

A las reacciones químicas podemos clasificarlas según diversos criterios, entre ellos la reorganización de los átomos que intervienen y el mecanismo que desencadenan. Entre las principales se encuentran:

- Pensar en estequiometría es como preparar un pastel. Para hacer un pastel necesitamos: huevos, harina, levadura, leche, chocolate, entre otros. Pero no importa que tan buenos sean los ingredientes si no combinamos la cantidad exacta de cada uno. Al combinarlos en las proporciones adecuadas, obtendremos un buen producto.



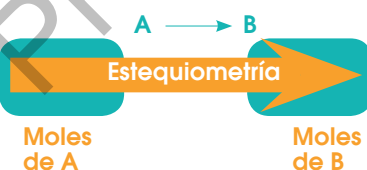
Sin embargo, si no conocemos las porciones y mezclamos los ingredientes de forma indiferente podría terminar en esto:

Y TAMBIÉN:



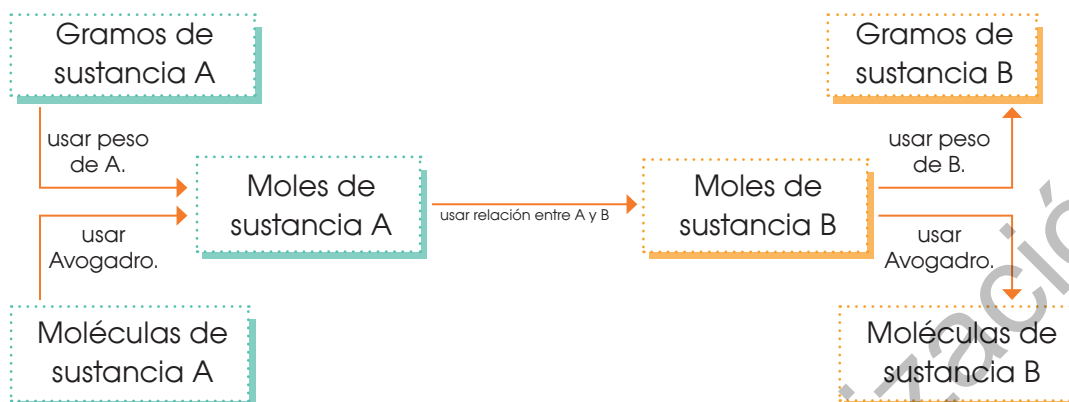
Estequiometría

Es el estudio cuantitativo de reactivos y productos en una reacción química.



Lo mismo ocurre con las reacciones químicas. Mientras esté balanceada la ecuación, podremos calcular las proporciones adecuadas entre reactivos para producir un producto de calidad.

- b. Para saber estequiometría, solamente debemos conocer la ruta de procedimiento, donde sustancia A es el dato inicial y sustancia B es a dónde queremos llegar:

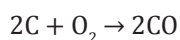


Cada cuadro representa un tipo de unidad, por ejemplo, gramos de sustancia A a moles de sustancia B.

El cuadro es una ayuda didáctica que sirve para hacer transformaciones entre diferentes unidades. Para pasar de una unidad del recuadro a la del siguiente, la operación que debemos realizar está escrita sobre la flecha. Por ejemplo, para pasar de gramos de un elemento químico cualquiera, (A), a las moles contenidas en esa masa, debemos emplear el dato del peso atómico registrado en la tabla periódica.

$$1 \text{ mol} \rightarrow 6,02 \times 10^{23} \text{ partículas}$$

Dada la siguiente reacción:



Transformemos 70 gramos de O_2 a moles de CO.

Comprobemos que el dato inicial esté al inicio del ejercicio de conversión.

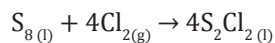
Para llegar a moles de B, debemos pasar primero de gramos de A, a moles de A usando el peso de la tabla periódica de A. Y luego, usando la relación entre O_2 (1) y CO (2), podremos transformar de moles de A a moles de B.

$$70\text{-g-O}_2 \times \frac{1\text{-mol-O}_2}{32\text{-g-O}_2} \times \frac{2 \text{ moles de CO}}{1\text{-mol-O}_2} = 4,38 \text{ moles de CO}$$

Para comprobar que la conversión está bien realizada, debemos simplificar todas las unidades.

Ejemplo 19

Con base en la siguiente ecuación:



Determinemos:

a. Con 7 moles de Cl_2 , ¿cuántas moléculas de S_2Cl_2 se van a producir?

La sustancia A, en este caso, son los siete moles de Cl_2 . Para llegar a moléculas de S_2Cl_2 , debemos pasar a moles de S_2Cl_2 y de ahí a moléculas de S_2Cl_2 .

$$7 \text{ moles de } \text{Cl}_2 \times \frac{4 \text{ moles de } \text{S}_2\text{Cl}_2}{4 \text{ moles de } \text{Cl}_2} \times \frac{6,023 \times 10^{23} \text{ moléculas de } \text{S}_2\text{Cl}_2}{1 \text{ mol de } \text{S}_2\text{Cl}_2} = 4,21 \times 10^{24} \text{ moléculas de } \text{S}_2\text{Cl}_2$$

b. Para que se produzcan $6,20 \times 10^{15}$ moléculas de S_2Cl_2 , ¿cuántos gramos de Cl_2 se deben consumir?

La sustancia A en este caso son los $6,20 \times 10^{15}$ moléculas de S_2Cl_2 .

En primer lugar debemos convertir a moles de S_2Cl_2 , después convertir a moles de Cl_2 y finalmente transformar a gramos de Cl_2 .

$$6,20 \times 10^{15} \text{ moléculas } \text{S}_2\text{Cl}_2 \times \frac{1 \text{ mol } \text{S}_2\text{Cl}_2}{6,023 \times 10^{23} \text{ moléculas } \text{S}_2\text{Cl}_2} \times \frac{4 \text{ moles } \text{Cl}_2}{4 \text{ moles } \text{S}_2\text{Cl}_2} \times \frac{70 \text{ g } \text{Cl}_2}{1 \text{ mol } \text{Cl}_2} = 7,20 \times 10^{-7} \text{ g } \text{Cl}_2$$

Y TAMBIÉN:



Pasos estequiométricos:

- Ajustar la ecuación química.
- Calcular el peso molecular o fórmula de cada compuesto.
- Convertir las masas a moles.
- Usar la ecuación química para obtener los datos necesarios.
- Reconvertir las moles a masas si se requiere.

9. Con base en la siguiente reacción: $\text{N}_2 + 3\text{H}_2 \rightarrow 2\text{NH}_3$, **contesta:**

- Con setenta gramos de N_2 , ¿cuántas moles de NH_3 se van a producir?
- Con nueve moles de H_2 , ¿cuántas moléculas de NH_3 se van a producir?
- Para producir $3,33 \times 10^9$ moléculas de NH_3 , ¿cuántos gramos de N_2 se necesita?

10. ¿Cuántos gramos de óxido de hierro, Fe_2O_3 , se pueden producir a partir de 12,80 g de oxígeno que reaccionan con hierro sólido?

—¿Qué masa de magnesio se necesita para que reaccione con 12,27 g de nitrógeno?: $\text{Mg} + \text{N}_2 \rightarrow \text{Mg}_3\text{N}_2$.

11. Al ácido sulfhídrico (H_2S) podemos obtener a partir de la siguiente reacción: $\text{FeS} (s) + \text{HCl} (ac) \rightarrow \text{FeCl}_2 (ac) + \text{H}_2\text{S} (g)$.

- Ajusta** la ecuación química correspondiente a este proceso.
- Calcula** la masa de ácido sulfhídrico que se obtendrá si se hacen reaccionar 175,7 g de sulfuro de hierro (II).

Datos masas atómicas Fe = 55,85; S = 32; H = 1; Cl = 35,5

1.7. Reactivo limitante y reactivo en exceso

Cuando ocurre una reacción química, generalmente los reactivos no están presentes en las mismas cantidades estequiométricas. Están en diferentes proporciones que las que indica la ecuación balanceada.

Industrialmente, se busca que el reactivo más costoso se consuma en su totalidad para producir el producto deseado. Necesariamente un reactivo debe estar en exceso, y en consecuencia, una parte de este sobrará al final de la reacción.

Una reacción se va a detener cuando se consuma el reactivo que está en menor cantidad.

Y TAMBIÉN:

Procedimiento teórico para trabajar con reactivos en exceso

Para determinar cuál es el reactivo en exceso, debemos seguir los siguientes pasos:

- Calculamos el número de moles de las sustancias dadas.
- Hallamos la relación entre estos moles.
- Comparamos esta relación con la relación molar que se deduce de la ecuación ajustada.
- El reactivo cuyo número de moles sobrepasa el exigido es el reactivo en exceso.

Reactivo limitante es el que se consume por completo, y limita la reacción porque, al terminar, la reacción concluye. Es el reactivo que produce menor cantidad de producto.

Reactivo en exceso es el que ingresa en mayor proporción, por lo tanto, queda como sobrante al finalizar la reacción.

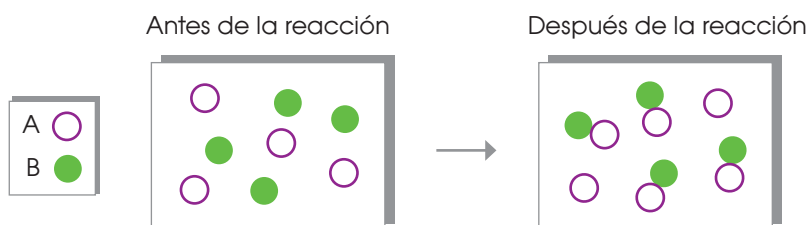


De manera análoga, si tenemos seis boletos para entrar a un concierto entre diez personas, cuatro personas se quedarán sin boletos, mientras que seis personas van a entrar al concierto. En este ejemplo tenemos cuatro personas en exceso y los boletos son los que, al estar en menor cantidad, limitan la entrada al concierto.

12. **Identifica** el reactivo limitante y el reactivo en exceso de la siguiente analogía:

—Parejas que podemos formar, si hay catorce hombres y diez mujeres.

13. **Identifica**, en los gráficos, el reactivo limitante y reactivo en exceso.

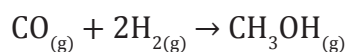


<http://goo.gl/RLe4V1>



■ Planta de metanol.
Trinidad y Tobago

El reactivo limitante y el reactivo en exceso son muy importantes para los procesos industriales. Por ejemplo, el metanol tiene la siguiente reacción:



En este caso particular, el CO es el reactivo en exceso, puesto que el hidrógeno debe ser aprovechado al máximo para producir metanol. La manera de comprobar esto es viendo qué reactivo produce la menor cantidad de metanol.

Tomando en cuenta cantidades iniciales iguales, podemos determinar esto:

$$2 \text{ moles de CO} \times \frac{1 \text{ mol de CH}_3\text{OH}}{1 \text{ mol de CO}} = 2 \text{ moles de CH}_3\text{OH}$$

$$2 \text{ moles de H}_2 \times \frac{1 \text{ mol de CH}_3\text{OH}}{2 \text{ moles de H}_2} = 1 \text{ mol de CH}_3\text{OH}$$

Con esto se comprueba que el reactivo limitante es el H₂ y el reactivo en exceso es el CO.

1. Consideremos la siguiente reacción:



Si reaccionan 0,80 moles de MnO₂ con 48,2 gramos de HCl:

- ¿Cuál es el reactivo limitante?
- ¿Cuál es el reactivo en exceso?
- ¿Cuánto se forma, en gramos, de Cl₂?
- ¿Cuántos gramos de reactivo en exceso quedan sin reaccionar?

Ejemplo 21

Y TAMBIÉN:



<http://goo.gl/oQXUMz>



■ Cloruro de manganeso (II)

El MnCl₂ tiene múltiples usos como en fertilizantes, en la producción de pilas, en la industria de la metalurgia. Es usado como catalizador, secador de pintura, tinte, pigmento e incluso se lo usa en la medicina.

Para poder resolver ejercicios de reactivo limitante debemos seguir cinco sencillos pasos:

Paso 1: Verificamos que la reacción esté balanceada.



Paso 2: Transformamos las cantidades de reactivos a las unidades deseadas (gramos en este caso) de alguno de los productos.

En el caso de que el ejercicio no diga a cuál de los productos, podemos elegir cualquiera porque el reactivo limitante siempre es el mismo. Para este caso en particular, en el problema nos dice que es con base en el Cl_2 .

$$0,80 \text{ moles de MnO}_2 \times \frac{1 \text{ mol de Cl}_2}{1 \text{ mol de MnO}_2} \times \frac{70 \text{ g de Cl}_2}{1 \text{ mol Cl}_2} = 56 \text{ g de Cl}_2$$

$$48,2 \text{ g HCl} \times \frac{1 \text{ mol HCl}}{36,46 \text{ g HCl}} \times \frac{1 \text{ mol de Cl}_2}{4 \text{ mol de HCl}} \times \frac{70 \text{ g de Cl}_2}{1 \text{ mol Cl}_2} = 23,13 \text{ g de Cl}_2$$

Paso 3: El reactivo limitante es el que produce menor cantidad de producto, de modo que el reactivo limitante es el HCl y el reactivo en exceso es el MnO_2 . La cantidad de Cl_2 que se produce es 23,13 g de Cl_2 .

Paso 4: El dato más importante es la cantidad de Cl_2 formado, a partir de este valor determinamos la cantidad de reactivo en exceso que queda sin reaccionar.

Lo transformamos a unidades del reactivo en exceso, en este caso a moles.

$$\text{Masa sin reaccionar} = 23,13 \text{ g Cl}_2 \times \frac{1 \text{ mol Cl}_2}{70 \text{ g Cl}_2} \times \frac{1 \text{ mol de MnO}_2}{1 \text{ mol de Cl}_2} = 0,33 \text{ moles de MnO}_2$$

Paso 5: El dato que se obtuvo es la cantidad que realmente reaccionó, de modo que el exceso se obtiene de la diferencia respecto al dato inicial.

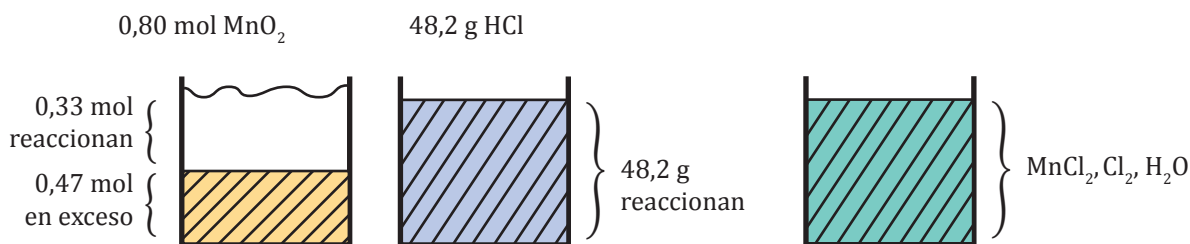
$$0,80 \text{ moles de MnO}_2 - 0,33 \text{ moles de MnO}_2 = 0,47 \text{ moles de MnO}_2$$

Esta es la cantidad que hay de reactivo en exceso, es decir, que queda sin reaccionar.

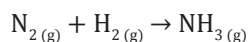
Las respuestas a las preguntas son:

- El reactivo limitante es el HCl.
- El reactivo en exceso es el MnO_2 .
- Se producen 23,13 g de Cl_2 .
- 0,47 moles de MnO_2 quedan sin reaccionar.

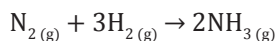
Interpretación:



El proceso comercial para formar amoníaco (NH_3) se basa en la siguiente ecuación.



Si reaccionan 0,5 moles de N_2 con 1 mol de H_2 . Determinamos el reactivo limitante, reactivo en exceso, cuántos moles de producto se forman y cuántas moles de reactivo en exceso quedan sin reaccionar.



$$0,5 \text{ mol de } \text{N}_2 \times \frac{2 \text{ moles de } \text{NH}_3}{1 \text{ mol de } \text{N}_2} = 1 \text{ mol de } \text{NH}_3$$

$$1 \text{ mol de } \text{H}_2 \times \frac{2 \text{ moles de } \text{NH}_3}{3 \text{ moles de } \text{H}_2} = 0,66 \text{ moles de } \text{NH}_3$$

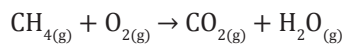
$$0,66 \text{ moles de } \text{NH}_3 \times \frac{1 \text{ mol de } \text{N}_2}{2 \text{ moles de } \text{NH}_3} = 0,33 \text{ moles de } \text{N}_2$$

$$\text{Masa sin reaccionar} = 0,5 \text{ moles de } \text{N}_2 - 0,33 \text{ moles de } \text{N}_2 = 0,17 \text{ moles de } \text{N}_2$$

Respuestas:

- a. El reactivo limitante es H_2 . c. 0,66 moles de NH_3 se forman.
b. El reactivo en exceso es N_2 . d. 0,17 moles de N_2 quedan sin reaccionar.

14. Reaccionan 2,49 moles de CH_4 con 6,25 moles de O_2 para producir dióxido de carbono y agua como se muestra en la siguiente reacción:



- a. ¿Cuál es el reactivo limitante y cuál es el reactivo en exceso?
b. ¿Cuántos gramos de CO_2 se van a formar?
c. ¿Cuántas moles de reactivo en exceso quedan sin reaccionar?

1.8. Rendimiento de reacción

Cuando efectuamos una reacción química calculamos las cantidades de productos que esperamos obtener a partir de las cantidades de reactivos utilizadas y de la estequiometría de la reacción.

En la práctica suele ser frecuente que la cantidad obtenida sea menor de la esperada. Cuando esto ocurre decimos que la reacción tiene un rendimiento inferior al 100%.

Este menor rendimiento se da por diferentes causas:

- La pérdida de material durante su manipulación
- El desarrollo de la reacción en condiciones inadecuadas
- La existencia de reacciones paralelas que dan lugar a productos no deseados

Hasta ahora hemos supuesto que las reacciones siempre se dan de tal modo que todo el reactivo limitante se transforma en producto, pero en la vida real no suele ocurrir así; la cantidad de producto obtenido no alcanza el valor que se deduce del cálculo estequiométrico, siempre hay una diferencia entre esos valores.

La relación entre la cantidad de producto final obtenido (rendimiento real) y la cantidad que debía obtenerse según la estequiometría de la ecuación (rendimiento teórico) se expresa mediante el rendimiento de la reacción.

$$\text{Rendimiento porcentual (\%)} = \frac{\text{rendimiento real}}{\text{rendimiento teórico}} \times 100\%$$

El intervalo del porcentaje del rendimiento puede fluctuar desde 1% hasta 100%. En química y en procesos industriales se busca tener el rendimiento más alto posible.

Los rendimientos industriales son generalmente bajos, por ejemplo, para producir en una industria aceite de oliva se tiene un rendimiento del 24%.

Si se trata de calcular el rendimiento real que obtendremos en una reacción, procederemos del siguiente modo:

$$\text{Rendimiento real} = \text{rendimiento teórico} \times \frac{\text{rendimiento porcentual (\%)}}{100 \%}$$



<http://goo.gl/luhg2s>



<http://goo.gl/ohEak>

Industria de aceite de oliva de España

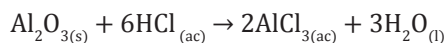
Y TAMBIÉN:



Los motivos por los que la cantidad obtenida en una reacción es inferior a la esperada son varios:

- Muchas reacciones son reversibles, por lo que la transformación no es completa.
- A veces, no es posible separar totalmente el producto obtenido.
- Los productos formados pueden producir reacciones secundarias.
- Muchas moléculas no están suficientemente activadas para reaccionar, etc.

Se hacen reaccionar diez gramos de óxido de aluminio (Al_2O_3) con un exceso de ácido clorhídrico (HCl) para obtener veinticinco gramos de cloruro de aluminio.



a. Calculamos el rendimiento de la reacción.

b. Si el rendimiento teórico fuera del 60%, ¿cuánto se esperaría que fuera el rendimiento real?

Para la resolución del literal a. del ejercicio debemos seguir dos pasos sencillos.

Paso 1: Pasamos la cantidad de reactivo que se tenga a unidades de producto deseado.

$$10 \text{ g de } \text{Al}_2\text{O}_3 \times \frac{1 \text{ mol de } \text{Al}_2\text{O}_3}{102 \text{ g de } \text{Al}_2\text{O}_3} \times \frac{2 \text{ moles de } \text{AlCl}_3}{1 \text{ mol de } \text{Al}_2\text{O}_3} \times \frac{132 \text{ g de } \text{AlCl}_3}{1 \text{ mol de } \text{AlCl}_3} = 25,88 \text{ g AlCl}_3$$

Paso 2: El valor del enunciado del producto va a ser equivalente al rendimiento real, en este caso es 25 gramos de cloruro de aluminio. El valor obtenido de 25,88 gramos de cloruro de aluminio es el rendimiento teórico porque se lo obtuvo mediante cálculos. Lo reemplazamos en la fórmula.

$$\% \text{ de rendimiento} = \frac{25}{25,88} \times 100\% = 96,59\%$$

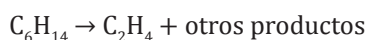
Para la resolución del literal b. del ejercicio, debemos usar la fórmula:

$$\text{Rendimiento real} = \text{rendimiento teórico} \times \frac{\text{rendimiento porcentual (\%)}}{100 \%}$$

Los datos que conocemos para poder emplear esta fórmula son: el rendimiento teórico calculado en el literal a. (25,88g de cloruro de aluminio) y el porcentaje de rendimiento (60%) mencionado en el enunciado del ejercicio.

$$\text{Rendimiento real} = 25,88 \text{ g} \times \frac{60\%}{100 \%} = 15,52 \text{ gramos de } \text{Al}_2\text{Cl}_3$$

15. Si el rendimiento de la producción de etileno (C_2H_4) es de 40%, ¿qué masa de hexano (C_6H_{14}) debemos utilizar para producir 481 g de etileno?



16. Se hacen reaccionar 10,0 g de óxido de aluminio con exceso de ácido clorhídrico y se obtienen 25,0 g de cloruro de aluminio. **Calcula** el rendimiento de la reacción.



Experimento

TEMA:

Producción de dióxido de carbono a partir de ácido acético y bicarbonato de sodio.

INVESTIGAMOS:

La producción de dióxido de carbono, CO_2 , a partir de la reacción entre ácido acético, CH_3COOH , y bicarbonato de sodio, NaHCO_3 , está dada por:



OBJETIVO:

Reconocer cuál es el reactivo limitante en la producción del dióxido de carbono.

MATERIALES:

- 2 botellas plásticas de 500 mL
- 2 globos
- 1 embudo
- 2 cucharas grandes
- 1 botella pequeña con vinagre
- bicarbonato de sodio
- marcador permanente



CUESTIONES:

- ¿Cuál es el reactivo limitante en cada uno de los envases plásticos?

PROCESOS:

1. **Emplea** el marcador para rotular las botellas con los nombres «1» y «2».
2. En la botella «1», **coloca** tres cucharadas de ácido acético y en la botella «2» **pon** seis cucharadas del mismo reactivo.
3. **Coloca** una cucharada de bicarbonato de sodio en cada globo, con ayuda del embudo.
4. **Introduce** el contenido de los globos dentro de cada botella, cuidadosamente. Asegúrate de que no existen fugas en los globos y que estos estén bien ajustados al pico de la botella.
5. **Mantén** el pico del globo con firmeza hasta que la reacción haya terminado. Podemos observar esto el momento en el que el globo haya dejado de inflarse.
6. **Anota** los cambios.



Resumen

Fórmulas de transformación

Existen diferentes tipos de unidades para representar cantidades muy pequeñas o grandes químicamente hablando. Las equivalencias son:

$$1 \text{ mol de X} = 6,023 \times 10^{23} \text{ átomos de X} = \text{Peso en gramos de X}$$

Dependiendo de lo que se quiera obtener, podemos utilizar las unidades en gramos, moles o átomos o moléculas.

En la tabla periódica tenemos **elementos**, al unir dos o más, tenemos **moléculas**.

Los subíndices de un compuesto representan la cantidad de un átomo en una molécula. Así, por ejemplo:



Representa que hay dos átomos de hidrógeno por cada átomo de oxígeno en una molécula de agua. De igual manera, a través de **cálculos estequiométricos** podemos transformar las unidades de un elemento a otro.

Incluso, podemos determinar el porcentaje exacto de un elemento en un compuesto al aplicar la **composición porcentual**:

$$\% \text{ Elemento} = \frac{(\text{cantidad de átomos del elemento}) \times (\text{peso del elemento})}{\text{peso del compuesto}} \times 100\%$$

La suma de todos los porcentajes de los elementos de un compuesto equivale al 100%.

Los **compuestos** pueden tener fórmula empírica o molecular. En un compuesto:

- La mínima relación que hay entre los átomos se denomina **fórmula empírica**. No pueden ser múltiplos los coeficientes de los elementos de un compuesto.
- La relación real que existe entre los átomos de un compuesto se denomina **fórmula molecular**. Pueden ser múltiplos los coeficientes de un compuesto.

La **materia** no se crea ni se destruye, solo se transforma. Esto quiere decir que, si hago reaccionar dos reactivos, vamos a obtener dos productos. Nuestra reacción debe siempre estar igualada, independientemente si uno de los dos reactivos deja de reaccionar primero que el otro.

- Al reactivo que se consume por completo o que limita la reacción lo conocemos como **reactivo limitante**.
- Al reactivo presente en mayor cantidad lo conocemos como **reactivo en exceso**.

Dependiendo de la cantidad que se forme de nuestro producto en nuestra reacción, que lo podemos obtener con el reactivo limitante, podemos obtener el **rendimiento de la reacción**:

$$\text{Rendimiento porcentual (\%)} = \frac{\text{rendimiento real}}{\text{rendimiento teórico}} \times 100\%$$



BLOG

Estequiometría en la vida

Día a día el ser humano utiliza numerosos productos tales como champú, jabón, aceite, gasolina y demás compuestos derivados del petróleo. Para su producción, los ingenieros químicos emplean la estequiometría, por la precisión requerida en el manejo de los reactivos químicos. La estequiometría permite optimizar los procesos químicos y de esta forma aprovechar al máximo un reactivo químico y generar la menor cantidad de desperdicios posibles.

Gómez, Freddy. Estequiometría en la vida. Más allá del conocimiento. Extraído desde la página <http://goo.gl/OgFfA.y>



<http://goo.gl/35X4Mx>

SOCIEDAD

Día del Mol



<http://goo.gl/tzbaQp>

En Norteamérica, Sudáfrica, Australia y Canadá, cada 23 de octubre se celebra el Día del Mol; esta no es una celebración oficial y dura desde las 06h02 a. m. hasta las 06h02 p. m. Si a esa fecha la colocamos según el formato

norteamericano obtenemos 6.02 10 23, y da como resultado 6.02×10^{23} , correspondiente al número de Avogadro, es decir el número de partículas individuales que hay en un mol de cualquier sustancia o especie química. En otras regiones, el Día del Mol se celebra el 6 de febrero desde las 10h23 a. m. hasta las 10h23 p. m.

Pardo, Rafael. Día del mol. Heavy metal. Extraído desde <http://goo.gl/ttbe7x>.

SENTIDO CRÍTICO

¿Es el chocolate un sustituto del amor?



Muchos consideran al chocolate un sustituto del amor por sus propiedades afrodisíacas. Sin embargo, hay mucho que puntualizar.

Hace más de 2000 años, el pueblo olmeca, que vivía en una región del actual México, aprendió a elaborar una bebida que alteraba la mente a partir de las bayas de una planta: el cacao. Los aztecas asociaban el chocolate, con su diosa de la fertilidad. Hace poco, varios investigadores

descubrieron que el chocolate contiene feniletilamina; en experimentos de laboratorio, los animales se vuelven locos con esta sustancia y se comportan como si estuvieran en pleno cortejo. Sin embargo, en los humanos parece surtir menos efecto.

¿Es el chocolate un sustituto del amor? adaptación). Tras el horizonte de sucesos. Extraído desde la página web: <http://goo.gl/hXOTia>.

SI YO FUERA...



<http://goo.gl/hn1c1g>

Ingeniero en alimentos, a través de la estequiometría, me enfocaría en que todos los alimentos cumplieran con los parámetros de calidad, realizando análisis con el fin de asegurar que cualquier cadena de producción de alimentos o bebidas se encontrara de la mejor manera.

Prohibida su reproducción

Para finalizar

- Masa atómica
1. Se pesan 6,12 g de sodio (Na). **Determina.**
 - a. ¿Cuántas moles representa?
 - b. ¿Cuántos átomos de sodio se tiene en esa masa?
 2. Se cuenta con 0,11 mol de níquel (Ni). **Determina.**
 - a. ¿Cuántos gramos representa?
 - b. ¿Cuántos átomos de níquel se tiene en esa masa?
 3. Se tiene $3,12 \times 10^{23}$ átomos de cobre (Cu). **Determina.**
 - a. ¿Cuántas moles representa?
 - b. ¿Cuántos gramos representa?
- Masa molecular
4. **Determina** la masa molar de las siguientes sustancias:
 - a. Gas butano, C_4H_{10}
 - b. Ácido sulfúrico, H_2SO_4
 - c. Gas hidrógeno, H_2
 5. En un frasco de laboratorio hay 200 g de tricloruro de hierro, $FeCl_3$. **Averigua** cuántos moles de esta sustancia contiene el frasco.
 6. Si se dispone de 123,11 g de cloruro de plata ($AgCl$), ¿cuántas moles contiene el frasco? ¿cuál es el número total de átomos de cloro (Cl) presentes?
- Composición porcentual
7. Si la fórmula del ácido clorhídrico es HCl , ¿cuál es la composición porcentual en masa del hidrógeno y del cloro en este compuesto?
 8. A la fórmula de la herrumbre podemos representar como Fe_2O_3 . ¿Cuál es la composición porcentual en masa del oxígeno en este compuesto?
- Fórmula empírica y molecular
9. ¿Cuál es la fórmula empírica de cada uno de los compuestos que tienen la siguiente composición?
 - a. 40,1% de C, 6,6% de H y 53,3% de O.
 - b. 18,4% de C, 21,5% de N y 60,1% de K.
 10. La fórmula empírica del compuesto es CH . Si la masa molar de este compuesto es aproximadamente 78 g, ¿cuál sería su fórmula molecular?
 11. La composición de una molécula es: 35,51% de C, 4,77% de H, 37,85% de O, 8,29% de N y 13,60% de Na. ¿Cuál será su fórmula molecular si su masa molar es aproximadamente de 169 g?
- Balance de ecuaciones
12. **Ajusta** las siguientes reacciones químicas:
 - a. $C_{(s)} + CuO_{(s)} \rightarrow Cu_{(s)} + CO_{2(g)}$
 - b. $CaO_{(s)} + C_{(s)} \rightarrow CO_{(g)} + CaC_{2(g)}$
 - c. $NiS_{2(s)} + O_{2(g)} \rightarrow SO_{2(g)} + Ni_2C_{3(s)}$
 - d. $HNO_{3(aq)} + Zn_{(s)} \rightarrow Zn(NO_3)_{2(s)} + NO_{(s)} + H_2O_{(l)}$

- Estequiometría

13. Al hacer reaccionar aluminio metálico con yodo se obtiene triyoduro de aluminio. **Calcula** la masa de este producto que se obtendrá a partir de 25 g de yodo.

14. Al tratar una muestra de dióxido de manganeso con 20 g de cloruro de hidrógeno, se obtiene cloruro de manganeso (II), gas cloro y agua. **Escribe y ajusta** la reacción y **calcula** la masa de MnCl_2 que se obtendrá.

15. **Calcula** la masa de yoduro de plomo (II), PbI_2 , que se obtendrá al hacer reaccionar 15 g de yoduro de potasio, KI, con un exceso de nitrato de plomo (II), $\text{Pb}(\text{NO}_3)_2$. En la reacción también se produce nitrato de potasio, KNO_3 .

16. **Calcula** la masa de hidróxido de calcio, $\text{Ca}(\text{OH})_2$, necesaria para reaccionar con 16,5 g de ácido clorhídrico, HCl.

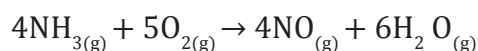
- Reactivo limitante

17. Hacemos reaccionar 10 g de sodio metálico con 9 g de agua. **Determina** cuál de ellos actúa como reactivo limitante y qué masa de hidróxido de sodio se formará. En la reacción también se desprende H_2 .

18. Hacemos reaccionar 25 g de nitrato de plata con cierta cantidad de cloruro de sodio y obtenemos 14 g de precipitado

de cloruro de plata. Averigua la masa de nitrato de plata que no ha reaccionado.

19. La reacción entre el amoníaco y el oxígeno produce NO y H_2O como se muestra en la siguiente reacción:



En cierto experimento 2,25g de NH_3 reacciona con 3,75g de O_2 .

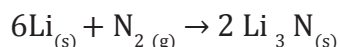
- ¿Cuál reactivo es el limitante?
- ¿Cuántos gramos de NO se forman?
- ¿Cuántos gramos del reactivo en exceso quedan una vez que se ha consumido totalmente el reactivo limitante?

20. Se desean quemar 55,8 L de gas metano, CH_4 , medidos a 273 K y 1 atm, utilizando para ello 200 g de oxígeno.

La reacción produce dióxido de carbono y agua. **Calcula** los gramos de dióxido de carbono que se obtendrán.

- Rendimiento de reacción

21. El litio y el nitrógeno reaccionan para producir nitrato de litio.



Si se hacen reaccionar 5,00 gramos de cada reactivo y el rendimiento es del 80,5%. ¿Cuántos gramos de Li_3N se obtienen en la reacción?

AUTOEVALUACIÓN

Reflexiona y **autoevalúate** en tu cuaderno:

- Trabajo personal

¿Cómo ha sido mi actitud frente al trabajo?

¿He cumplido mis tareas?

¿Qué aprendí en esta unidad temática?

- **Escribe** la opinión de tu familia.

- Trabajo en equipo

¿He compartido con mis compañeros o compañeras?

¿He respetado las opiniones de los demás?

- **Pide** a tu profesor o profesora sugerencias para mejorar y **escríbelas**.

2

Soluciones acuosas y sus reacciones

CONTENIDOS:

2. Soluciones acuosas y sus reacciones

- 2.1. Reacciones de precipitación
- 2.2. Número de oxidación de elementos y compuestos
- 2.3. Reacciones de oxidación y reducción
- 2.4. Celdas galvánicas
- 2.5. Electrólisis
- 2.6. Aplicaciones industriales de la electrólisis



Noticia:

Química, la ciencia que permite consumir alimentos en buen estado

La química desempeña un rol fundamental en la preservación de los alimentos mediante la utilización de diferentes técnicas como: enfriamiento, congelación, pasteurización, entre otras. No todos los químicos son perjudiciales para el ser humano, cuando se emplean de forma racional, son útiles para satisfacer la demanda de productos del planeta. Por tanto, la química de alimentos evita la formación de diferentes microorganismos perjudiciales para la salud.

<http://goo.gl/SRdbmz>.



Web:

Alessandro Volta y la pila galvánica

Volta, físico italiano, inventor de la primera pila eléctrica generadora de corriente continua. En 1775, su interés por el estudio lo condujo a la creación de un electróforo, artefacto utilizado para la generación de electricidad estática. En 1778, Volta identificó y aisló el gas metano. En 1797, mediante sus electros copios y su condensador, logró comprobar experimentalmente la existencia de un desequilibrio eléctrico entre metales diferentes denominado *tensión*. Es así como se inventó la primera pila eléctrica, y en su honor se denominó *volto* a la unidad de fuerza electromotriz en el SI.

<http://goo.gl/6aq73l>.



Película:

Reacción química-documental

Analizaremos cómo se producen diferentes tipos de reacciones con experimentos concisos y fáciles de realizar.

<https://goo.gl/RDf81G>

EN CONTEXTO:

1. **Lee** la noticia y **contesta**:
 - a. ¿Qué relación tiene la *química de alimentos* con la *nutrición*, la *microbiología* y la *toxicología*?
 - b. ¿Qué riesgos se presentan al consumir alimentos caducos?
2. **Contesta** las siguientes preguntas:
 - a. ¿Quién fue Alessandro Volta?
 - b. ¿Cuáles fueron sus principales descubrimientos? Realiza un análisis de cada uno.
3. Basándote en el documental **contesta**:
 - a. ¿Qué es una *reacción química*?
 - b. ¿Cómo están clasificadas las reacciones?

2. SOLUCIONES ACUOSAS Y SUS REACCIONES

2.1. Reacciones de precipitación

Y TAMBIÉN:

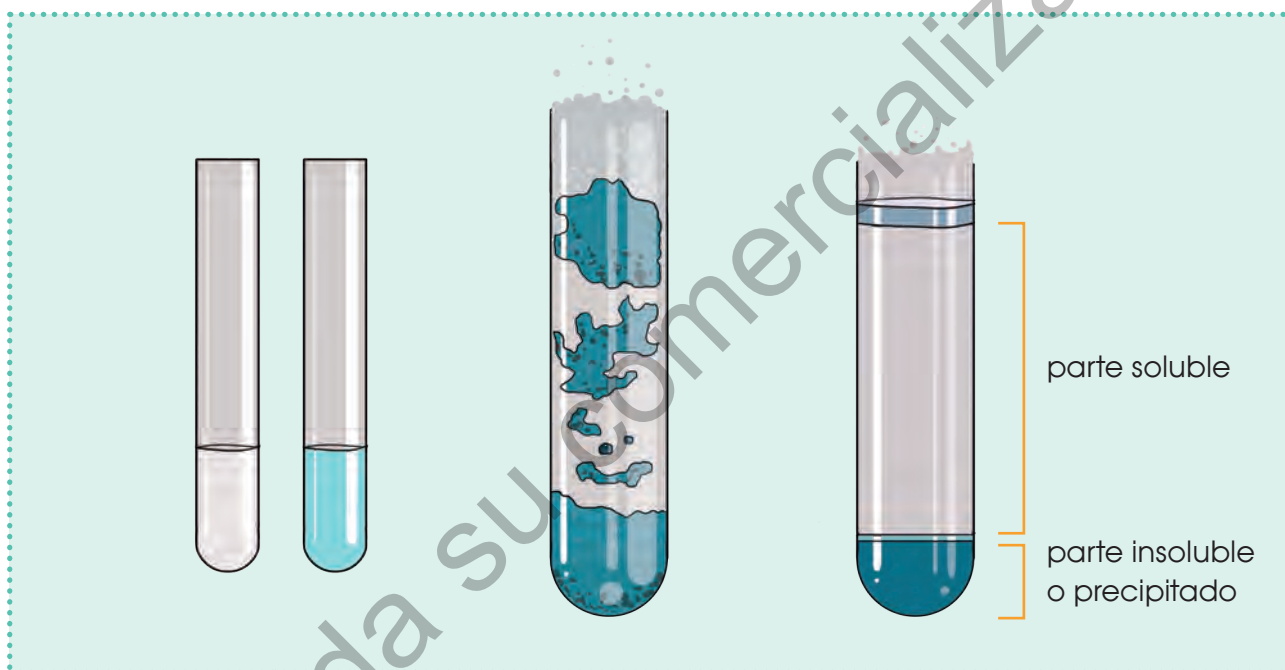


La **solubilidad** de un soluto en un disolvente determinado y a una temperatura determinada es la concentración del soluto en una disolución saturada.

Un tipo de reacciones son las de precipitación, estas ocurren en disolución acuosa y se caracterizan por la formación de un producto insoluble o precipitado.

Una reacción de precipitación consiste en la formación de un compuesto insoluble, denominado *precipitado*, cuando se combinan dos reactivos en disolución acuosa.

Formación de un precipitado

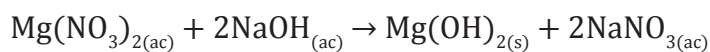


Estas reacciones se caracterizan porque, a partir de dos reactivos en disolución acuosa, obtenemos un producto insoluble o sólido, por ejemplo:

Y TAMBIÉN:



Disolución es una mezcla homogénea de propiedades variables. Está formada por un disolvente, que habitualmente es un líquido, y uno o más solutos, que pueden ser sólidos, líquidos o gases.



Solubilidad

Para saber si un compuesto es acuoso (soluble) o es sólido (insoluble o precipitado), debemos observar al catión y al anión que intervienen. Identifiquemos estos en la tabla de solubilidad para conocer su estado.

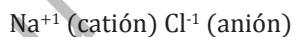
Reglas de solubilidad para compuestos iónicos comunes en el agua a 25 °C

Compuestos solubles	Excepciones
Compuestos que contengan iones de metales alcalinos y NH_4^+	
NO_3^- , HCO_3^- , ClO_3^-	
Cl^- , Br^- , I^-	Halogenuros de Ag^+ , Hg_2^{2+} , Pb^{2+}
SO_4^{2-}	Sulfatos de Ag^+ , Ca^{2+} , Sr^{2+} , Ba^{2+} , Hg_2^{2+} , Pb^{2+}
Compuestos insolubles	Excepciones
CO_3^{2-} , PO_4^{3-} , CrO_4^{2-} , S^{2-}	Compuestos que contengan iones de metales alcalinos y NH_4^+
OH^-	Compuestos que contengan iones de metales alcalinos y Ba^{2+}

Identifiquemos si el NaCl es un compuesto soluble o insoluble.

En un compuesto, el primer elemento siempre es el catión (carga positiva) y el segundo elemento es el anión (carga negativa).

Paso 1: Identificamos al catión y al anión del compuesto.



Paso 2: Observamos en la tabla de solubilidad si es soluble o insoluble para cualquiera de los aniones presentes. Si uno es soluble o insoluble, eso garantiza que todo el compuesto lo es.

Na^{+1} es soluble sin excepción, eso quiere decir que todo el compuesto es soluble.

Sin embargo, para comprobar esto, el Cl^{-1} es soluble y entre las excepciones no se encuentra el sodio.

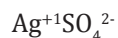
Paso 3: Si el compuesto es soluble, colocamos al lado del compuesto el estado acuoso (ac). Caso contrario, es decir, si es insoluble, instalamos al lado del compuesto el estado sólido (s).



Ejemplo 1

Identifiquemos si el Ag_2SO_4 es un compuesto soluble o insoluble.

Para conocer lo que se va a formar y si es soluble o insoluble, debemos analizar la tabla de las reglas de solubilidad.

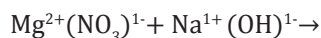


Por lo tanto el Ag_2SO_4 es un compuesto insoluble.

Ejemplo 2

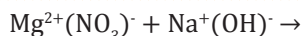
Prohibida su reproducción

El hidróxido de sodio va a reaccionar con el nitrato de magnesio. ¿Qué compuestos se van a formar? ¿Se producirá algún precipitado?

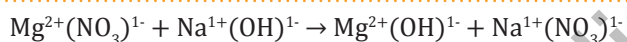


Primero colocamos los productos que se van a formar y de allí determinamos si son solubles o insolubles.

Paso 1: Colocamos los reactivos en forma de cationes y aniones respectivamente.



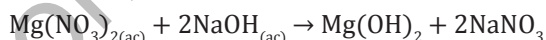
Paso 2: El catión del primer compuesto va a reaccionar con el anión del segundo compuesto, porque polos opuestos se atraen. De igual manera, el anión del primer compuesto va a reaccionar con el catión del segundo reactivo.



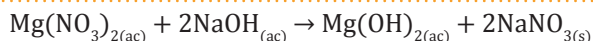
Paso 3: Realizamos el intercambio de cargas y así obtendremos los dos productos que se van a formar.



Paso 4: Balanceemos la ecuación.



Paso 5: Con base en la tabla de reglas de solubilidad, determinamos el estado de los productos.



El precipitado en este caso es el hidróxido de magnesio, $\text{Mg}(\text{OH})_2$, y el soluble es el nitrato de sodio, NaNO_3 .

<https://goo.gl/wPKDr9>



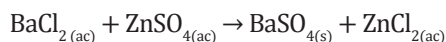
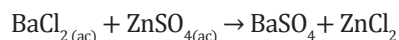
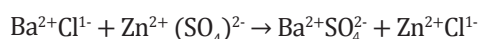
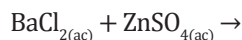
■ Hidróxido de magnesio en solución

Y TAMBIÉN:

Solubilidad

Muchos compuestos iónicos son solubles en agua o en otros disolventes que, como el agua, tienen moléculas polarizadas. Cuando el sólido iónico se introduce en agua se produce la rotura de la red iónica por la interacción entre los iones del cristal y los dipolos del disolvente. Los iones pasan a la disolución rodeados de moléculas de H_2O , por lo que decimos que están solvatados.

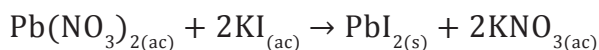
El cloruro de bario va a reaccionar con el sulfato de cinc. ¿Qué compuestos se van a formar? ¿Se producirá algún precipitado?



El precipitado en este caso es el sulfato de bario, BaSO_4 , y el soluble es el cloruro de cinc, ZnCl_2 .

Ecuación molecular, ecuación iónica y ecuación iónica neta

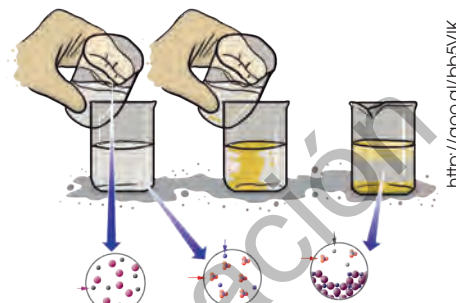
A la ecuación que da formación al yoduro plumboso la denominamos *ecuación molecular*, porque las fórmulas de los compuestos están en forma de moléculas.



La *ecuación iónica*, por su parte, muestra las especies disueltas como iones libres. Solamente la parte soluble está en forma de iones, porque la parte insoluble es sólida.

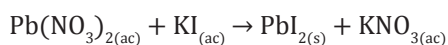
Dentro de la ecuación iónica, denominamos *ion espectador* al anión que está tanto en los reactivos como en los productos en forma acuosa.

Si en la ecuación iónica no tomamos en cuenta los iones espectadores, tenemos una ecuación iónica neta.



■ Interpretación de la reacción de formación del yoduro plumboso

La ecuación de formación del yoduro plumboso es:



Obtenemos la ecuación iónica, los iones espectadores y la ecuación iónica neta.

Para la resolución del ejemplo, debemos seguir una serie de pasos.

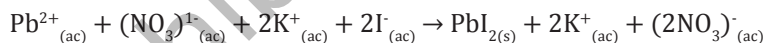
Paso 1: Balanceamos la ecuación.

Ecuación molecular:



Paso 2: Expresamos todos los compuestos solubles en forma de aniones.

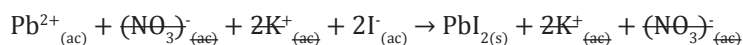
Ecuación iónica:



Paso 3: Los aniones que se repitan en el lado izquierdo y derecho son los iones espectadores.



Paso 4: Si simplificamos los iones espectadores de la ecuación iónica, el resultado será la ecuación iónica neta.



Ejemplo 5

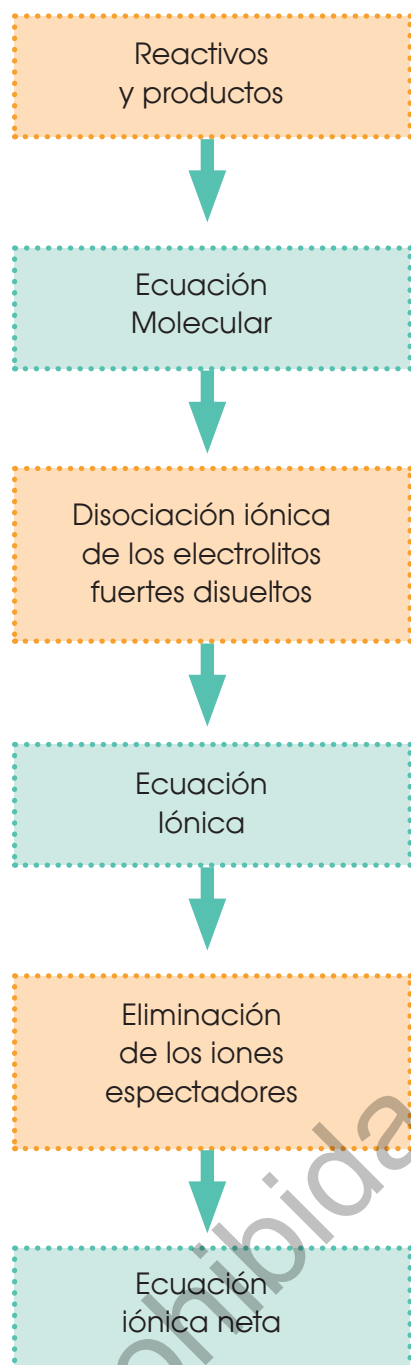
Y TAMBIÉN:



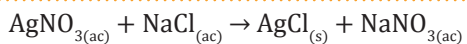
Denominamos *ecuación molecular* a aquella que contiene las formas no ionizadas de todos los compuestos que intervienen en la reacción, aunque algunos de ellos no sean moleculares.

La *ecuación iónica* se obtiene dissociando totalmente en sus iones los electrolitos fuertes disueltos.

La *ecuación iónica neta* se obtiene eliminando los iones que aparecen en los dos miembros de una ecuación.



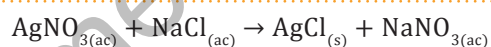
La ecuación de formación del cloruro de plata es:



■ Formación del cloruro de plata

Obtenemos la ecuación iónica, los iones espectadores y la ecuación iónica neta.

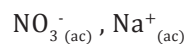
Ecuación molecular:



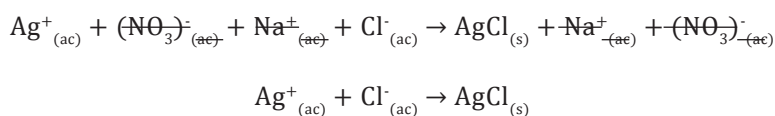
Ecuación iónica:



Iones espectadores:



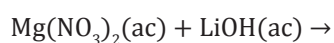
Ecuación iónica neta:



1. **Determina** si son solubles o insolubles los siguientes compuestos.

- $\text{Al}(\text{OH})_3$
- Na_2CO_3

2. **Determina** la ecuación molecular, ecuación iónica, iones espectadores y la ecuación iónica neta de la reacción.



2.2. Número de oxidación de elementos y compuestos

Los elementos se combinan en proporciones definidas y constantes. Esta capacidad de combinación de un átomo con otros para formar un compuesto recibió el nombre de *valencia*.

En la actualidad, se prefiere utilizar el número de oxidación o estado de oxidación. El cual significa el número de cargas que tendría un átomo en una molécula o en un compuesto iónico si los electrones fueran transferidos completamente.

Debemos distinguir entre *número de oxidación* y *carga iónica*:

Y TAMBIÉN:



Valencia química

Número entero que expresa la capacidad de combinación de un átomo con otros para formar un compuesto. Tomamos como referencia el átomo de hidrógeno, al que se asigna la valencia 1. De este modo, la valencia de un elemento es el número de átomos de hidrógeno que se combinan con un átomo de dicho elemento.

Número de oxidación	Carga iónica
Representa una capacidad de combinación. Escribimos sobre el símbolo del elemento e indicamos con un número la forma $+n$ o $-n$: $+1 \ -1$ NaCl $+1 \ +6 \ -2$ H_2SO_4	Es la carga positiva o negativa, $n +$ o $n -$, que adquieren un átomo o un grupo de átomos cuando pierden o ganan electrones. Escribimos a la derecha del símbolo del ion, en la parte superior: $\text{Na}^+, \text{Ca}^{2+}, \text{Al}^{3+}, \text{NO}_3^{2-}, \text{CO}_3^{2-}, \text{PO}_4^{3-}$

Un mismo elemento, según el compuesto del que forma parte, puede tener varios números de oxidación. Los números de oxidación destacados en **negrita** son comunes a cada grupo de la tabla periódica.

Grados de oxidación de algunos elementos químicos

[illegible]

Y TAMBIÉN:



Número de oxidación y reacciones químicas

En las reacciones químicas el número de electrones ganados por algunos átomos coincide con el número de electrones cedidos por otros, de manera que el balance total del cambio es cero.

Determinación del número de oxidación

Debemos tener en cuenta las siguientes reglas:

- Los átomos de los elementos que no forman parte de un compuesto químico tienen número de oxidación cero, 0, incluso cuando forman moléculas o estructuras poliatómicas, como N_2 .
- El número de oxidación de un ion monoatómico es su propia carga; así, Na^+ tiene un número de oxidación de +1 y Cl^- , -1.
- El oxígeno emplea comúnmente el número de oxidación -2.
- El hidrógeno utiliza habitualmente el número de oxidación +1. Solo en los hidruros utiliza el número de oxidación -1.
- La suma algebraica de todos los números de oxidación de los átomos que intervienen en la fórmula de una sustancia neutra debe ser cero.
- En los iones poliatómicos esta suma debe ser igual a la carga total, positiva o negativa, del ion.

Puesto que el oxígeno y el hidrógeno forman parte de muchos compuestos, la asignación de sus números de oxidación permite determinar el número de oxidación de los otros elementos del compuesto.

Determinemos los siguientes números de oxidación: a. del azufre en el dióxido de azufre, SO_2 ; b. del nitrógeno en el ácido nítrico, HNO_3 ; c. del azufre en el sulfato de potasio, K_2SO_4 ; d. del carbono en el ion carbonato, CO_3^{2-} ; e. del cloro en el ion perclorato, ClO_4^- .

a. El oxígeno tiene número de oxidación -2, llamamos x al número de oxidación del azufre y aplicamos la regla dada:

$$\overset{x}{S} \overset{-2}{O}_2 \quad x + 2(-2) = 0 \quad \text{de donde } x = +4$$

b. El hidrógeno tiene número de oxidación +1 y el oxígeno, -2. Llamamos x al del nitrógeno y, a continuación, aplicamos la regla:

$$\overset{+1}{H} \overset{x}{N} \overset{-2}{O}_3 \quad +1 + x + 3(-2) = 0 \quad \text{de donde } x = +5$$

c. El potasio tiene número de oxidación +1 y el oxígeno, -2. Llamamos x al del azufre y procedemos como antes:

$$\overset{+1}{K}_2 \overset{x}{S} \overset{-2}{O}_4 \quad 2(+1) + x + 4(-2) = 0 \quad \text{de donde } x = +6$$

d. La carga total del ion carbonato es -2. Por tanto:

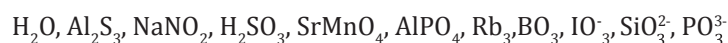
$$\overset{x}{C} \overset{-2}{O}_3^{2-} \quad x + 3(-2) = -2 \quad \text{de donde } x = +4$$

e. Carga total del ion perclorato -1

$$\overset{x}{Cl} \overset{-2}{O}_4^- \quad x + 4(-2) = -1 \quad \text{de donde } x = +7$$

Ejemplo 7

3. **Determina** el número de oxidación de cada elemento en las siguientes especies químicas moleculares o iónicas:



Actividades

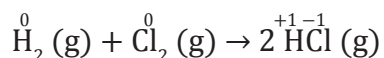
2.3 Reacciones de oxidación y reducción

En la formación de los compuestos iónicos es fácil apreciar la transferencia de electrones entre dos elementos. Esto es precisamente lo que caracteriza a estas reacciones como de oxidación-reducción.

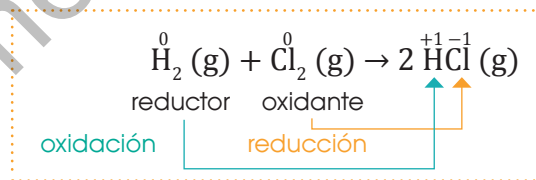
Sin embargo, en la mayor parte de las reacciones, no es sencillo advertir dicha transferencia electrónica; así sucede especialmente entre sustancias covalentes. Por este motivo, se adopta un criterio más claro que permite identificar fácilmente las reacciones de oxidación-reducción.

Reacciones de oxidación-reducción, o **reacciones redox**, son los procesos químicos en los que tiene lugar alguna variación en el número de oxidación de los elementos. Esta variación es la consecuencia de la transferencia real o aparente de electrones.

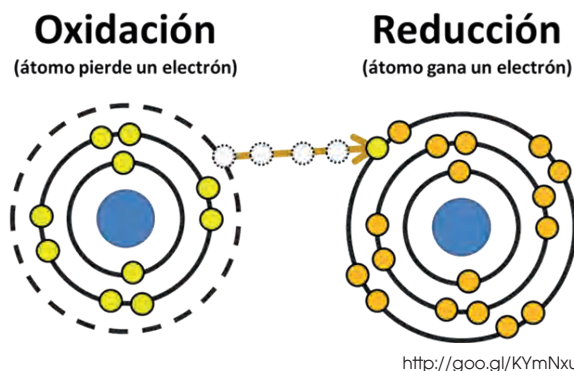
Por ejemplo, dada la reacción $\text{H}_2(\text{g}) + \text{Cl}_2(\text{g}) \rightarrow 2 \text{HCl}(\text{g})$, si asignamos números de oxidación a todos los elementos, obtenemos:



- El número de oxidación del hidrógeno varía de 0 a +1. Este hecho equivale a decir que cada átomo de hidrógeno ha perdido un electrón, por lo que decimos que el hidrógeno es el agente reductor y que se ha oxidado.
- El número de oxidación del cloro ha variado de 0 a -1. Este hecho equivale a decir que cada átomo de cloro ha ganado un electrón, por lo que decimos que el cloro es el agente oxidante y que se ha reducido.



- **Agente reductor** es la sustancia que contiene el elemento cuyo número de oxidación aumenta. Este elemento se oxida reduciendo a otro.
- **Agente oxidante** es la sustancia que contiene el elemento cuyo número de oxidación disminuye. Este elemento se reduce oxidando a otro.
- **Semirreacción de oxidación** es el proceso en que un elemento aumenta su número de oxidación, lo que equivale a una pérdida real o aparente de electrones.
- **Semirreacción de reducción** es el proceso en que un elemento disminuye su número de oxidación, lo que equivale a una ganancia real o aparente de electrones.



Aumenta el número de oxidación.

Se oxida.



Disminuye el número de oxidación.

Se reduce.

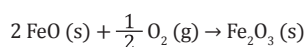
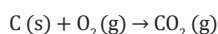
Y TAMBIÉN:



Tradicionalmente, los términos *oxidación* y *reducción* se han utilizado de forma muy limitada para describir los siguientes procesos:

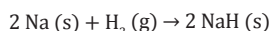
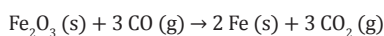
Oxidación es la reacción en que un elemento se combina con el oxígeno, o un compuesto aumenta su contenido en oxígeno.

Ejemplos:



Reducción es la reacción en que un compuesto pierde oxígeno, o un elemento se combina con el hidrógeno.

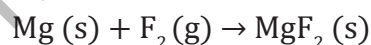
Ejemplos:



La denominación general *reacciones redox* incluye un gran número de transformaciones químicas de especial importancia práctica, como la combustión de muchas sustancias, la oxidación de los metales al aire, la obtención de metales y no metales a partir de sus minerales, los procesos electrolíticos, la producción de energía eléctrica en las pilas, etc.

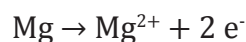
En la actualidad, los conceptos de *oxidación* y *reducción* no se limitan al aumento o disminución del contenido de oxígeno, más bien incluye todos los procesos en que tiene lugar, real o aparentemente, una transferencia de electrones.

Consideremos, por ejemplo, la reacción de síntesis del fluoruro de magnesio, MgF_2 , a partir de sus elementos:

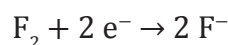


El producto formado es el resultado final de la transferencia de electrones que ha tenido lugar en dos semirreacciones simultáneas:

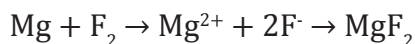
- **Semirreacción de oxidación:** El Mg cede sus dos electrones de valencia. Por lo tanto, decimos que se ha oxidado:



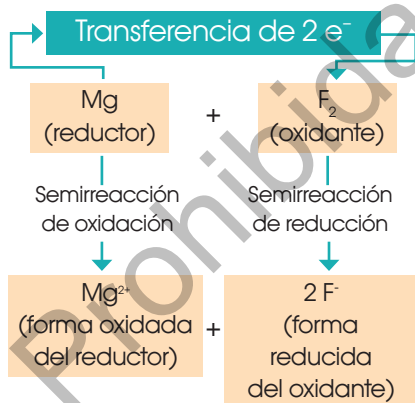
- **Semirreacción de reducción:** A los dos electrones cedidos por el magnesio los reciben los dos átomos de flúor. Cada átomo F recibe un electrón. Decimos que el flúor se ha reducido.



- La **reacción global** es la suma de las dos semirreacciones:



- El magnesio recibe el nombre de **reductor** porque, al ceder electrones y oxidarse, provoca la reducción del flúor.



El número de electrones cedidos por el reductor es igual al número de electrones recibidos por el oxidante.

- Al flúor lo denominamos **oxidante** porque, al recibir electrones y reducirse, provoca la oxidación del magnesio.

Generalizando, podemos decir:

Reacción de oxidación-reducción es aquella que tiene lugar mediante transferencia de electrones.

Oxidación es el proceso de pérdida de electrones por parte de un reductor.

Reducción es el proceso de ganancia de electrones por parte de un oxidante.

Y TAMBIÉN:



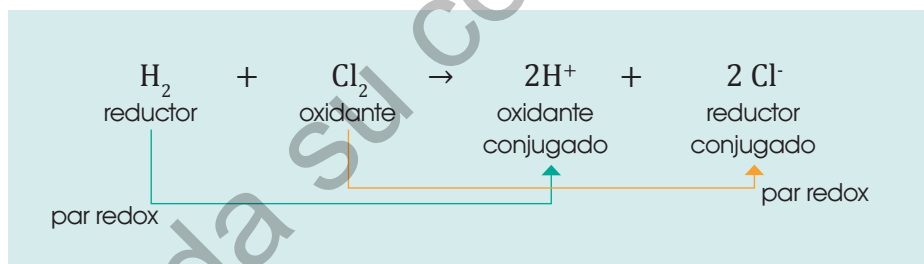
Cuanto más fuerte es un agente reductor, es decir, cuanto mayor es su tendencia a ceder electrones, más débil es su oxidante conjugado, o sea, menor es la tendencia de este a recibir electrones.

De igual modo, cuanto más fuerte es un agente oxidante, más débil es su reductor conjugado.

Las reacciones redox y las reacciones ácido-base presentan algunas semejanzas. En estas últimas llamábamos *pares conjugados ácido-base* a un ácido y su base conjugada o bien a una base y su ácido conjugado. En las reacciones redox se cumple que:

- El agente oxidante y su forma reducida forman un *par conjugado redox*. La forma reducida es el reductor conjugado.
- El agente reductor y su forma oxidada forman un *par conjugado redox*. La forma oxidada es el oxidante conjugado.

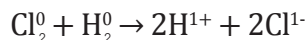
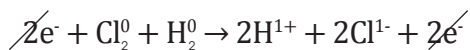
Obtengamos las semireacciones y reacción global:



Las semireacciones son:



Sumando las dos reacciones obtendremos la reacción global.



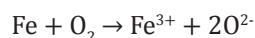
Ejemplo 8

Siempre que haya el mismo número de electrones en las semireacciones el ejercicio está bien.

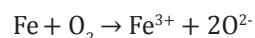
Si se da el caso que tenga diferente número de electrones, debemos multiplicar por un factor para que coincida el número de electrones en las dos semireacciones.

Para la resolución de ejercicios de reacciones de oxidación y reducción debemos seguir una serie de pasos.

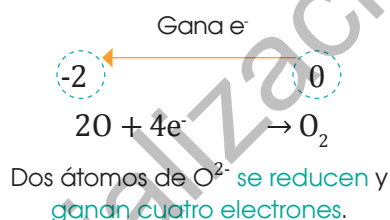
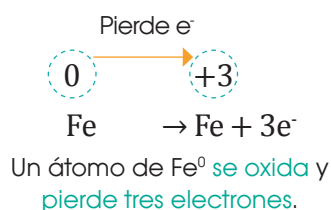
Paso 1: Balanceamos o verificamos que la ecuación esté balanceada.



Paso 2: Colocamos las cargas de todos los elementos de la reacción.



Paso 3: Identificamos al átomo que se oxida y al que se reduce con base en el análisis de transferencia de electrones de las semirreacciones.



Paso 4: Verificamos que el número de electrones en las semirreacciones sea el mismo. De no ser así, multiplicamos por un factor para que coincida el número de electrones en ambas reacciones.

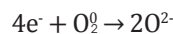
Semirreacción de oxidación:



Multiplicamos por 4:



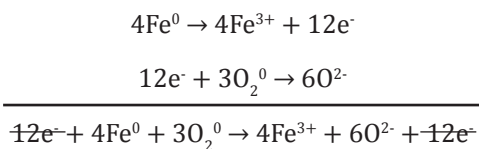
Semirreacción de reducción:



Multiplicamos por 3:



Paso 5: Sumamos las semirreacciones y obtenemos la reacción global.



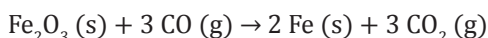
Reacción global: $4\text{Fe}^0 + 3\text{O}_2^0 \rightarrow 4\text{Fe}^{3+} + 6\text{O}^{2-}$

Y TAMBIÉN:

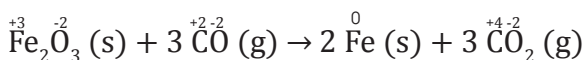


Las reacciones redox o de oxido-reducción son de gran importancia en los procesos metabólicos como la fotosíntesis y la respiración aerobia. En dichos procesos existe una cadena transportadora de electrones que permiten la producción de trifosfato de adenosina (ATP), nucleótido importante en la obtención de energía celular.

Asignemos el número de oxidación a cada elemento e identifiquemos la oxidación y la reducción, el oxidante y el reductor, así como el reductor conjugado y el oxidante conjugado en las siguientes reacciones redox:

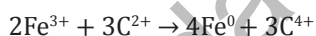
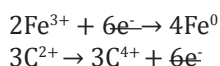
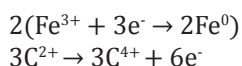
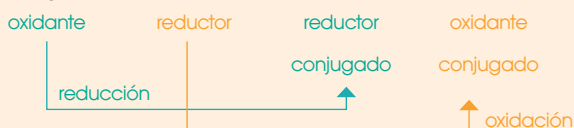
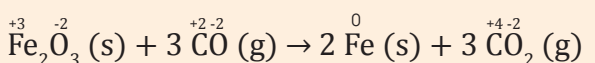


a. Los números de oxidación de cada elemento son:

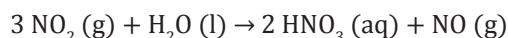


Observamos que el Fe varía su número de oxidación de +3 a 0, luego se reduce; el Fe_2O_3 es el agente oxidante y el Fe es su reductor conjugado.

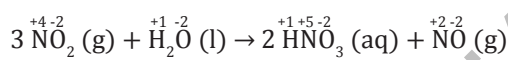
El número de oxidación del C varía de +2 a +4, luego se oxida; el CO es el agente reductor y el CO_2 es su oxidante conjugado.



Reacción global

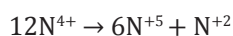
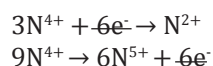
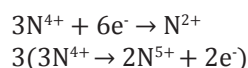
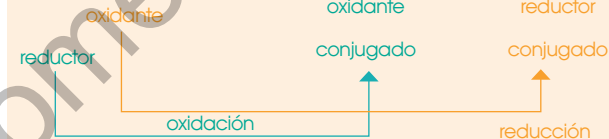
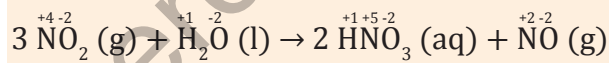


b. Los números de oxidación de cada elemento son:



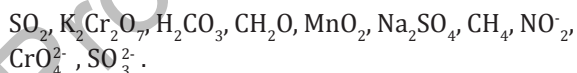
Algunos átomos de N del NO_2 varían su número de oxidación de +4 a +5 oxidándose, mientras que otros varían de +4 a +2 reduciéndose.

Se trata de una reacción de autooxidación-reducción, dismutación o desproporción, unas moléculas de NO_2 son el agente oxidante y otras moléculas son el agente reductor.



Reacción global

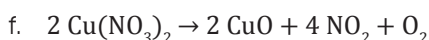
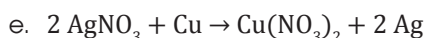
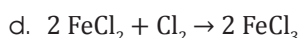
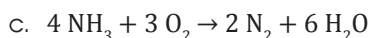
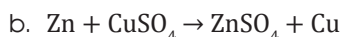
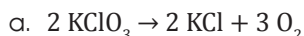
4. **Asigna** el número de oxidación a cada uno de los elementos en las siguientes especies químicas:



5. Razona si es correcta o no la frase siguiente: «No es posible la reducción de un agente oxidante si al mismo tiempo no se oxida un agente reductor».

6. El carácter oxidante de los halógenos aumenta de este modo: $\text{I}_2 < \text{Br}_2 < \text{Cl}_2 < \text{F}_2$. **Indica** cuáles son los reductores conjugados correspondientes y **ordénalos** según el orden creciente de su carácter reductor.

7. En cada una de las siguientes reacciones redox, **asigna** el número de oxidación a cada elemento e **identifica** la oxidación, la reducción, el agente oxidante y el agente reductor.



Y TAMBIÉN:



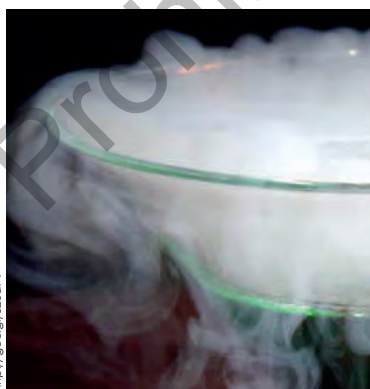
Por comodidad, es costumbre escribir H^+ para referirnos al ion hidrógeno en las reacciones de oxidación-reducción.

Ya sabemos que en realidad este ion en disolución acuosa está hidratado formando, al menos, la especie H_3O^+ , el ion hidronio.



<http://go.gl/eJnIv>

■ Ácido nítrico (HNO_3)



<http://go.gl/s2sa7v>

■ El nitrógeno gaseoso constituye el 78% del aire atmosférico.

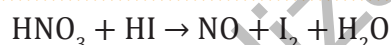
Balanceo de ecuaciones redox

El ajuste de las ecuaciones de oxidación-reducción suele presentar mayor dificultad que el resto de las ecuaciones químicas.

Como en toda ecuación, debe realizarse un balance de masas que asegure que en los dos miembros de la ecuación haya el mismo número de átomos de cada elemento.

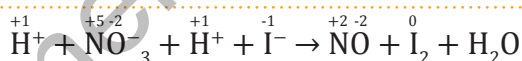
Además, es preciso efectuar un balance de cargas cuyo fin es lograr que el número de electrones cedidos en la oxidación del reductor sea igual que el de los electrones ganados en la reducción del oxidante.

Para satisfacer este doble balance podemos seguir el método del ion-electrón. Este se desarrolla siguiendo una serie de pasos como se muestra en el siguiente ejemplo:



Paso 1: Escribimos la ecuación redox en forma iónica, teniendo en cuenta que solo se disocian los ácidos, las sales y los hidróxidos.

Disociamos en iones los ácidos nítrico y yodhídrico:



Paso 2: Identificamos las semirreacciones de oxidación y de reducción y escribimos cada una por separado.

El I^- se transforma en I_2 pasando su número de oxidación de -1 a 0, el I^- se oxida a I_2 .

Semirreacción de oxidación: $I^- \rightarrow I_2$

El NO_3^- se transforma en NO variando el número de oxidación del N de +5 a +2, el N se reduce.

Semirreacción de reducción: $NO_3^- \rightarrow NO$

Paso 3: Ajustamos los átomos de cada elemento, excepto hidrógeno y oxígeno que requieren un ajuste especial.

Balanceamos el número de átomos de yodo: $2 I^- \rightarrow I_2$.

Paso 4: Ajustamos el número de átomos de oxígeno.

En disolución ácida por cada átomo de oxígeno que falta se añade una molécula de agua.

En disolución básica por cada átomo de oxígeno que falte, añadimos dos iones OH^- y, al otro miembro, una molécula de H_2O .

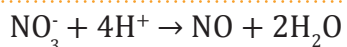


Paso 5: Balanceamos los átomos de hidrógeno.

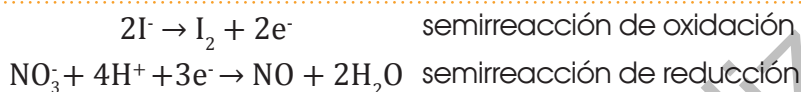
En disolución ácida, por cada átomo de hidrógeno que falte, añadimos un ion H^+ .

En disolución básica, por cada átomo de hidrógeno que falte, añadimos una molécula de H_2O y, al otro miembro, un ion OH^- .

En la misma semirreacción ajustamos los átomos de hidrógeno añadiendo cuatro iones H^+ al primer miembro.

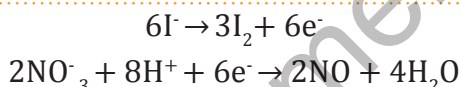


Paso 6: Para ajustar las cargas añadimos los electrones necesarios para que el número de cargas en los dos miembros de cada semirreacción sea el mismo.



Paso 7: Igualamos el número de electrones en las dos semirreacciones.

Multiplicamos la oxidación por 3 y la reducción por 2:



Paso 8: Sumamos las dos semirreacciones para obtener la reacción iónica global:

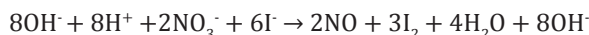
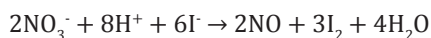


La respuesta está en medio ácido, porque en la ecuación global están presentes iones hidronio (H^+).

¿Cómo pasar de un medio ácido a un medio básico y viceversa?

Paso 1: Agregamos el equivalente de iones hidronio (H^+) o iones hidroxilo (OH^-) en ambos lados de la ecuación.

Continuando con el ejemplo anterior.



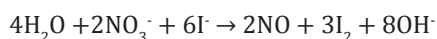
Paso 2: En el lado de la ecuación que haya iones hidronio (H^+) y iones hidroxilo (OH^-), formamos moléculas de agua.



Paso 3: Simplificamos las moléculas de agua.



La ecuación está en medio básico porque en la ecuación están presentes iones hidroxilo (OH^-).

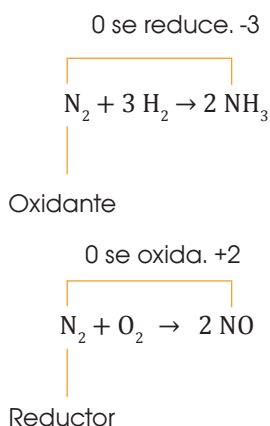


Y TAMBIÉN:

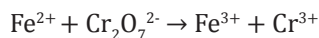


Una sustancia que en determinada reacción actúa como oxidante puede actuar en otra como reductor, dependiendo de la sustancia con la que reacciona. Expresamos este hecho diciendo que el carácter oxidante y el carácter reductor son relativos.

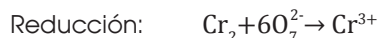
Por ejemplo, el nitrógeno, N_2 , puede actuar como oxidante reduciéndose a NH_3 , o bien puede actuar como reductor oxidándose a NO .



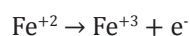
A la reacción del hierro (Fe) con el ion dicromato ($Cr_2O_7^{2-}$) la representamos por la siguiente reacción.



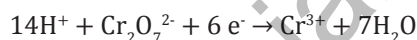
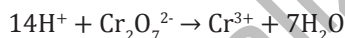
Escribimos las semirreacciones de oxidación y de reducción, la ecuación iónica balanceada en medio ácido y en medio básico.



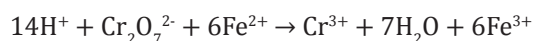
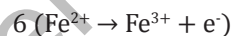
Semirreacción de oxidación:



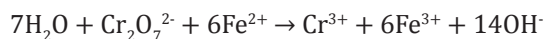
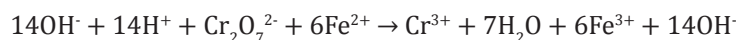
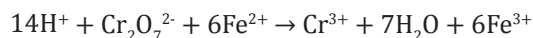
Semirreacción de reducción:



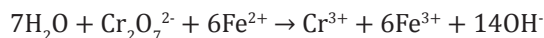
Sumamos las reacciones.



Ecuación en medio ácido:



Ecuación en medio básico:



8. **Ajusta** las siguientes ecuaciones que corresponden a reacciones redox en medio ácido:

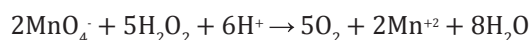
- $Na_2SO_4 + C \rightarrow CO_2 + Na_2S$
- $HCl + K_2Cr_2O_7 \rightarrow Cl_2 + CrCl_3 + KCl$
- $KMnO_4 + HCl \rightarrow Cl_2 + MnCl_2 + KCl$
- $KMnO_4 + FeSO_4 + H_2SO_4 \rightarrow MnSO_4 + Fe_2(SO_4)_3 + K_2SO_4$
- $MnO_4^- + SO_2 \rightarrow Mn^{2+} + HSO_4^-$

Cálculos estequiométricos de reacciones óxido reducción

Las reacciones de óxido reducción son reacciones en las que hay transferencia de electrones, pero también se pueden realizar conversiones a partir de gramos, moles, moléculas o rendimiento de reacción.

Ejemplo 13

Dada la siguiente reacción de óxido reducción:



a. En 79 gramos de agua oxigenada (H_2O_2), ¿cuántos moles de agua se pueden formar?

$$79 \text{ g H}_2\text{O}_2 \times \frac{1 \text{ mol H}_2\text{O}_2}{34 \text{ g de H}_2\text{O}_2} \times \frac{8 \text{ moles de H}_2\text{O}}{5 \text{ mol H}_2\text{O}_2} = 3,71 \text{ moles de H}_2\text{O}$$

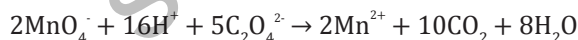
b. Si tenemos veinte gramos de permanganato de sodio, ¿cuántos gramos de agua se van a producir?

$$20 \text{ g KMnO}_4 \times \frac{1 \text{ mol KMnO}_4}{157,95 \text{ g de KMnO}_4} \times \frac{1 \text{ mol MnO}_4^-}{1 \text{ mol KMnO}_4} \times \frac{8 \text{ mol H}_2\text{O}}{2 \text{ mol MnO}_4^-} \times \frac{18 \text{ g H}_2\text{O}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}} = 9,11 \text{ g H}_2\text{O}$$

Se van a producir 9,11 gramos de agua.

Ejemplo 14

Dada la siguiente ecuación:



a. Se producen diez gramos de CO_2 con un rendimiento del 89,26%. ¿Cuántos moles de permanganato se utilizaron inicialmente para obtener este rendimiento?

Se parte de la fórmula del rendimiento reemplazando los datos que tenemos:

$$\text{Rendimiento} = \frac{\text{rendimiento real}}{\text{rendimiento teórico}} \times 100\%$$

$$89,25\% = \frac{10 \text{ g de CO}_2}{\text{rendimiento teórico}} \times 100\%$$

$$\text{Rendimiento teórico} = 11,20 \text{ g de CO}_2$$

$$11,20 \text{ g CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ g de CO}_2} \times \frac{2 \text{ mol MnO}_4^-}{10 \text{ mol CO}_2} = 0,05 \text{ moles de MnO}_4^-$$

- b. El porcentaje de oxalato en un sólido es del 33%. Si se utilizó setenta gramos de este sólido, ¿cuánto CO_2 en gramos se puede producir?

$$70 \text{ g} \times \frac{33\%}{100\%} \times \frac{2 \text{ mol MnO}_4^-}{10 \text{ mol CO}_2} = 23,1 \text{ g C}_2\text{O}_4^{2-}$$

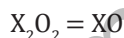
$$23,1 \text{ g C}_2\text{O}_4^{2-} \times \frac{1 \text{ mol C}_2\text{O}_4^{2-}}{88 \text{ g de C}_2\text{O}_4^{2-}} \times \frac{10 \text{ mol CO}_2}{5 \text{ mol C}_2\text{O}_4^{2-}} \times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 23,1 \text{ g CO}_2$$

También podemos realizar ejercicios de identificación de elementos desconocidos en una ecuación de óxido reducción.

Un metal alcalinotérreo reacciona con O_2 en una reacción en la que se transfieren electrones. Si veinte gramos de este metal se utilizó para producir 0,22 moles de producto. Determinemos, ¿de qué elemento se trata?

Lo primero que se realiza es plantear la reacción, tomando en cuenta que los metales alcalinotérreos tienen carga +2. Al ser un metal desconocido tenemos X^{+2} .

Cuando este metal reacciona con oxígeno se forma:



Con base en lo descrito, la ecuación queda: $\text{X}^{+2} + \text{O}_2 \rightarrow \text{XO}$.

Pero toda ecuación debe estar balanceada: $2\text{X}^{+2} + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{XO}$.

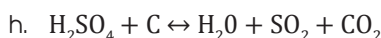
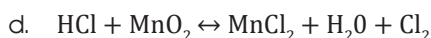
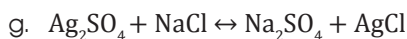
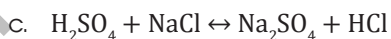
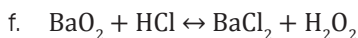
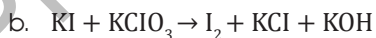
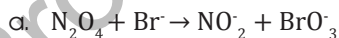
Sabemos que con veinte gramos del metal se producen 0,22 moles de XO, de modo que el planteamiento de la estequiometría es:

$$20 \text{ g de X}^{+2} \times \frac{1 \text{ mol X}^{+2}}{Y \text{ g X}^{+2}} \times \frac{2 \text{ mol XO}}{2 \text{ mol X}^{+2}} = 0,22 \text{ moles de XO}$$

$$Y = 87,62 \text{ g} \rightarrow \text{el metal puede ser Sr}^{2+}$$

Ejemplo 15

9. **Ajusta** las ecuaciones siguientes que corresponden a reacciones redox en medio básico:



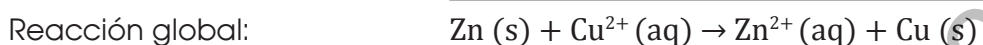
10. El permanganato de potasio, en medio ácido, es capaz de oxidar al sulfuro de hidrógeno a azufre elemental, S, y el permanganato pasa a ion manganeso (II). **Indica** el oxidante, el reductor, la especie que se oxida y la que se reduce, **ajusta** la reacción y **escribela** en forma molecular.

Actividades

2.4. Celdas galvánicas

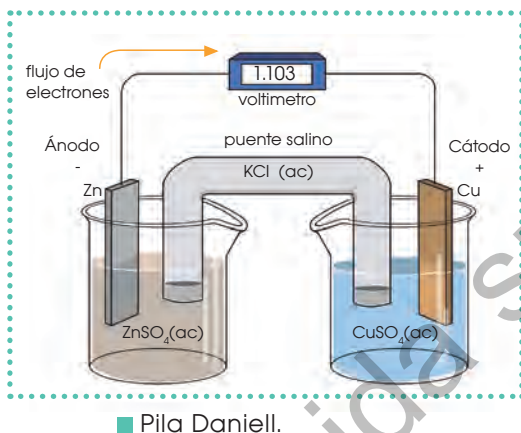
En una reacción de oxidación-reducción podemos observar que hay transferencia de electrones. La cantidad de electrones que se mueven depende de la semirreacción que se esté llevando a cabo.

Por ejemplo, si tenemos la oxidación del Cinc, conjuntamente con la reducción del cobre, la reacción sería:



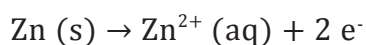
Una pila voltaica es un dispositivo que permite producir una corriente eléctrica a partir de una reacción de oxidación-reducción espontánea.

Los componentes de la pila de Daniell que se muestra en la figura, son:



- Un **electrodo** de cinc, es decir, una lámina de este metal. La lámina se introduce en una disolución acuosa de una sal soluble de Zn, ZnSO_4 .

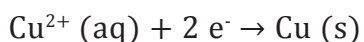
En este electrodo, que es el polo **negativo**, denominado **ánodo**, tiene lugar la **oxidación**. Esto se comprueba fácilmente, ya que durante el proceso disminuye la masa del metal por disolución de esta.



La forma reducida, Zn, y la forma oxidada, Zn^{2+} , constituyen un par redox.

- Un **electrodo** de cobre, constituido por una lámina de este metal, que se sumerge en una disolución de una sal soluble de Cu^{2+} , CuSO_4 .

En este electrodo que es el polo **positivo**, llamado **cátodo**, tiene lugar la **reducción**, lo que se puede comprobar, ya que durante el proceso aumenta la masa de cobre.



La forma oxidada, Cu^{2+} , y la forma reducida, Cu, forman un par redox.

- Un **conductor externo** metálico que permite el flujo constante de los electrones desde el ánodo hacia el cátodo.

- El **voltímetro intercalado** mide la fuerza electromotriz de la pila (fem), es decir, la diferencia de potencial entre los electrodos, responsable del flujo de electrones. Esta fuerza electromotriz, no solo depende de la naturaleza de los electrodos, sino también de la concentración de las disoluciones electrolíticas y de su temperatura.

Cuanto mayor es el potencial de la pila, mayor es su capacidad para producir un flujo constante de electrones.

- Un **punto salino** que contiene una disolución de un electrolito inerte para los procesos de la pila, como es el cloruro de potasio, KCl. Su misión es cerrar el circuito y mantener constante la neutralidad eléctrica de las dos disoluciones, anódica y catódica.

Notación de la composición de las pilas voltaicas

Por convenio, si suponemos que las dos disoluciones utilizadas tienen una concentración 1,0 M, la notación de la pila Daniell descrita es la siguiente:

Zn (s)		Zn ²⁺ (aq, 1,0 M)		Cu ²⁺ (aq, 1,0 M)		Cu (s)
ánodo (-)		disolución de sal soluble	punto salino	disolución de sal soluble		cátodo (+)

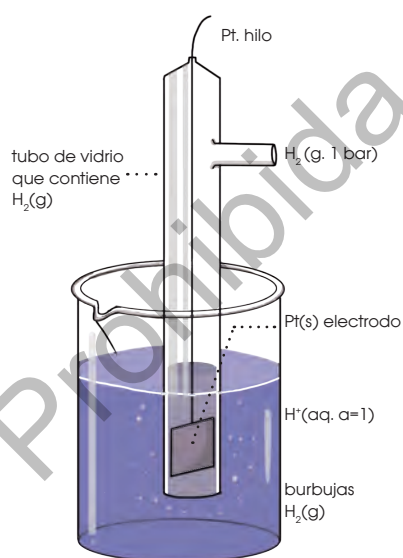
La línea (|) indica separación de fase, la superficie del electrodo en contacto con la disolución. Las especies de cada par redox se escriben en el orden en que tiene lugar la semirreacción correspondiente.

El **ánodo** corresponde a la especie que se oxida y el **cátodo** a la especie que se reduce.

Electrodo estándar de hidrógeno y potencial estándar del electrodo

Para poder estandarizar las diferentes reacciones se empleó un sistema que compara la corriente individual de cada semirreacción con un **electrodo estándar de hidrógeno**, al cual se le designó una corriente equivalente de 0,00 V.

El **potencial estándar de un electrodo** es la diferencia de potencial medida en una pila formada por este electrodo y el electrodo de hidrógeno, en condiciones estándar.



■ Electrodo estándar de hidrógeno

Normalmente, hablamos de *potencial estándar de reducción de un electrodo*, ya que se considera que este actúa como cátodo, frente al hidrógeno que se oxida en el ánodo.

Convenio de signos para estos potenciales:

- Las semirreacciones cuyo potencial estándar de reducción es negativo corresponden a los pares redox, que actúan como ánodo frente al electrodo estándar de hidrógeno.
- Las semirreacciones con potencial estándar de reducción positivo corresponden a los electrodos que actúan como cátodo frente al electrodo estándar de hidrógeno.

En la siguiente tabla presentamos los resultados obtenidos para las diferentes mediciones de potenciales estándar para los diferentes metales, en condiciones estándar, frente al electrodo estándar de hidrógeno.

Fuerza creciente del agente oxidante	Semirreacción	E ⁰ (V)	Fuerza creciente del agente reductor
	$\text{Li}^+ (\text{aq}) + \text{e}^- \rightarrow \text{Li} (\text{s})$	-3,05	
	$\text{K}^+ (\text{aq}) + \text{e}^- \rightarrow \text{K} (\text{s})$	-2,93	
	$\text{Ca}^{2+} (\text{aq}) + 2 \text{e}^- \rightarrow \text{Ca} (\text{s})$	-2,87	
	$\text{Na}^+ (\text{aq}) + \text{e}^- \rightarrow \text{Na} (\text{s})$	-2,71	
	$\text{Mg}^{2+} (\text{aq}) + 2 \text{e}^- \rightarrow \text{Mg} (\text{s})$	-2,37	
	$\text{Al}^{3+} (\text{aq}) + 3 \text{e}^- \rightarrow \text{Al} (\text{s})$	-1,66	
	$\text{Mn}^{2+} (\text{aq}) + 2 \text{e}^- \rightarrow \text{Mn} (\text{s})$	-1,18	
	$\text{Zn}^{2+} (\text{aq}) + 2 \text{e}^- \rightarrow \text{Zn} (\text{s})$	-0,76	
	$\text{Cr}^{3+} (\text{aq}) + 3 \text{e}^- \rightarrow \text{Cr} (\text{s})$	-0,74	
	$\text{Fe}^{2+} (\text{aq}) + 2 \text{e}^- \rightarrow \text{Fe} (\text{s})$	-0,44	
	$\text{Cd}^{2+} (\text{aq}) + 2 \text{e}^- \rightarrow \text{Cd} (\text{s})$	-0,40	
	$\text{Ni}^{2+} (\text{aq}) + 2 \text{e}^- \rightarrow \text{Ni} (\text{s})$	-0,25	
	$\text{Sn}^{2+} (\text{aq}) + 2 \text{e}^- \rightarrow \text{Sn} (\text{s})$	-0,14	
	$\text{Pb}^{2+} (\text{aq}) + 2 \text{e}^- \rightarrow \text{Pb} (\text{s})$	-0,13	
	$2 \text{H}^+ (\text{aq}) + 2 \text{e}^- \rightarrow \text{H}_2 (\text{g})$	0,00	
	$\text{Sn}^{4+} (\text{aq}) + 2 \text{e}^- \rightarrow \text{Sn}^{2+} (\text{aq})$	+0,13	
	$\text{Cu}^{2+} (\text{aq}) + \text{e}^- \rightarrow \text{Cu}^+ (\text{aq})$	+0,15	
	$\text{SO}_4^{2-} (\text{aq}) + 4 \text{H}^+ (\text{aq}) + 2 \text{e}^- \rightarrow \text{SO}_2 (\text{g}) + 2 \text{H}_2\text{O} (\text{l})$	+0,20	
	$\text{Cu}^{2+} (\text{aq}) + 2 \text{e}^- \rightarrow \text{Cu} (\text{s})$	+0,34	
	$\text{O}_2 (\text{g}) + 2 \text{H}_2\text{O} (\text{aq}) + 4 \text{e}^- \rightarrow 4 \text{OH}^- (\text{aq})$	+0,40	
	$\text{I}_2 (\text{s}) + 2 \text{e}^- \rightarrow 2 \text{I}^- (\text{aq})$	+0,53	
	$\text{MnO}_4^- (\text{aq}) + 2 \text{H}_2\text{O} (\text{l}) + 3 \text{e}^- \rightarrow \text{MnO}_2 (\text{s}) + 4 \text{OH}^- (\text{aq})$	+0,59	
	$\text{O}_2 (\text{g}) + 2 \text{H}^+ (\text{aq}) + 2 \text{e}^- \rightarrow \text{H}_2\text{O}_2 (\text{aq})$	+0,68	
	$\text{Fe}^{3+} (\text{aq}) + \text{e}^- \rightarrow \text{Fe}^{2+} (\text{aq})$	+0,77	
	$\text{Ag}^+ (\text{aq}) + \text{e}^- \rightarrow \text{Ag} (\text{s})$	+0,80	
	$\text{NO}_3^- (\text{aq}) + 4 \text{H}^+ (\text{aq}) + 3 \text{e}^- \rightarrow \text{NO} (\text{g}) + 2 \text{H}_2\text{O} (\text{l})$	+0,96	
	$\text{Br}_2 (\text{l}) + 2 \text{e}^- \rightarrow 2 \text{Br}^- (\text{aq})$	+1,07	
	$\text{O}_2 (\text{g}) + 4 \text{H}^+ (\text{aq}) + 4 \text{e}^- \rightarrow 2 \text{H}_2\text{O} (\text{l})$	+1,23	
	$\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-} (\text{aq}) + 7 \text{H}_2\text{O} (\text{aq}) + 6 \text{e}^- \rightarrow 2 \text{Cr}^{3+} (\text{aq}) + 7 \text{H}_2\text{O} (\text{l})$	+1,33	
	$\text{Cl}_2 (\text{g}) + 2 \text{e}^- \rightarrow 2 \text{Cl}^- (\text{aq})$	+1,36	
	$\text{Au}^{3+} (\text{aq}) + 3 \text{e}^- \rightarrow \text{Au} (\text{s})$	+1,50	
	$\text{MnO}_4^- (\text{aq}) + 8 \text{H}^+ (\text{aq}) + 5 \text{e}^- \rightarrow \text{Mn}^{2+} (\text{aq}) + 4 \text{H}_2\text{O} (\text{l})$	+1,51	
	$\text{Ce}^{4+} (\text{aq}) + \text{e}^- \rightarrow \text{Ce}^{3+} (\text{aq})$	+1,61	
	$\text{H}_2\text{O}_2 (\text{g}) + 2 \text{H}^+ (\text{aq}) + 2 \text{e}^- \rightarrow 2 \text{H}_2\text{O} (\text{l})$	+1,77	
	$\text{O}_3 (\text{g}) + 2 \text{H}^+ (\text{aq}) + 2 \text{e}^- \rightarrow \text{O}_2 (\text{g}) + \text{H}_2\text{O} (\text{l})$	+2,07	
	$\text{F}_2 (\text{g}) + 2 \text{e}^- \rightarrow 2 \text{F}^- (\text{aq})$	+2,87	

Fuerza electromotriz de una celda galvánica

El **cátodo** es el que tiene potencial de reducción más positivo o menos negativo.

El **ánodo** es el que tiene potencial de reducción más negativo o menos positivo.

El potencial estándar, o fuerza electromotriz fem, de la pila se calcula mediante la expresión:

$$E^0_{\text{pila}} = E^0_{\text{cátodo}} - E^0_{\text{ánodo}}$$

Poder oxidante y poder reductor

- Cuanto más positivo es el potencial estándar de reducción, mayor es la fuerza oxidante de la especie que aparece en la semirreacción.

Como consecuencia, cada semisistema provoca la oxidación de cualquier otro situado en la tabla por encima de él.

El flúor, F_2 , es el agente oxidante más fuerte.

- Cuanto más negativo, o menos positivo, es el potencial estándar de reducción, mayor es la fuerza reductora de la especie que aparece en la semirreacción.

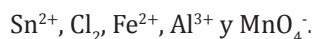
Como consecuencia, cada semisistema provoca la reducción de cualquier otro situado por debajo de él en la tabla.

El litio es el agente reductor más fuerte.

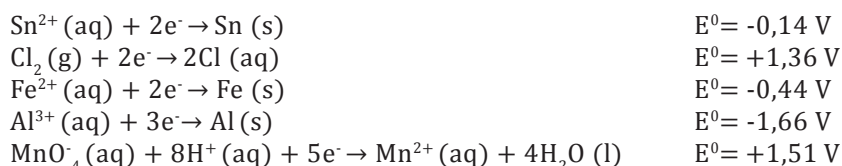
La energía de una celda galvánica debe ser siempre mayor a cero para que sea espontánea.

$$E^0_{\text{pila}} > 0 \rightarrow \text{reacción espontánea} \quad E^0_{\text{pila}} < 0 \rightarrow \text{reacción no espontánea}$$

Determinamos cuál de las siguientes especies, en condiciones estándar, tiene un poder reductor mayor, y qué combinación daría una mayor corriente eléctrica.



Paso 1: Antes de empezar con la resolución del ejercicio es necesario tener en cuenta cuáles son los diferentes potenciales estándares de reducción y las semirreacciones que involucran a los componentes anteriores. Copiamos todos los datos de la tabla anterior.



Paso 2: Recordamos que las especies reductoras con mayor potencial reductor son aquellas que tienen un valor más negativo.

La especie con mayor poder reductor es:

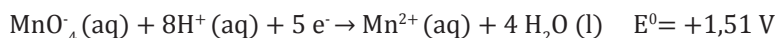


Paso 3: La combinación que producirá mayor energía es aquella que se generará de la especie con mayor poder reductor o poder oxidante.

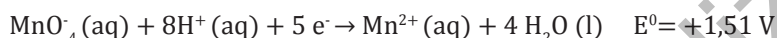
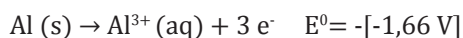
La especie con mayor poder oxidante es:



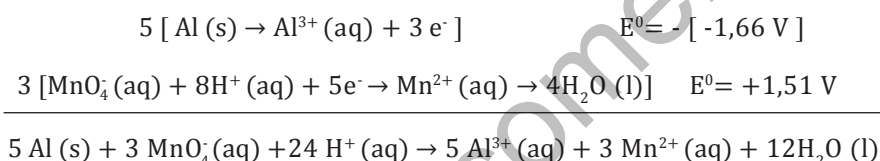
Paso 4: La combinación con mayor potencial se realizará entre el catión del aluminio y el anión del permanganato. La energía total liberada debe hallarse por medio del balanceo de las ecuaciones descritas.



Paso 5: Para poder realizar la reacción es necesario que la semirreacción de aluminio oxide al catión de aluminio. Ello implica darle la vuelta a la reacción, lo cual cambia el signo de la fem.



Paso 6: Sumamos las dos semirreacciones considerando que el número de electrones de una semirreacción debe eliminar al otro. Por lo tanto, es necesario multiplicar a la oxidación del aluminio por 5 y a la reducción del permanganato por 3.



Paso 7: La energía total obtenida será la suma directa de los valores descritos, es decir, la fem de las dos reacciones no se multiplica por los coeficientes estequiométricos.

$$E^0_{\text{pila}} = E^0_{\text{cátodo}} - E^0_{\text{ánodo}} = +1,51 \text{ V} - [-1,66 \text{ V}] = 3,17 \text{ V}$$

11. **Indica** razonadamente qué especie química de cada pareja es el oxidante más fuerte: a. Br_2 o I_2 ; b. Fe^{3+} o Fe^{2+} ; c. $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$ en medio ácido o H_2O_2 en medio ácido; d. MnO_4^{2-} en medio ácido o en medio básico.
12. **Indica** qué especie de cada pareja es el reductor más fuerte: Cd o Ca; Fe o Mg; Sn^{2+} o Cu^+ ; I⁻ o Ag.
13. **Ordena**, según su poder oxidante creciente, los siguientes agentes oxidantes: $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$ en medio ácido; O_2 en medio ácido; Cl_2 , H^+ , O_3 en medio ácido y Au^{3+} .
14. **Representa** cada una de las pilas voltaicas formadas por los electrodos siguientes, **escribe** las correspondientes reacciones y la notación abreviada de la pila y **calcula** su fem estándar.
 Fe^{2+}/Fe y Al^{3+}/Al ; Cu^{2+}/Cu y Sn^{2+}/Sn ; Ag^+/Ag y Cu^{2+}/Cu

2.5. Electrólisis

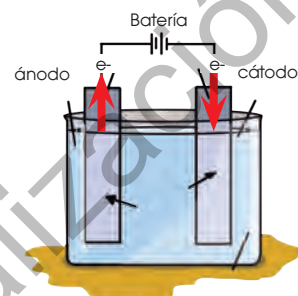
La **conductividad eléctrica** de las sustancias consiste en un movimiento o desplazamiento de carga eléctrica a través de ellas. Este movimiento de carga puede realizarse de dos maneras:

- Mediante un flujo de electrones, como sucede en los metales, llamados *conductores de primera especie*.
- Mediante el movimiento de iones positivos y negativos a través de una disolución o de un compuesto iónico fundido. Esta se denomina **conductividad iónica** o **electrolítica**.

La **conductividad electrolítica** se utiliza en las denominadas *cubas* o *celdas electrolíticas* para producir una reacción de oxidación-reducción en la electrólisis.

Y TAMBIÉN:

En principio, para provocar la reacción no espontánea en la cuba electrolítica, sería suficiente aplicar una tensión igual al potencial estándar de la pila correspondiente a la reacción espontánea. En la práctica, el potencial utilizado debe ser bastante superior a este.



Electrólisis es el proceso en el que el paso de la corriente eléctrica por una disolución o por un electrolito fundido produce una reacción de oxidación-reducción no espontánea.

La **celda electrolítica** es el recipiente donde se realiza el proceso. Contiene la disolución o el electrolito fundido en el que se sumergen los electrodos conectados a una fuente de corriente continua de la que la cuba recibe los electrones.

Los **electrodos** son las superficies sobre las que se producen las semirreacciones de oxidación-reducción. Son inertes a los reactivos que contiene la cuba electrolítica.

- El **ánodo** es el electrodo donde se produce la oxidación, se conecta al polo positivo de la fuente de corriente continua.
- El **cátodo**, electrodo en el que tiene lugar la reducción, se conecta al polo negativo.

Veamos las diferencias entre una *pila voltaica* y una *cuba electrolítica*.

Pila voltaica	Cuba electrolítica
Una reacción química produce energía eléctrica.	La energía eléctrica produce una reacción química.
Hay dos electrolitos.	Hay un solo electrolito.
La reacción redox es espontánea.	La reacción redox no es espontánea.
El ánodo es el polo negativo.	El ánodo es el polo positivo.
El cátodo es el polo positivo.	El cátodo es el polo negativo.

A continuación vamos a estudiar algunos ejemplos de electrólisis de distintas sustancias, las reacciones que tienen lugar y el esquema de su realización.

Electrólisis del cloruro de sodio fundido

El cloruro de sodio, NaCl, fundido a unos 800 C°, es el electrolito. Este está disociado en sus iones: $\text{NaCl (l)} \rightarrow \text{Na}^+ \text{ (l)} + \text{Cl}^- \text{ (l)}$.

Los electrodos inertes se introducen en el electrolito y se conectan a la fuente de corriente continua. Los aniones, los iones Cl^- , se mueven hacia el ánodo, donde se descargan al dejar sus electrones. Los cationes, Na^+ , se dirigen al cátodo, donde se descargan recibiendo electrones.

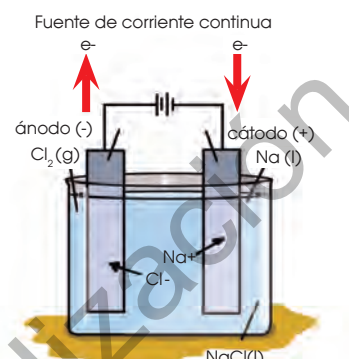
Oxidación en el ánodo (+): $2 \text{Cl}^- \text{ (l)} \rightarrow \text{Cl}_2 \text{ (g)} + 2 \text{e}^-$

Reducción en el cátodo (-): $2 \text{Na}^+ \text{ (l)} + 2 \text{e}^- \rightarrow 2 \text{Na (l)}$

Reacción global: $2 \text{Na}^+ \text{ (l)} + 2 \text{Cl}^- \text{ (l)} \rightarrow 2 \text{Na (l)} + \text{Cl}_2 \text{ (g)}$

El Na obtenido en el cátodo, menos denso que el fundido, flota en este en forma líquida. El cloro gaseoso se recoge en el ánodo.

La reacción global no es espontánea, como podemos comprobar fácilmente por su potencial negativo.



Electrólisis del agua

El agua pura no contiene suficientes iones libres para conducir la electricidad. Por ello, para lograr su electrólisis, suele añadirse una pequeña cantidad de ácido sulfúrico 0,1 M. En esta disolución acuosa se sumergen los electrodos inertes, donde tienen lugar las reacciones siguientes:

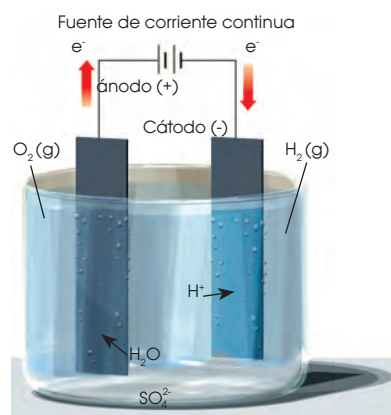
Oxidación en el ánodo (+): $2 \text{H}_2\text{O (l)} \rightarrow \text{O}_2 \text{ (g)} + 4 \text{H}^+ \text{ (aq)} + 4 \text{e}^-$

Reducción en el cátodo (-): $4 \text{H}^+ \text{ (aq)} + 4 \text{e}^- \rightarrow 2 \text{H}_2 \text{ (g)}$

Reacción global: $2 \text{H}_2\text{O (l)} \rightarrow 2 \text{H}_2 \text{ (g)} + \text{O}_2 \text{ (g)}$

Como vemos, se obtienen hidrógeno en el cátodo y oxígeno en el ánodo; el volumen de gas H_2 es el doble que el de O_2 .

El H_2O se oxida antes que los iones SO_4^{2-} del ácido, estos no se descargan, ya que requieren un potencial más elevado. El H_2SO_4 no se consume.



Electrólisis del cloruro de cobre (II) en disolución acuosa

La electrólisis de algunas sales disueltas en el agua suele presentar alguna dificultad para su interpretación pues el H_2O puede interferir en el proceso. Sin embargo, en el caso del $\text{CuCl}_2 \text{ (aq)}$, se descargan ambos iones de la sal.

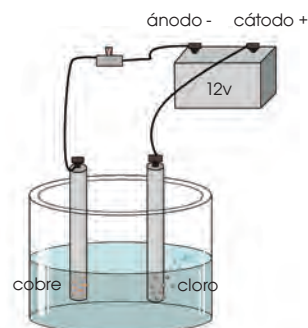
Disociación iónica: $\text{CuCl}_2 \text{ (aq)} \rightarrow \text{Cu}^{2+} \text{ (aq)} + 2 \text{Cl}^- \text{ (aq)}$

Oxidación en el ánodo (+): $2 \text{Cl}^- \text{ (aq)} \rightarrow \text{Cl}_2 \text{ (g)} + 2 \text{e}^-$

Reducción en el cátodo (-): $\text{Cu}^{2+} \text{ (aq)} + 2 \text{e}^- \rightarrow \text{Cu (s)}$

Reacción global: $\text{Cu}^{2+} \text{ (aq)} + 2 \text{Cl}^- \text{ (aq)} \rightarrow \text{Cu (s)} + \text{Cl}_2 \text{ (g)}$

Sobre el cátodo, que puede ser una lámina de cobre, se deposita cobre metálico, mientras que en el ánodo se recoge gas cloro.



2.6. Aplicaciones industriales de la electrólisis

Los procesos electrolíticos tienen interesantes aplicaciones en el ámbito industrial. Algunas de ellas son:

- La obtención de metales activos, como los elementos de los grupos 1 y 2 y el aluminio, y de elementos no metálicos, como hidrógeno y cloro. Algunos de estos casos los hemos visto anteriormente.
- Los recubrimientos metálicos
- La purificación de metales, como es el caso del cobre

Purificación electrolítica del cobre

Una vez obtenidos los metales mediante alguna operación metalúrgica apropiada, suele ser conveniente someterlos a un proceso de refinado o purificación que los haga útiles para determinadas aplicaciones.

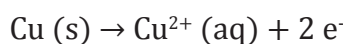
este es el caso del cobre, cuya utilidad como conductor depende en gran medida de su grado de pureza.

La purificación de este metal se lleva a cabo electrolíticamente. El **electrolito** es una sal soluble de cobre, como CuSO_4 , el **ánodo** es una barra de cobre impurificado y el **cátodo** es una placa de cobre puro. Sobre esta se deposita el metal.

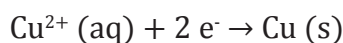
Manteniendo un potencial adecuado, el cobre del ánodo se oxida y pasa a la disolución, de donde se deposita en el cátodo.



Oxidación en el ánodo:



Reducción en el cátodo:



Las impurezas que contenía el metal no se descargan sobre el cátodo: los iones metálicos activos, como Fe^{2+} o Zn^{2+} , permanecen en disolución, mientras que los metales nobles, como Ag, Au y Pt, caen al fondo del recipiente, de donde se retiran para su utilización posterior.

Y TAMBIÉN:



La electrólisis ha desempeñado un importante papel en la historia del descubrimiento de los elementos.

En 1807, pocos años después del invento de la pila de Volta, el químico inglés H. Davy (1778-1829), mediante electrólisis de sus sales fundidas, logró aislar por primera vez dos elementos: el potasio y el sodio, muchos de cuyos compuestos se conocían desde la Antigüedad.

Davy también aisló otros dos nuevos elementos: magnesio y calcio, de los que también se conocían diversos compuestos desde la antigüedad, pero nunca habían sido aislados.

EN GRUPO



Escriban las reacciones de electrodo y la reacción global si se electróliza cloruro de calcio fundido.

Dibujen un esquema completo de la cuba electrolítica y del proceso que tiene lugar.

Describan la electrólisis del bromuro de níquel (II) disuelto en agua. Tengan en cuenta que en los electrodos se descargan los iones Ni^{2+} y Br^{-} .



Experimento



TEMA:

¿Cómo hacer una pila a base de monedas y vinagre?

INVESTIGAMOS:

¿Cómo generar corriente eléctrica con solo un par de monedas y vinagre?

OBJETIVO:

Analizar cómo reacciona el vinagre, el cobre y el papel aluminio al intentar generar corriente eléctrica.

MATERIALES:

- 1 pedazo de cartón
- 1 vaso de vidrio
- vinagre blanco
- 10 monedas de cobre (1 centavo)
- tijeras
- papel aluminio
- 2 cables
- cinta aislante (teipe)
- 1 foco de 5 V

PROCESOS:

1. **Toma** el cartón y **corta** diez cuadrados de un tamaño similar al de la moneda de un centavo.
2. **Toma** los trozos de cartón y **colócalos** dentro del vaso. Después, **añade** vinagre hasta que los trozos de cartón estén remojados de forma uniforme. **Deja** que se produzca el remojo hasta tener lista la siguiente parte del experimento.
3. **Toma** el papel aluminio y **haz** tiras del ancho del diámetro de la moneda de 1 centavo.
4. **Toma** la tira de aluminio de uno de los extremos y **dobra** una sección del tamaño del diámetro de la moneda. Vuelve a doblar desde el mismo extremo y **sigue** así hasta obtener un cuadrado de aluminio con un grosor de una moneda.
5. **Realiza** diez tiras de aluminio.
6. **Toma** un trozo de cinta aislante de alrededor de 12 cm y **córtalo**. **Desplega** el trozo de cinta sobre la mesa con la cara adhesiva hacia arriba.
7. En el centro del ancho de la cinta, alrededor de 0,5 cm de la punta, **pega** uno de los cables. Previamente **pela** la punta del cable, hasta tener expuesto alrededor de 1 cm.
8. Sobre el cable **coloca** una moneda, sobre ella uno de los cartones de aluminio remojados en vinagre y al final el cuadrado de papel aluminio. **Apila** en este mismo orden los diez trozos de cada uno de los elementos.
9. Al finalizar **coloca** el otro cable, con la punta previamente pelada. La terminación positiva será aquel cable que esta junto a la moneda y la terminación negativa aquella sujeta al papel aluminio.
10. **Emplea** la cinta adhesiva para juntar todos los trozos en forma de un cilindro, cuya recubierta sea la cinta.
11. **Conecta** la terminación de los cables al foco de 5 V.

CUESTIONES:

- ¿Cuál es la reacción que permite encender el foco? **Obtén** una ecuación redox balanceada y **explica** la reacción.



Resumen

1. Reacciones de transición
2. Ecuación iónica
3. Poder oxidante y reductor

Al combinarse dos reactivos acuosos en una reacción, pueden formar **mezclas homogéneas** o **heterogéneas**, dependiendo de las características del producto.

Se puede formar un **precipitado** si las interacciones entre dos moléculas con propiedades determinadas vienen de reactivos. Para predecir esto, debemos conocer las **reglas de solubilidad**.

Si un compuesto es soluble es acuoso, si un compuesto es insoluble es sólido.

También, podemos analizar, estequiométricamente, cuál va a ser el compuesto que precipite a través de las ecuaciones. Si queremos:

- Conocer las proporciones y estados de las moléculas debemos usar la **ecuación molecular**.
- Conocer los iones que interactúan en una reacción, debemos usar la **ecuación iónica**.
- Conocer el precipitado en el caso que se forme, debemos usar la **ecuación iónica neta**.

Lo recomendable es conocer que cada elemento puede tener diferentes tipos de valencia. La carga puede ser positiva o negativa.

Pueden existir tres tipos de compuestos:

- En forma de catión NH_4^+
- En forma de anión OH^-
- En forma neutra H_2O

Esto es directamente relacionado con las valencias de los elementos de un compuesto. Así podemos determinar las cargas de los elementos dentro de un compuesto o viceversa.

En una **reacción redox**, no importa cuántos reactivos tengamos, un reactivo se va a oxidar y otro se va a reducir.

Si hay pérdida de electrones el compuesto que se oxida es el **agente reductor**.

Si hay ganancia de electrones un compuesto se reduce, por tanto, es un **agente oxidante**.

Las reacciones redox se pueden dar en diferentes tipos de medios para observar los cambios, la **transferencia de electrones**.

En dichas reacciones va a existir un **ánodo** (compuesto que se oxida) y un **cátodo** (compuesto que se reduce).

Las reacciones pueden darse en:

- pilas voltaicas.
- celdas electroquímicas.

NOTICIA

Como el silicio, el litio merece tener su valle

El silicio, el segundo elemento más abundante en el planeta Tierra, se emplea en la actualidad para desarrollar diferentes tipos de dispositivos que revolucionan la tecnología: chips, transistores, entre otros. Por otro lado, el litio, un metal alcalino poco abundante pero de igual importancia que el silicio, ha permitido disminuir el peso y el tamaño de los celulares. La fuente principal de litio se encuentra en Sudamérica entre Chile, Argentina y Bolivia, de los cuales el salar boliviano de Uyuni contiene más del 80% de la reserva de litio del planeta.

González, Alcides. (sf.). Como el silicio, el litio también merece tener su valle (adaptación). Batanga. Extraído desde la página web: <http://goo.gl/eX2X51>.



<http://goo.gl/8AKkxF>

SOCIEDAD

Todo lo que necesitas saber sobre la batería de tu teléfono móvil



<http://goo.gl/SVpUxU>

Las baterías son conocidas como milagros producidos por la ingeniería química, ya que permiten a los celulares funcionar por largas horas empleando grandes cantidades de energía. La mayoría de celulares

emplean baterías de iones de litio recargables, que constan de un par de electrones y un electrolito. El electrodo puede ser de litio, un metal muy reactivo, es decir que reacciona fácilmente con otros elementos hasta con el aire. El litio es muy utilizado en baterías puesto que permite almacenar mayor energía en menor espacio.

Todo lo que necesitas saber sobre las baterías de tu dispositivo móvil. (Adaptación). PC World. Extraído desde la página web: <http://goo.gl/GFykjr>.

SENTIDO CRÍTICO

Toyota quiere producir hidrógeno con energía eólica



Uno de los grandes retos de Toyota es crear una cadena de suministro de hidrógeno en base a energía eólica renovable, con un balance neutro de carbono. De acuerdo al IPCC, más de la mitad de emisiones de gases de efecto invernadero provienen de combustibles fósiles destinados a la generación de energía eléctrica y térmica, la industria y el transporte. Por tanto, el hidrógeno puede ser una alternativa de combustible con bajo impacto ambiental y se puede obtener como producto de la reacción de metano y vapor de agua o también se puede extraer del agua por electrólisis.

Toyota quiere producir hidrógeno con energía eólica. (adaptación). Revista evólica y del vehículo eléctrico. Extraído desde la página web: <http://goo.gl/UcyCpk>.

SI YO FUERA...

Ingeniero eléctrico, me enfocaría en investigar pilas voltaicas para llevarlo a escala industrial, para así poder proveer de energía a una zona determinada de mi país.



<http://goo.gl/u0ZVcQ>

Prohibida su reproducción

Para finalizar

• Reacciones de precipitación

1. Empleando reglas de solubilidad, **predice** si cada uno de los compuestos siguientes son solubles o insolubles en agua:

- a. NiCl_2
- b. Ag_2S
- c. Cs_3PO_4
- d. SrCO_3
- e. $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$

2. ¿Habrá precipitación al mezclarse las disoluciones siguientes? Si la hay, **escribe** una ecuación química balanceada para la reacción:

- a. Na_2CO_3 y AgNO_3
- b. NaNO_3 y NiSO_4
- b. FeSO_4 y $\text{Pb}(\text{NO}_3)_2$

3. **Escribe** las ecuaciones iónicas completas y ecuaciones iónicas netas balanceadas para las reacciones que ocurren al mezclar cada par de disoluciones:

- a. Na_2CO_3 y MgSO_4
- b. $\text{Pb}(\text{NO}_3)_2$ y Na_2S
- c. $(\text{NH}_4)_3\text{PO}_4$ y CaCl_2

• Número de oxidación de elementos y compuestos

4. **Asigna** el número de oxidación a cada elemento en las siguientes especies químicas:

HNO_3 , CO_2 , KMnO_4 , HCOOH , PO_4^{3-} , SiO_4^{4-} , BO_2^- .

5. El ion permanganato, en medio ácido sulfúrico, oxida al peróxido de hidrógeno a oxígeno y él se reduce a ion manganeso (II). **Ajusta** por el método ion-electrón la reacción que tiene lugar.

6. El dicromato de potasio, en medio ácido, oxida a los iones cloruro a cloro, y se reduce a sal de cromo (III):

—**Escribe** y **ajusta**, por el método ion-electrón, la ecuación iónica que representa el proceso anterior.

7. La reacción de ácido clorhídrico con dióxido de manganeso genera cloruro de manganeso (II), cloro y agua.

—**Escribe** la reacción molecular ajustada por el método del ion-electrón.

• Celdas galvánicas

8. Cuando se forma una pila voltaica con el electrodo estándar de hidrógeno, el electrodo estándar de cinc es el ánodo. **Explica** cómo puede comprobarse experimentalmente este hecho.

9. **Representa** la pila voltaica necesaria para medir el potencial del electrodo estándar de la plata. Ten en cuenta que el electrodo de plata será el cátodo. **Escribe** las reacciones y la notación abreviada de la pila.

10. **Indica** razonadamente qué especie de cada pareja es el oxidante más fuerte, si ambos están en medio ácido:

- a. H^+ o Ni^{2+}
- b. Ce^{4+} o Sn^{4+}
- c. Mn^{2+} o H^+
- d. NO_3^- o SO_4^{2-}

11. **Indica** razonadamente qué especie de cada pareja es el reductor más fuerte:

- a. K o Na
- c. Sn^{2+} o Fe^{2+}
- b. Br^- o Cl^-
- d. Ce^{3+} o H_2

12. **Representa** esquemáticamente las pilas voltaicas formadas por los electrodos indicados. **Escribe** las correspondientes reacciones y **calcula** la fem estándar de cada pila.
- $\text{Mg}^{2+} / \text{Mg}$ y Ag^+ / Ag
 - $\text{Cl}_2 / \text{Cl}^-$ y $\text{Fe}^{3+} / \text{Fe}^{2+}$
13. **Predice** razonadamente si las siguientes reacciones ocurrirán espontáneamente en condiciones estándar:
- $\text{Ni}^{2+}(\text{aq}) + \text{Cd}(\text{s}) \rightarrow \text{Ni}(\text{s}) + \text{Cd}^{2+}(\text{aq})$
 - $\text{MnO}_4^- (\text{aq}) + \text{Cl}^- (\text{aq}) \rightarrow \text{Mn}^{2+}(\text{aq}) + \text{Cl}_2(\text{g})$
 - $\text{Ce}^{3+}(\text{aq}) + \text{H}^+(\text{aq}) \rightarrow \text{Ce}^{4+}(\text{aq}) + \text{H}_2(\text{g})$
14. **Calcula** la fem estándar de las siguientes pilas:
- $\text{Fe}^{2+} / \text{Fe}$ y Ag^+ / Ag
 - H^+ / H_2 y $\text{Cu}^{2+} / \text{Cu}$

• **Electrólisis**

15. **Describe:**

- La electrólisis del HCl en disolución acuosa, sabiendo que se descargan los iones Cl^- y H^+ .
- La electrólisis del cloruro de cobre (II) en disolución acuosa, sabiendo que se obtienen Cl_2 y Cu .

• **Reacciones de oxidación y reducción**

16. **Explica** la frase: El litio es un reductor más fuerte que el cinc. **Indica** cuáles son sus oxidantes conjugados y cuál de estos tendrá un carácter oxidante más fuerte.
17. **Ajusta** las siguientes ecuaciones correspondientes a reacciones redox.
- En medio ácido:

$$\text{KNO}_2 + \text{KI} + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{I}_2 + \text{NO} + \text{K}_2\text{SO}_4$$

$$\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7 + \text{KI} + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{K}_2\text{SO}_4 + \text{Cr}_2(\text{SO}_4)_3 + \text{I}_2$$

$$\text{C}_2\text{H}_5\text{OH} + \text{O}_2 \rightarrow \text{CO}_2 + \text{H}_2\text{O}$$

$$\text{H}_2\text{O}_2 \rightarrow \text{H}_2\text{O} + \text{O}_2$$
 - En medio básico:

$$\text{Cl}_2 + \text{OH}^- \rightarrow \text{Cl}^- + \text{ClO}^- + \text{H}_2\text{O}$$

$$\text{P} \rightarrow \text{PH}_2\text{O}_2^- + \text{PH}_3$$

AUTOEVALUACIÓN

Reflexiona y **autoevalúate** en tu cuaderno:

• **Trabajo personal**

¿Cómo ha sido mi actitud frente al trabajo?

¿He cumplido mis tareas?

¿Qué aprendí en esta unidad temática?

• **Trabajo en equipo**

¿He compartido con mis compañeros o compañeras?

¿He respetado las opiniones de los demás?

• **Escribe** la opinión de tu familia.

• **Pide** a tu profesor o profesora sugerencias para mejorar y **escribelas**.

Rombo de seguridad



El **rombo de seguridad** es un esquema que comunica los peligros de una sustancia química, posee cuatro colores y cada color puede tener un número en una escala del 0 al 4, siendo el 0 sin riesgo y el 4 muy peligroso. Los significados para cada color se muestran a continuación:

- El color rojo muestra el grado de inflamabilidad de la sustancia.
- El color azul muestra el nivel de riesgo para la salud.
- El color amarillo señala la reactividad del compuesto.
- El color blanco se especifica en caso de tener determinado riesgo.

**DISTRIBUCIÓN GRATUITA
PROHIBIDA SU VENTA**

Prohibida su comercialización

 @MinisterioEducacionEcuador

 @Educacion_EC

 /MinEducacionEcuador

 /EducacionEcuador

www.educacion.gob.ec ● 1800-EDUCACIÓN (338222)